

## ФАЗОВЫЙ СДВИГ РЕАКЦИИ ВОДЫ НА ГРАВИТАЦИЮ В СКВАЖИНАХ ГРУЗИИ

Кобзев Г.Н., Меликадзе Г.И., Джимшеладзе Т.Дж.

Институт геофизики им. М. Нодиа, ТГУ, Тбилиси, Грузия  
[kobzev47@gmail.com](mailto:kobzev47@gmail.com)

### Введение

В некоторых скважинах уровень воды заметно реагирует на изменение величины гравитации, особенно его вертикальной составляющей  $tidalZ$ . Реакция бывает разной: уровень воды может с опозданием реагировать на изменения гравитации; может опережать; может иногда запаздывать и иногда опережать. Приведем примеры.

Пример 1. В [1] отмечается случай, когда вода с задержкой реагирует на изменение гравитации (*phase shift*  $\varphi < 0$ ) и делает это постоянно. Объяснение этому явлению дано в рамках *confined layer* модели при горизонтальном движении воды.

Пример 2. В [2] сообщается, что вода с опережением реагирует на изменение гравитации (*phase shift*  $\varphi > 0$ ) и делает это постоянно. Объяснение дано в рамках *unconfined layer* модели при вертикальном движении воды.

Создавалось впечатление, подкрепленное моделями, что запаздывание (опережение) воды – гарантированный признак *confined (unconfined) water layer*. Но это не так.

Пример 3. В [3] приведен пример скважины в *confined layer* и имеющей *phase shift*  $\varphi > 0$  (т.е. опережение воды), что контрастировало с примерами 1 и 2. Пояснение было дано уже в рамках *leaky layer* модели, когда проявляются более сложные случаи: одновременно горизонтальное движение воды и *vertical leakage*.

Перед подсчетом *phase shift* во всех примерах предварительно проводится фильтрация исходных данных. Для *confined layer* фильтрация значений уровня воды осуществляется в интервале 12.32-12.52 h (часа), охватывающий период  $M_2 \approx 12.42$  h, где  $M_2$  полусуточная лунная волна (*semi-diurnal lunar wave*). Для *unconfined layer* фильтрация проводится в интервале 25.7-25.9 h, т.е. в районе  $O_1$  (главное суточное лунное склонение, *principal lunar declinational diurnal*).

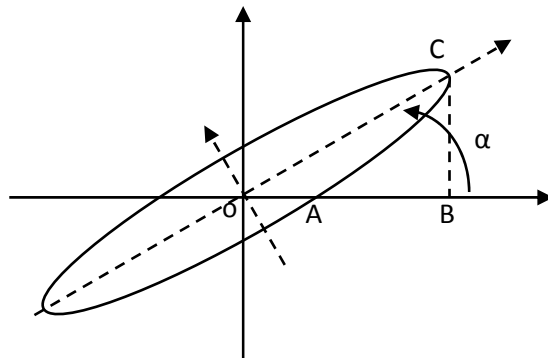


Рис.1

Наше внимание привлек сам способ подсчета *phase shift* методом построения эллипса, предложенный [Kabychenko,2008] в изложении [4, рис.5,6]:

- а) Фильтруются значения уровня воды во временном интервале 12.32-12.52 h;
- б) выбирается система X='water', Y='ground displacement', в мм; с) в системе XY визуализируется движение точки за сутки, происходящее по эллипсу. Далее вычисляется *phase shift*  $\varphi = \arcsin (y_1/B)$ .

Применим эту технологию для изучения *phase shift* к скважинам Грузии с использованием другой системы координат: X-“tidalZ”, Y-“minus water”, кПа. Позднее для этой системы укажем на связь *phase shift*  $\varphi = \arcsin (OA/OB)$  с углом наклона эллипса  $\alpha$  и его коэффициентом сжатия (рис.1). Здесь *OB* – максимальный размах и *OA* - значение эллипса при  $y = 0$ . Изучение этой формулы позволяет оценить силы, влияющие на величину *phase shift* (рис.8,9).

## Предистория

Ранее мы изучали реакцию воды на гравитацию для разных скважин Грузии. Для этого сравнивали время достижения экстремума для уровня воды и для экстремума гравитации tidalZ. Влияние атмосферы было удалено, но фильтрация значений уровня воды в интервале 12.32-12.52 h не проводилась. В результате было отмечено, что в Лагодехи и Кобулети наблюдается ярко выраженная временная задержка реакции воды на гравитацию. В Марнеули наблюдалась как задержка времени, также и опережение.

Таблица 1. Описание скважин

Наименование	Широта, N	Долгота, E	Глубина, м	Фильтр, м
Кобулети	41.802	41.772	2000	187–640
Марнеули	41.436	44.755	3505	1235–1600
Накалакеви	41.424	43.317	600	255–367
Они	42.573	43.437	255	70–250

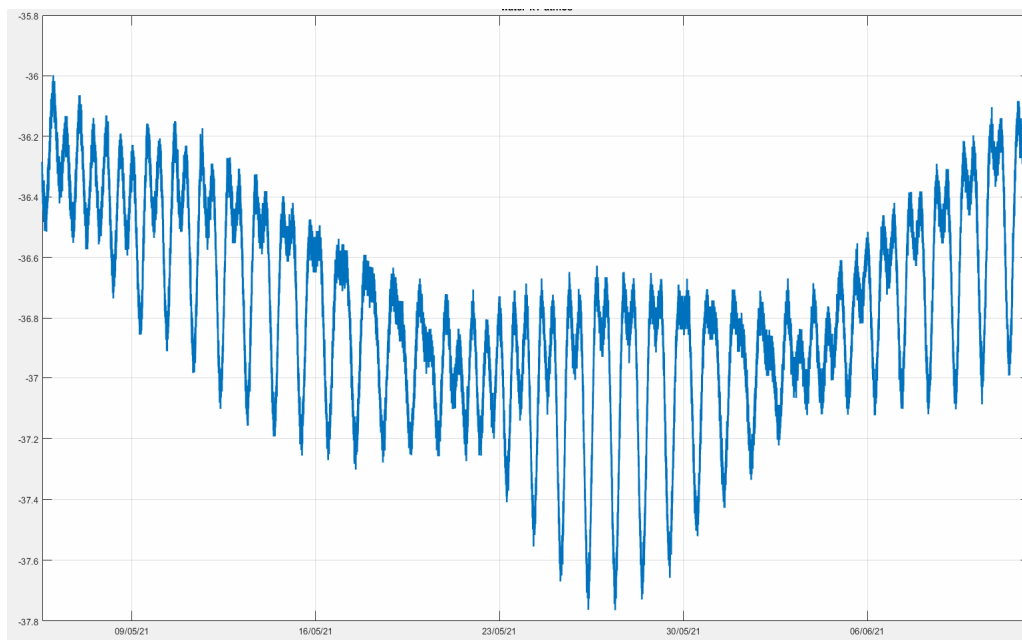


Рис.2. Марнеули, 2021, изменения уровня воды, кПа. Влияние атмосферы тут удалено

## Результаты

Здесь приводятся результаты подсчета *phase shift* методом эллипса для 4 скважин Грузии для уровня воды за период март-июнь 2021. Предварительно проводилась фильтрация данных (12.32-12.52 h). Удаление атмосферы не проводилось.

Сравнение графиков *phase shift* для Марнеули, Они, Накалакеви и Кобулету (рис.3) показывает, что амплитуды графиков изменяются синхронно. Наибольшая амплитуда наблюдается у станции Они, которая имеет наименьшую длину скважины 255 м и, отметим, является наиболее чувствительной к землетрясениям. Для Кобулету значения  $\varphi \in [-90^\circ, 10^\circ]$ ; для Марнеули  $\varphi \in [-25^\circ, 25^\circ]$ ; для Накалакеви  $\varphi \in [-60^\circ, 40^\circ]$ ; для Они  $\varphi \in [-80, 80^\circ]$ .

Для Марнеули характерны следующие свойства *phase shift*  $\varphi$ :

1) периодический характер (период 15-17 дней). 2) При больших значениях гравитации наблюдается опережение. Запаздывание наблюдается при малых значениях гравитации. 3) Отрицательные значения (запаздывание,  $<0$ ) идут подряд и продолжаются примерно 5 дней. Примеры: 3,4,4,5,6,4,2,5 дней. 4) Положительные значения (опережение,  $>0$ ) идут подряд группами длиной [8-12] дней. Примеры: 11,9,12,8,11,10,12 дней.

Для Они отрицательные значения (запаздывание,  $<0$ ) идут подряд и продолжаются 5,4,2,4,6,6,3,7,3 дней. Положительные значения (опережение,  $>0$ ) идут подряд группами и продолжаются 2, 9,12,14,8,9,11,9,7 дней.

Для Накалакеви отрицательные значения (запаздывание,  $<0$ ) идут подряд и продолжаются 6,7,2,5,3,3,3,5,4 дней. Положительные значения (опережение,  $>0$ ) идут подряд группами и продолжаются 9,11,13,9,11,12,12,7 дней.

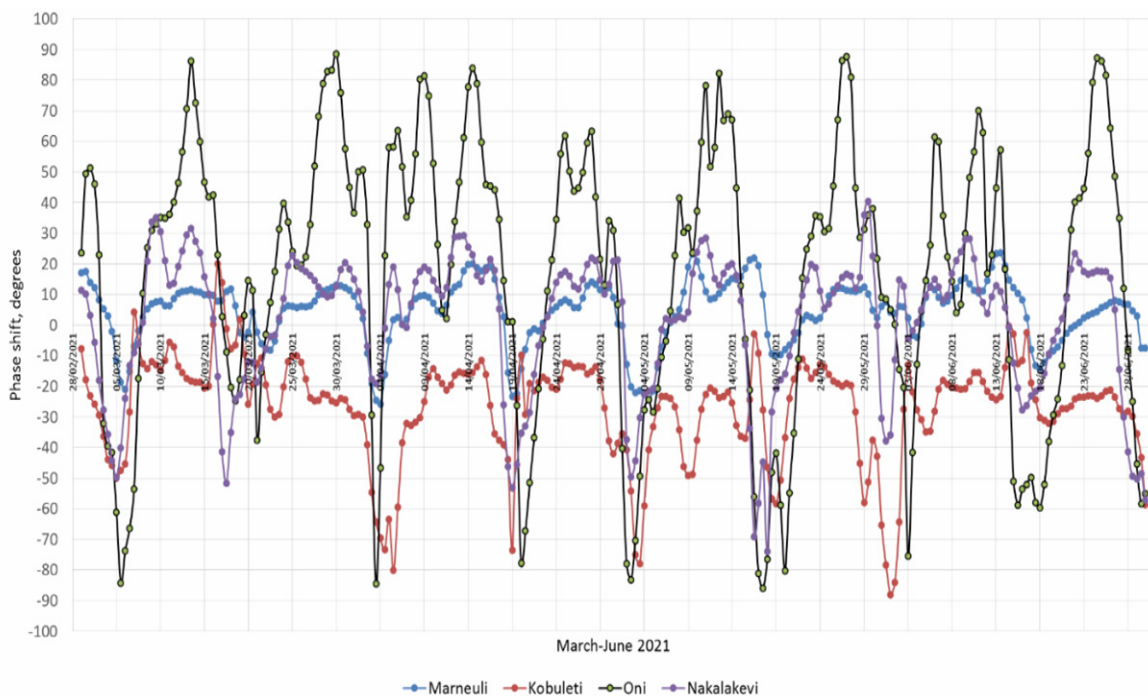


Рис.3. *Phase shift* около  $M_2=12.42$  h для Марнеули, Кобулету, Они, Накалакеви, Март-июнь 2021, фильтрация 12.32-12.52 h.

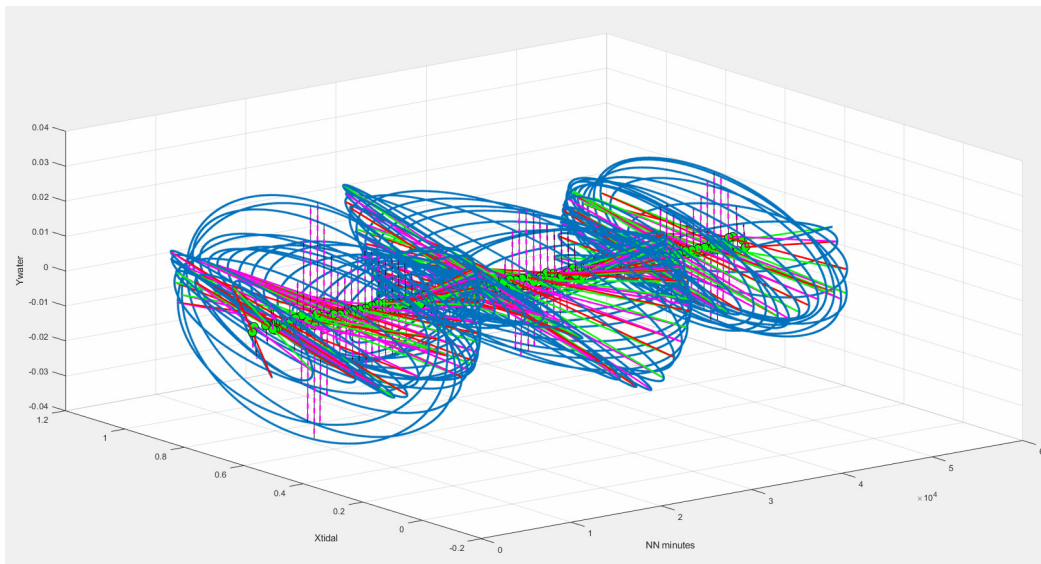


Рис.4. Взаимосвязь гравитации и уровня воды (X=tidalZ, Y=minus water)

Из 2d-графиков (рис.3) неясно, как изменяется во времени траектория эллипсов, на основании которых и вычисляется *phase shift*, хотя общие тенденции видны. При 3d-визуализации закономерности реакции воды на гравитацию становятся более очевидными. Как пример, на рис.4,7 видно, что угол наклона эллипсов (это один из компонентов, влияющих на величину *phase shift*) является переменной периодической величиной. Укажем, что угол наклона эллипса для Марнеули изменяется в пределах  $6^{\circ}$ - $16^{\circ}$  (март – июнь 2021).

Отвлечемся от конкретных значений *phase shift* и посмотрим только на его знак. На нижеприведенных рис. движение по часовой стрелке (ClockWise direction) означает *phase shift*  $\varphi > 0$  (опережение, зеленый цвет); движение против часовой стрелки (CounterClockWise direction) означает  $\varphi < 0$  (вода с запаздыванием реагирует на изменения гравитации, синий цвет). При фильтрации 12.32-12.52 h наблюдается периодичность появления  $\varphi < 0$  (синий цвет) При фильтрации данных в интервале 25.7-25.9 h, в районе  $O_1=25.8193$  h (principal lunar declinational diurnal) наблюдается другая периодика (рис.5,6).

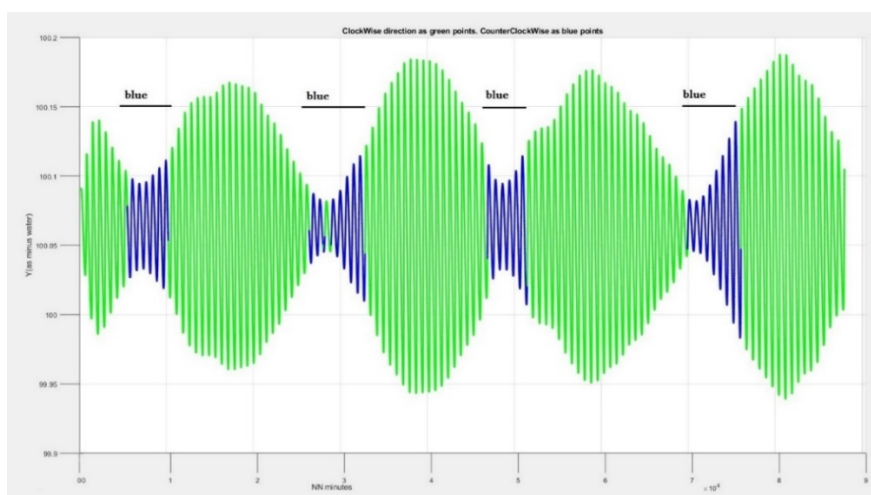


Рис.5. Марнеули, 1 марта - 1 июня 2021, water как Y, фильтр 12.32-12.52 h, около  $M_2=12.4206$  h

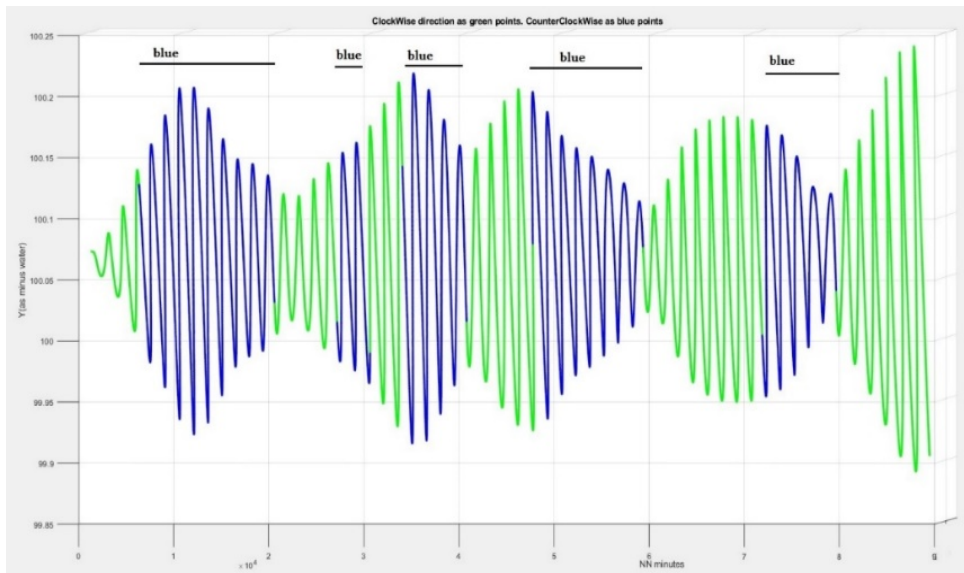


Рис.6. Марнеули, 1 марта - 1 июня 2021, water как Y, фильтр 25.7-25.9 h (около  $O_1=25.8193$  h)

Видно, что синие линии (CounterClockWise direction,  $\varphi < 0$ ) наблюдаются, когда tidalZ находится в интервале  $[-0.4 \div 0.2]$  кПа, центром симметрии является  $-0.2$  кПа.

Изучение графиков показывает, что для Марнеули большая полуось “a” эллипсов изменяется по предсказуемому закону и достигает своих минимумов каждые 14-15 дней.

Величина малой полуоси “b” эллипсов изменяется по более сложным правилам. Угол наклона эллипсов имеет свою выраженную периодичность, его наибольшие значения наблюдаются при наименьших значениях большой “a” полуоси эллипса. Phase shift  $\varphi$  достигает своих наименьших значений немного позднее минимума угла наклона.

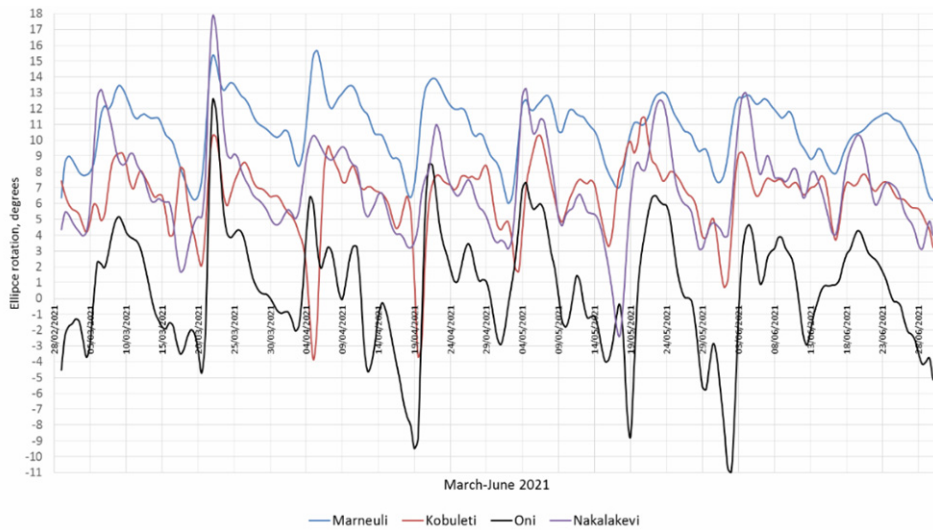


Рис.7. Изменение угла наклона эллипса для Марнеули, Кобулету, Они, Накалакеви. Март-июнь 2021. Фильтр 12.32-12.52 h.

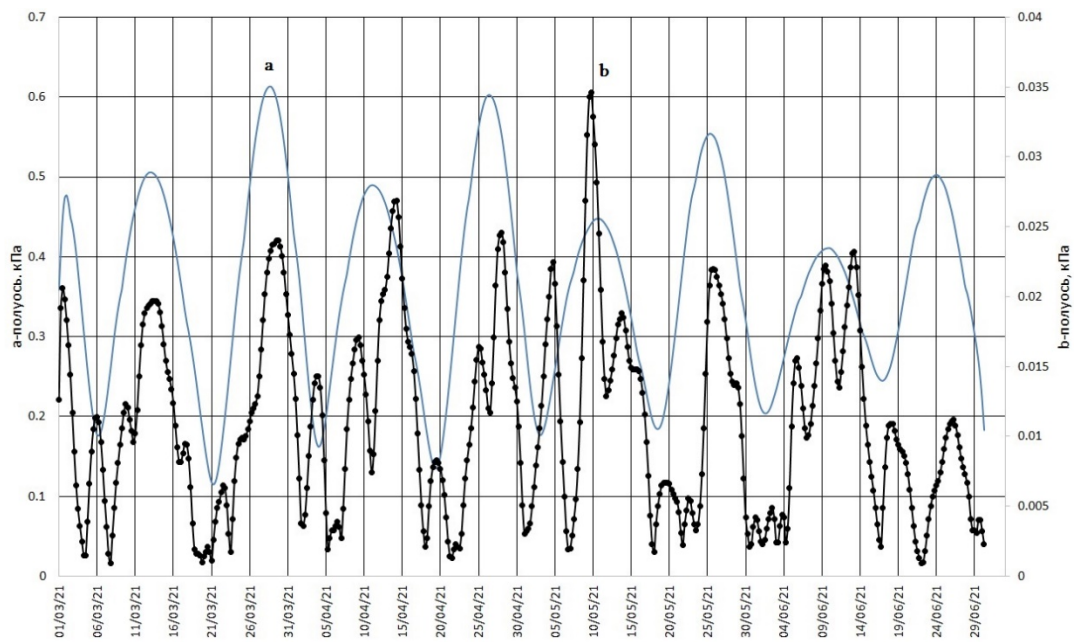


Рис.8. Изменение величины большой  $a$  –полуоси и малой  $b$  –полуоси эллипсов в Марнеули. Март – июнь 2021, кПа, фильтр 12.32-12.52 h

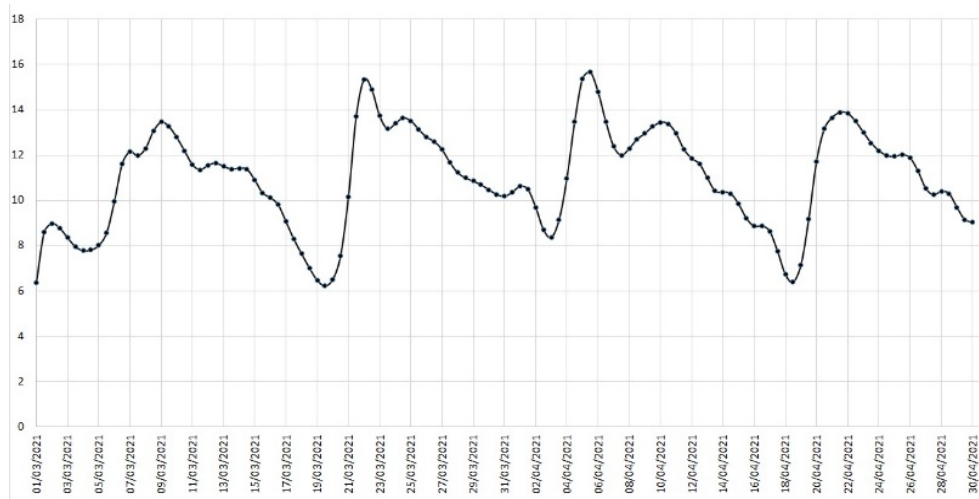


Рис.9. Изменение величины угла наклона эллипсов в Марнеули, градусы 1 марта – 1 июня 2021, фильтр 12.32-12.52 h

Укажем на формулу связи *phase shift* с коэффициентом сжатия эллипса ( $b/a$ ) и его углом наклона  $\alpha$ . Пусть  $a$  и  $b$  - большая и малая полуоси эллипса и  $k = \tan(\alpha)$ , где  $\alpha$  –угол наклона эллипса (рис.1). Если обозначить  $m = k^2$  и  $n = (b/a)^2$ , то *phase shift*  $\varphi$  можно вычислять так

$$\varphi = \arcsin \left( \frac{1 + m}{[(1 + m/n)(1 + mn)]^{1/2}} \right)$$

Доказательство этой формулы приведено ниже.

Примечание. Если движение идет против часовой стрелки (CounterClockWise direction), то  $\varphi$  надо умножить на “-1”. Изучая формулу, отметим также, что если коэффициент сжатия эллипса  $(b/a)=0$ , то  $n = 0$ , далее  $1/n = \infty$ , и тогда  $\varphi = 0$ , т.е. опережения или отставания воды не будет.

## Заключение

Для вычисления задержек или опережения реакции воды на гравитацию (*phase shift*) для скважин Грузии к системе X-‘tidalZ’, Y-‘minus water’ был применен метод эллипса. Исходные данные предварительно подвергались фильтрации в интервале 12.32-12.52 h. При этих условиях в рассматриваемых скважинах графики *phase shift* изменяются единообразно: практически одновременно увеличивают и уменьшают свои значения. Отрицательные значения *phase shift* (запаздывание) наблюдаются в трех скважинах в случае, когда величина гравитации становится меньше порогового значения. Для 4й скважины, Кобулет, запаздывание воды происходит постоянно.

Амплитуда размаха графика *phase shift* в скважине Они больше, чем в Накалакеви. Амплитуда размаха в скважине Накалакеви больше, чем у Марнеули. Неясно, есть ли связь величины амплитуды размаха графика *phase shift* с чувствительностью скважины, но известно, что скважина Они примерно 2.7 раза значительнее реагирует на землетрясения, чем Накалакеви. Станция Накалакеви чувствительнее на землетрясения, чем Марнеули.

Приводится формула связи *phase shift* с углом наклона эллипса и его коэффициентом сжатия, а также величин большого и малого полуосей эллипса. Указывается на периодические, прогнозируемые, и непериодические компоненты этой формулы.

### Связь *phase shift* $\varphi$ с параметрами эллипса

Взяв за основу [Vinogradov et al.,2017,рис.5], после некоторых преобразований получаем, что *phase shift*  $\varphi = \arcsin(OA/OB)$ , где *OA* есть *x*-координата повернутого эллипса при  $y = 0$ , и *OB* – максимальный размах (рис.1). Допустим, имеем старую XY и новую X’Y’ системы координат. Свяжем  $\varphi$  с параметрами эллипса и с его углом наклона  $\alpha$  к старой системе координат. Каноническое уравнение эллипса:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

Здесь *a* и *b* - большая и малая полуоси эллипса. Коэффициентом сжатия эллипса называют величину  $b/a$ . Для любой точки *M* координата  $(x',y')$  новой системы связана с координатой  $(x,y)$  старой системы уравнениями

$$x' = x * \cos(\alpha) + y * \sin(\alpha); \quad y' = -x * \sin(\alpha) + y * \cos(\alpha) \quad (2)$$

**Этап 1.** Вычисление *OA*.

Если  $y=0$ , то  $x' = x * \cos(\alpha); \quad y' = -x * \sin(\alpha) \quad (3)$

Если в уравнении (1) вместо *x* и *y* записать  $x'$  и  $y'$ , далее заменить их формулами (3), то

$$\left(\frac{x' + y' \sin \alpha}{\cos \alpha}\right)^2 + \left(\frac{-x' + y' \sin \alpha}{\sin \alpha}\right)^2 = 1; \quad x'^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha}{a^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{b^2}\right) = 1$$

$$x'^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{b^2}\right) = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad x'^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{b^2}\right) = 1 + \sin^2 \alpha$$

Если обозначить  $\sin \alpha = k$ , где *k* - коэффициент наклона новой системы к старой, то

$$x'^2 = (1 + k^2) / \left(\frac{b^2 + a^2 k^2}{a^2 b^2}\right) = (1 + k^2) / \left(\frac{1 + (ak/b)^2}{a^2}\right)$$

$$x'^2 = a^2 * \frac{1 + k^2}{1 + (ak/b)^2} \quad (4)$$

В нашей системе XY (где X='tidal', Y='minus water') *phase shift*  $\varphi$  определяется как  $\varphi = \arcsin(OA/OB)$  для  $y = 0$ .

**Этап 2.** Вычисление  $OB$ .

При подсчете  $OB$  отметим:  $CB$  - касательная к эллипсу под углом  $\angle OCB = 90^\circ - \alpha$ .

Существует формула для нахождения на горизонтально расположенном эллипсе точки  $(x_1, y_1)$ , через которую можно провести касательную с заранее заданным наклоном  $k = \text{tg}(\alpha)$ . Она такая:

$$x_1 = \pm k a^2 / (k^2 a^2 + b^2)^{1/2} \text{ и } y_1 = \mp b^2 / (k^2 a^2 + b^2)^{1/2}$$

В этих формулах необходимо заменить  $k$  на  $1/k$ , поскольку у нас угол  $90^\circ - \alpha$  и

$$\text{tg}(90^\circ - \alpha) = \text{ctg}(\alpha) = \frac{1}{\text{tg}(\alpha)} = 1/k$$

Тут  $(x_1, y_1)$  в новой системе координат. При переходе к старой системе координат, повернув горизонтальный эллипс на угол  $-\alpha$ , получим

$$x_2 = x_1 * \cos(\alpha) - y_1 * \sin(\alpha) = a * \cos(\alpha) * (1 + (kb/a)^2)^{1/2}$$

Очевидно, что  $OB = x_2$ .

**Этап 3.** Вычисление  $\varphi = \arcsin(OA/OB)$ .

Поскольку  $OA = x_0$ , и  $\cos(\alpha) = 1/\sqrt{1+k^2}$  в силу соотношений между  $\cos(\alpha)$  и  $\text{tg}(\alpha)$ , то

$$\frac{OA}{OB} = \frac{x_0}{x_2} = \frac{1+k^2}{(1+(ak/b)^2)^{1/2}(1+(bk/a)^2)^{1/2}}$$

Если обозначить  $m = k^2$  и  $n = (b/a)^2$ , то

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{1+m}{[(1+m/n)(1+mn)]^{1/2}}\right)$$

или так

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{1+m}{[1+m(n+1/n)+m^2]^{1/2}}\right)$$

Примечание. Если движение идет против часовой стрелки, то  $\varphi$  надо умножить на “-1”.

#### REFERENCES - ЛИТЕРАТУРА

1. Hsieh P.A., Bredehoeft J.D., Farr J.M. Determination of aquifer transmissivity from earth tide analysis, Water Resour. Res., 23, 1987, pp.1824–1832.
2. Alle`gre V., Brodsky E.E., Xue L., Nale S.M., Parker B.L., Cherry J.A. Using earth-tide induced water pressure changes to measure in situ permeability: A comparison with longterm pumping tests, Water Resour. Res., 52, 2016, pp. 3113–3126, doi:10.1002/ 2015WR017346.
3. Wang C.-Y., Doan M.-L., Xue L., Barbour A. J. Tidal response of groundwater in a leaky aquifer— Application to Oklahoma. Water Resources Research, 54, 2018, pp. 8019–8033. <https://doi.org/10.1029/2018WR022793>.
4. Vinogradov E., Gorbunova E., Besedina A., Kabychenko N. Earth Tide Analysis Specifics in Case of Unstable Aquifer Regime. Pure Appl. Geophys. Springer International Publishing AG, 2017, DOI 10.1007/s00024-017-1585-z.
5. Gao X., Sato K., Horne R. N. General solution for tidal behavior in confined and semiconfined aquifers considering skin and wellbore storage effects. Water Resources Research, 56, 2020, e2020WR027195. <https://doi.org/10.1029/2020WR027195>.



# ФАЗОВЫЙ СДВИГ РЕАКЦИИ ВОДЫ НА ГРАВИТАЦИЮ В СКВАЖИНАХ ГРУЗИИ

Кобзев Г.Н., Меликадзе Г.И., Джимшеладзе Т.Дж.

## Реферат

Для глубоких скважин Грузии вычисляются изменения во времени величины фазового сдвига между уровнем воды и гравитацией. Для этих целей используется метод эллипса. Приводится формула связи фазового сдвига с параметрами эллипса.

**Ключевые слова:** фазовый сдвиг, уровень воды, гравитация, метод эллипса.

## საქართველოს ჭაბურღილებში წყლის დონის გრავიტაციაზე რეაქციის ფაზური წანაცვლების განსაზღვრა

კობზევი გ., მელიქაძე გ., ჯიმშელაძე თ.

## რეზიუმე

საქართველოში არსებული ღრმა ჭაბურღილებისათვის განისაზღვრა წყლის დონესა და გრავიტაციას შორის ფაზური წანაცვლების დროში ცვლილება. ამ მიზნისათვის გამოყენებულ იქნა ელიფსების მეთოდი. სტატიაში მოყვანილია ფორმულა, რომელიც გვიჩვენებს ფაზურ წანაცვლებასა და ელიფსის პარამეტრებს შორის კავშირს.

**საკვანძო სიტყვები:** ფაზური წანაცვლება, წყლის დონე, გრავიტაცია, ელიფსის მეთოდი.

## PHASE SHIFT OF WATER RESPONSE TO GRAVITY IN GEORGIAN WELLS

Kobzev G., Melikadze G., Jimsheladze T.

## Abstract

For deep wells in Georgia, time changes in the magnitude of the phase shift between water level and gravity are calculated. For these purposes, the ellipse method is used. A formula for the relationship between the phase shift and the ellipse parameters is given.

**Key words:** phase shift, water level, gravity, ellipse method.