

კ ვიკრუს ობ ინტერპოლიციონნის ფორმულას ვი თეორიას ტურბულენტიანი ატმოსფერის

ა. ი. გვლესიანი, ნ. გ. კავთარია, ე. თ. ბაზერაშვილი,
 ნ. შ. მჭედლიშვილი

1. ვი რიკთა გეიზენბერგის, კარმანის, ნოვიკოვის დრ. პრედპრინიკმალსა პოპუტიკა ობოიციონის კლასიკის თეორიას იზოტროპიული ტურბულენტიანობის კოლმოგოროვი-ობუხოვი ს ოხვათი ინერციონიანი დი ვიკოვი, ა თაკვე დრუიკი პოდიბლასთის, ი - ოთ პოდიბლასთი ნაიბოლეს კრუნიკი ვიკრეი დო ვიკოვი პოდიბლასთი ვიკლიტილნი [1-9]. სოგლასო ფორმულას ნოვიკოვი დიას სპექტრალნიი პლოტიკი კინეტიკის ენერგიას, ოპისვიაოიქ ვესი ინტერვალ რავნოვისი - ინერციონიანი დი ვიკოვი პოდიბლასთი სპექტრის ტურბულენტიანობის - დი რეზულტატას [2, 3] დიას ინერციონიანი ინტერვალის, ოპისვიაოიქ ფლუკტუირუიციონი პოლე კინეტიკის ენერგიას ნეიტრალნიი ატმოსფერის, იმეეს ფორმულას, სოთვესტვიაოიქ:

ინერციონიანი პოდიბლასთი

$$E(k) = \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad (1)$$

$$E(k, t) = (\delta/9\alpha)^{2/3} \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad E(k, t) = 0,25 \alpha^2 \varepsilon^2 v^{-4} k^{-7}; \quad (2)$$

ინტერპოლიციონნიი ფორმულას, სოთვესტვიაოიქ ინერციონიანი-ვიკოვი პოდიბლასთი:

$$E(k, t) = (8/9\alpha)^{2/3} (\varepsilon v^5)^{1/4} \frac{(k/k_d)^{-5/3}}{\left[1 + (8/3\alpha^2)(k/k_d)^4\right]^{1/3}}, \quad (3)$$

$$E(k) = \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} e^{-\alpha_n(k/k_d)^2}; \quad E(k) = \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} e^{-b\sqrt{k/k_d}}; \quad (4)$$

გდე $\alpha_n = 2\sqrt{7/3} \approx 1,8$ [1], $b = \sqrt{4,78} \approx 2,2$ [4];

ინტერპოლიციონნიი ფორმულას, სოთვესტვიაოიქ ინტერვალის ნაიბოლეს კრუნიკი ვიკრეი - ინერციონიანი პოდიბლასთი ვიე ვიკოვი პოდიბლასთი [5]

$$E(k, t) = E(k_e, t) \cdot 2^{17/6} \frac{(k/k_e)^4}{\left[1 + (k/k_e)^2\right]^{17/6}}; \quad (5)$$

ინტერპოლიციონნიი ფორმულას, ოპისვიაოიქ ვესი ინტერვალის ოთ ნაიბოლეს კრუნიკი ვიკრეი დო ვიკოვი პოდიბლასთი ვიკლიტილნი, [8],

$$E(k, t) = E(k_e, t) \cdot 2^{17/6} \frac{(k/k_e)^4}{\left[1 + (k/k_e)^2\right]^{17/6}} e^{4\left[(k/k_e)^2 - (k/k_d)^2\right]}; \quad (6)$$

ვი ნიკეპრვიდიმიი ობოიქ ფორმულას ლუიხეს ვიკლიტილნი კარაქტერიკი მასშტაბის პოდიბლასთი [8]

$$E(k, t) = E(k_e, t) \cdot 2^{17/6} \frac{(k/k_e)^4 (k/k_d)^{2\frac{4}{3}}}{\left[1 + (k/k_e)^2\right]^{17/6}} e^{4\left[(k/k_e)^2 - (k/k_d)^2\right]}, \quad (7)$$

გდე k - ვილნიკოვი კილი k_e - ვილნიკოვი კილი, სოთვესტვიაოიქ მასშტაბის პოდიბლასთი ენერგოსიკრუნიკი ვიკრეი, $k_d = 1/l_0$ - ვილნიკოვი კილი დისიპირუიციონი ვიკრეი, ნი გრანიკე პერეოდა იზი ინერციონიანი პოდიბლასთი ვი ვიკოვი პოდიბლასთი, l_0 - მასშტაბი კოლმოგოროვი; ε -

скорость диссипации кинетической энергии; N – скорость диссипации тепла; c_A – пульсация скорости альфвеновской волны.

2. Для проводящей атмосферы магнитные турбулентные вихри в инерциальной подобласти и интервале инерциальная-вязкая подобласти соответственно распределены по закону:

$$E_A(k) = \alpha_A \varepsilon^{1/2} c_A^{1/2} k^{-3/2}, \quad E_A(k) = \alpha_A \varepsilon^{1/2} c_A^{1/2} k^{-3/2} e^{-\alpha_A (k/k_d)^3}, \\ E(k) = \alpha_{1A} \varepsilon^{1/2} c_A^{1/2} k^{-3/2} e^{-b\sqrt{k/k_d}}. \quad (8)$$

Используя известные соотношения:

$$\frac{3}{2} v^2 = \int_0^{k_0} E(k) dk, \quad \varepsilon(t) = -\frac{3}{2} \frac{dv^2}{dt} = 2v \int_0^{k_0} k^2 E(k, t) dk \quad (9)$$

и формулы (1) и (8), в инерционном интервале для нейтральной атмосферы и для плазменной среды соответственно имеем:

$$\varepsilon = \alpha^{-3/2} v^3 k_0, \quad \varepsilon = (27/8) \alpha^3 v^3 k_0^4, \quad l_0 = (v^3 / \varepsilon)^{1/4}; \quad (10)$$

$$\varepsilon = \frac{9}{16} \alpha^{-2} c_A^{-1} v^4 k_0, \quad \varepsilon = \left(\frac{4}{3} \alpha v c_A^{1/2} \right)^2 k_0^3, \quad l_0 = \left(\frac{4}{3} \alpha c_A^{1/2} \right)^{2/3} \left(\frac{v^2}{\varepsilon} \right)^{1/3}; \quad (11)$$

Из формулы для времени жизни диссипирующей турбулентности $\tau_t = E / \varepsilon$, где $E \sim v^2$, и из выражений (3) и (4), с использованием результатов [5 - 8], при наличии подобласти плавучести, где $\varepsilon = \varepsilon_0 \left[1 + (k/k_b)^{-4/3} \right]^{3/2}$, $k_b = \omega_b^{3/2} \varepsilon_0^{-1/2}$, ω_b – частота Брента-Вяйсяля, для нейтральной атмосферы и для плазменной среды соответственно будем иметь:

$$\varepsilon = \alpha^{-3/2} v_b^2 \omega_b, \quad \tau_t = \alpha^{3/2} \omega_b^{-1}, \quad \text{где } \alpha^{3/2} \approx 2, \quad (12)$$

$$\varepsilon = (3/4) \alpha^{-2} c_A^{-1} v_b^3 \omega_b, \quad \tau_t = (4/3) \alpha^2 c_A v_b^4 \omega_b^{-1}, \quad \text{где } (4/3) \alpha^2 \approx 3. \quad (13)$$

Для вязкой подобласти (4), (8) интегралы в формулах (9) берутся аналитически точно:

$$\varepsilon(t) = -2v \alpha_A \varepsilon^{1/2} c_A^{1/2} \int_0^{k_0} k^{1/2} dk = -\frac{4}{3} v \alpha_A \varepsilon^{1/2} c_A^{1/2} k_0^{3/2}; \quad (14)$$

$$\varepsilon(t) = -2v \alpha_{1A} \varepsilon^{1/2} c_A^{1/2} \int_0^{k_0} k^{1/2} e^{-b\sqrt{k/k_d}} dk = 20b^{-3/2} v \alpha_{1A} \varepsilon^{1/2} c_A^{1/2} k_0^{3/2} (1 - e^{-b}). \quad (15)$$

Как видим, в вязкой подобласти скорость диссипации кинетической энергии $\varepsilon(t)$ в $225b^{-3}(1 - e^{-b})^2 \approx 17,7 \approx 18$ раз превосходит её значение в инерциальной подобласти, где она фактически постоянна. ($b = \sqrt{4,78} \approx 2,2$; $b^{-3} \approx 0,1$; $e^{-b} \approx 0,11$)

На рис.1 представлены графики нормированных функций спектральных плотностей энергии $E(k)$ от безразмерного волнового числа $k = k/k_d$ согласно формулам (1), (2), (4) и (8). Нас интересует поведение этих функций вблизи $k = k/k_d = 1$, границы между инерционной и вязкой подобластями. На рис. 2 приведены кривые зависимости $f(k)$ экспоненциальных поправочных множителей Новикова и Гранта-Стоарта-Муалье (4) к классическому закону Колмогорова-Обухова (1), обеспечивающих продолжение в вязкую подобласть.

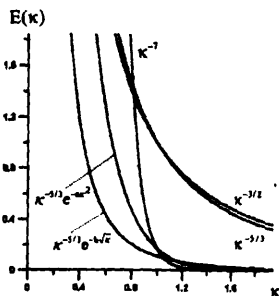


Рис. 1. Поведение спектральных функций в области универсального равновесия.

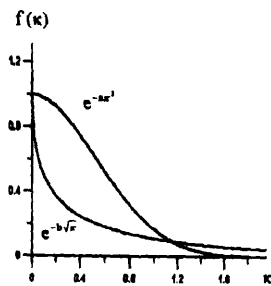


Рис. 2. Теоретическая новиковская [1] и эмпирическая [4] поправки на вязкость.

3. Сопоставление настоящих результатов с экспериментальными измерениями флуктуаций концентрации плазмы, обусловленных турбулентностью атмосферы в мезосфере и нижней термосфере (D-E области), а также с данными, полученными на уровнях F-области ионосферы [12, 13], говорит в пользу колмогоровской теории развитой турбулентности в инерционной подобласти, в то же время в первом случае (D-E области) автор [12] склоняется в пользу гейзенберговского закона “-7” в вязкой подобласти. Однако, согласно нашим расчётам, к реальной картине ближе оказывается новиковская поправка на вязкость. Корректнее при анализе флуктуаций плазменной концентрации на уровнях E-F областей представляется рассмотрение спектральной плотности флуктуаций давления $E_p(k) = \alpha_p \rho^2 e^{4/3} k^{-7/3}$ [9, 10].

Литература

1. Новиков Е. А. О спектре энергии турбулентного потока несжимаемой жидкости. ДАН СССР, 1961, т. 139, №2, с. 331.
2. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. ДАН СССР, 1941, т. 30, с.299 -303.
3. Heisenberg W. Z. On the theory of statistical and isotropic turbulence. Proc. Roy. Soc. 1948, A195, № 1042, p.402 ; Z. Physik, 1948, v. 124, p. 628.
4. Grant H. L., Stewart R. W., Moilliet A. Turbulence spectra from a tidal channel. J. Fluid Mech. 1962, v. 12, N 2, p. 241.
5. von Karman Th. Progress in the statistical theory of turbulence. Proc. Natl. Acad. Sci. Wash. U.S., 1948, v. 34, p. 530.
6. Townsend A.A. On the fine-scale structure of turbulence, Proc. Roy.Soc. London. 1951, v. 208A, p. 534.
7. Хинце И.О. Турбулентность, её механизм и теория. М.: ФМ, 1963, 680с.
8. Gvelesiani A. The energy spectral density of the turbulent mesosphere and lower thermosphere. J. Georgian Geophys. Soc., 2001, v. 6B, pp. 68 – 75.
9. Gvelesiani A. The generalized semiempirical model of the turbulent mesosphere and lower thermosphere. J. Georgian Geophys. Soc., 2001, v. 6B, pp. 76 – 83.
10. Gvelesiani A. The semiempirical model of the turbulent plasma medium. J. Georgian

Geophys. Soc., 2003, v. 8B, pp. 136 - 139.

11. Gvelesiani A., N. Kavtaria. To the classic theory of the turbulence buoyancy subrange. J. Georgian Geophys. Soc., 2003, v. 8A, pp. 120 - 124.
12. Sinha H.S. Plasma density irregularities in the equatorial D-region produced by neutral turbulence. J. Atmos. Terr. Phys., 1992, v. 54, № 1, p. 49.
13. Raizada S., Sinha H.S.S. Some new features of electron density irregularities over SHAR during strong spread F. Ann. Geophysicae, 2000, v. 18, pp. 141 - 151.
14. Бэтчелор Дж. К. Теория однородной турбулентности. М.: ИЛ, 1956, 198 с.

ატმოსფეროს ტურბულენტობის თეორიის ინტერპოლაციური ფორმულების საკითხისათვის

ა. გველესიანი, ნ. ქავთარია, ე. ბაზერაშვილი,
ნ. მჭედლიშვილი

რეზიუმე

ორიგინალურ და ცნობილ ინტერპოლაციურ ფორმულებზე დაყრდნობით გაანალიზებულია ფაზური სივრცის ქვეფენებს შორის გარდამავალ არეებში სპექტრალური ფუნქციების სიმკვრივების ყოფაქცევის თავისებურებანი ნეიტრალურ და გამტარ ატმოსფეროს შემთხვევაში. რიცხვითი გამოთვლების შედეგები წარმოდგენილია გრაფიკების სახით.

To the problem of interpolation formulas of the turbulent atmosphere theory

A. Gvelesiani, N. Kavtaria, E. Bazerashvili, N. Mtchedlishvili

Abstract

On the basis of suggested generalized classic semi-empirical theory of turbulent plasma mediums it is given analysis of behaviour of different turbulent layers of the neutral and electroconductive atmosphere. Results of the numerical calculations are given in a graphic form.