მიხეილ ნოდიას სახ. გეოფიზიკის ინსტიტუტის შრომები, ტ. LXV, 2015
Transactions of Mikheil Nodia Institute of Geophysics, vol. LXV, 2015
Труды Института геофизики им. М. Нодиа, т. LXV, 2015

ГЕНЕРАЦИЯ КРУПНОМАСШТАБНОГО ЗОНАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ЗАМАГНИЧЕННЫМИ ВОЛНАМЫ РОССБИ В ДИССИПАТИВНОЙ ИОНОСФЕРЕ, УПРАВЛЯЕМОЙ ФОНОВЫМ СДВИГОВЫМ ТЕЧЕНИЕМ (ВЕТРОМ)

[1,2]Абурджаниа Г.Д., [2]Харшиладзе О.А., [1,2]Чаргазиа Х.З.

[1]*Институт прикладной математики им. И.Векуа Тбилисского государственного университета им И. Джавахишвили*
[2]*Институт геофизики им. М. Нодиа Тбилисского государственного университета им. И. Джавахишвили*

Работа посвящена проблеме теоретического описания генерации зонального течения в турбулентной ионосфере, управляемой фоновым неоднородным ветром. Получено обобщенное уравнение типа Чарны-Обухова, описивающее нелинейное взаимодействие пяти разномасштабных мод: первичного, относительно коротковолнового ультранизкочастотного (УНЧ) замагниченного волны Россби (ЗВР) (волны накачки), двух сателлитов ЗВР, длинноволновой зональной моды и крупномасштабного фонового сдвигового течения (неоднородного ветра). Исследована роль нелинейных (скалярных, векторных) эффектов в формировании крупномасштабных зональных течений замагниченными волнами Россби конечной амплитуды в диссипативной ионосфере. Использован модифицированный параметрический подход. На основе теоретического анализа соответствующей системы уравнений для аплитуд возмущений (обобщенной задачи на собственное значение) выявлены новые особенности перекачки энергии относительно мелкомасштабных УНЧ ЗВР и фонового сдвигового течения в энергию крупномасштабных зональных течений и нелинейной самоорганизации пяти волновой коллективной активности в ионосферной среде. Генерация зонального течения обусловлена напряжением Рейнольдса замагниченой волны Россби конечной амплитуды и воздействием фонового сдвигового течения.

1. ВВЕДЕНИЕ

В ионосферной среде, в отличие от низких слоев атмосферы, при изучении динамики крупномасштабных планетарных процессов необходимо учитывать неоднородность, нестационарность ветрового процесса, турбулентное состояние нижней ионосферы и влияние неоднородных электромагнитных сил. Эти факторы, которые из-за малой плотности среды в ионосфере и сравнительно большой проводимости ионосферного газа особенно сильно выражены и могут вызвать значительные отклонения действительного ветра (обычной планетарной волны Россби) от геострофического. Следовательно, общая циркуляция в ионосфере должна иметь специфические особенности, отсутствующие в условиях тропосферы.

Действие геомагнитного поля приводит, с одной стороны, к индукционному затуханию планетарных волн типа Россби, связанных с педерсеновской или поперечной (по отношению к магнитному полю) проводимостью, а с другой – к гигроскопическому эффекту, обусловленному холловской проводимостью ионосферы и действующему на возмущения подобно силе Кориолиса. В результате совместного действия пространственно-неоднородных кориолисовой и электродинамической (связанной с геомагнитным полем) сил в ионосфере может существовать новый тип волн, физически отличающийся от обычной волны Россби, который можно назвать замагниченными волнами Россби (ЗВР) или волнами типа Россби [1,2].

Результаты многолетних наблюдений [3-5] показывают, что в атмосферно-ионосферных слоях постоянно присутствуют фоновые пространственно-неоднородные зональные ветры – сдвиговые течения – обусловленные неравномерным нагревом атмосферных слоев солнечной радиацией. В связи с этим, актуальным становится задача оособенности динамики эволюции обычной и замагниченной волн Россби в разных слоях атмосферы при их взаимодействии с фоновым неоднородным зональным ветром (сдвиговым течением) [6].

Интерес к сдвиговым течениям вообще обусловлен их повсеместной реализацией как в околоземном пространстве (как уже отмечалось выше) и астрофизических объектах (в галактиках, звездах, струйных выбросах, мировом океане и т.д.), так и в лабораторных и технических устройствах (нефтепроводах, газопроводах, в плазменных магнитных ловушках, магнитогидродинамических генераторах и т.д.). Сдвиг скорости в течениях является мощным источником разнообразных энергоёмких процессов в сплошной среде.

Циркуляция земной атмосферы и океана, усредненная по большим пространственным масштабам, характеризуется синоптическими волновыми структурами типа Россби (антициклонов, циклонов и др.), а также тесно связанными с нними крупномасштабными, аксиально-симметричными зональными ветрами. Характерные масштабы синоптического движения ($10^2 - 10^4$ km) существенно превишают высоту атмосферы. Это дает возможность описывать синоптические движения как волны в приближении $\beta-$плоскости. Частотный диапазон планетарных волн типа замагниченной Россби ($10^{-5} - 10^{-3}$) s^{-1} охватывает ультранизкочастотный (УНЧ) регион возмущений. УНЧ планетарные волновые структуры дрейфуют в разных слоях атмосферы со скоростью порядка ($1-10^2$) m s^{-1}. Среди них особое внимание следует уделять возмущениям типа Россби, распространяющимся вдоль параллели на фиксированных широтах [2, 7].

УНЧ планетарные волны играют существенные роли в процессе общей циркуляции и переноса энергии в атмосфере, ионосфере, океана [3,4,8]. В последнее время уделяется все возрастающее внимание исследованию генерации крупномасштабных зональных структур, оказывающих большое влияние на процессы переноса в атмосфере [9], замагниченной плазме [10], в ряде астрофизических объектов [11]. Возбуждение анизотропных крупномасштабных структур, таких как конвективные ячейки, зональные течения, стриммеры и струйные течения относительно мелкомасштабной турбулентности интенсивно исследуются как в лабораторной плазме [10, 12-15], так и в геофизических и астрофизических течениях [11,16-18].

Известно, что при присутствии в среде фонового сдвигового течения происходит усиление/генерация волновых возмущений разных масштабов, и в их динамике существенную роль начинают играть нелинейные эффекты [19-21]. А нелинейное взаимодействие волн разных масштабов между собой и со средой может генерировать разнообразные нелинейные структуры, в том числе относительно крупномасштабные зональные течения [10,17, 22].

По-видимому, идея о генерации крупномасштабного зонального течения тропосферной волной Россби на базе кинетического уравнения для волновых пакетов исходит из работы [23]. Теория генерации зонального течения волнами Россби далее были развиты в работах [14, 24], используя параметрический формализм на основе трехволнового нелинейного взаимодействия.

Необходимо различать зональное течение от фонового сдвигового течения, генерируемого внешними источниками в ионосфере. Этот последний возникает и сохраняется в среде даже при отсутствии турбулентного движения (солнечным нагревом, магнитным штормом и др.), тогда как зональное течение генерируется и управляется лишь процессами нелинейного волнового взаимодействия (из-за модуляционной неустойчивости) [10,15, 22]. В отличие от статического фонового течения, зональное течение имеет более сложную, возможно случайную пространственную структуру. Для ясности заметим, что характерные размеры зонального течения L_{ZF}, фонового сдвигового течения L_{MF} и начальной волны накачки L_{PW} удовлетворяют соотношению – $L_{MF} >> L_{ZF} >> L_{PW}$, где $L_{PW} \sim k^{-1}$ характерная длина, а k волновое число волны накачки-ЗВР.

В естественных условиях в ионосферной среде одновременно могут присутствовать как относительно мелкомасштабные распространяющиеся ЗВР, крупномасштабные зональные течения и более крупномасштабные фоновые сдвиговые течения, которые могут вступить в сложные нелинейные взаимодействия между собой и со средой. В связи с этим, актуальным становится задача исследования особенностей коллективной активности в такой динамической системе–иерархического взаимодействия разномасштабных возмущений. В данной работе исследуется влияние фонового сдвигового течения на генерацию крупномасштабного зонального течения модуляционно неустойчивого замагниченного волной Россби в диссипативной ионосфере.

Соответственно, целью настоящей работы является теоретическое исследование особенностей генерации, интенсификации и самоорганизации УНЧ планетарных замагниченных волновых структур типа Россби в виде крупномасштабных зональных течений в разных атмосферно-ионосферных слоях, обусловленных присутствием фоновых зональных неоднородных ветров (сдвиговых течений). В разделе 2 разъясняется модель среды и приводятся основные гидродинамические уравнения для нижней ионосферы. В разд. 3 выводится модельное динамическое нелинейное уравнение типа обобщенного уравнения Чарни-Обухова, описывающее взаимодействие планетарных замагниченных волн типа Россби с фоновым сдвиговым течением для D, E, F-регионов диссипативной ионосферы. Используя прямой метод временного и пространственного разделения относительно мелкомасштабного турбулентного колебания ЗВР и крупномасштабного зонального и сдвигового течений на базе полученных динамических уравнений в разд. 4 выводятся уравнения для взаимосвязанных мелко и крупномасштабных возмущений и строится задача на собственное значение для генерируемой зональнной моды. В разд. 5 анализируются особенности параметрической-модуляционной неустойчивости зонального течения. Обсуждения полученных результатов проводятся в разделе 6.

2. МОДЕЛЬ СРЕДЫ И ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В данной работе нас будут интересовать, в основном, крупномасштабные (планетарные) волновые движения в ионосферной среде (состоящей из электронов, ионов и нейтральных частиц), имеющие горизонтальный пространственный масштаб L_h порядка 10^3км и выше, вертикальный масштаб L_v порядка шкалы высот H_0 ($L_v \approx H_0$) и временный масштаб τ порядка полусуток и выше. Именно такие движения связаны с глобальными распределениями структуры ионосферы и ее крупномасштабными вариациями – суточными, сезонными, 27- дневными и т.д. Согласно экспериментальным данным [3-6] в ионосферных крупномасштабных движениях отношение характерной вертикальной скорости V_v к горизонтальной V_h мало: $V_v / V_h \le L_v / L_h < 10^{-2}.$ Из этого соотношения следует, что крупномасштабные движения в ионосфере в основном являются квазигоризонтальными. Причем, динамические свойства такой среды и движения определяются нейтральной компонентой, поскольку выполняется условие $N_{e,i} / N_n << 1$ (где N_e, N_i, N_n- концентрация электронов, ионов и нейтральной компоненты соответственно). Присутствие же заряженных частиц обусловливает электропроводность рассматриваемой среды.

Из теоретически возможных ионосферных крупномасштабных волновых движений мы выделим класс возмущений, для которых эффективное магнитное число Рейнольдса $R_{эфф} \approx 4\pi\sigma_{эфф} V \cdot L \cdot c^{-2} << 1$ (где $\sigma_{эфф}$ есть эффективное значение проводимости для ионосферы, с – скорость света, $V\ u\ L$ – характерные размеры скорости и возмущений соответственно), что достаточно хорошо выполняется почти вплоть до F- слоя ионосферы [5, 25]. Вследствие этого, для нижней ионосферы, можно пренебречь индуцированным магнитным полем $b \approx R_{эфф} B$ и возникающим при изменении $\mathbf{b}$ вихревым электрическим полем $E_v \sim R_{эфф}(VB)$. Следовательно, для рассматриваемого класса волновых возмущений магнитное поле можно считать заданным и равным внешнему, пространственно-неоднородному геомагнитному полю $\mathbf{B_0}(\mathbf{B} = \mathbf{b} + \mathbf{B_0} \approx \mathbf{B_0}, \mathbf{E_v} \to 0)$. Оно удовлетворяет уравнениям $\mathrm{div}\mathbf{B}_0 = 0,\ \mathrm{rot}\mathbf{B}_0 = 0.$ В подобном безиндукционном приближении достаточно рассматривать лишь возникающие в среде токи $\mathbf{j}$, пренебрегая создаваемым ими магнитным полем. При этом, действие геомагнитного поля $\mathbf{B}_0$ на индукционный ток $\mathbf{j}$ в ионосферной плазме приводит к необходимости учитывать пондермоторную силу $[\mathbf{j} \times \mathbf{B_0}]$ в известных уравнениях динамики ионосферы (помимо сил: давления, Кориолиса и вязкого трения). Наличие этой силы не только модифицирует геострофический ветер (из-за холловских токов), но и вызывает отклонение ветра от геострофического вследствие появления индукционного торможения (из-за педерсеновских токов) в ионосфере Земли, более значительного, чем вязкое торможение, особенно, в F-области [25, 26].

Крупномасштабные возмущения типа Россби в ионосфере, казалось бы, должны описываться на базе уравнений мелкой воды. Однако, при использовании уравнений мелкой воды для атмосферных длинноволновых процессов, атмосфера обычно предполагается баротропной. В действительности, как видно из синоптических карт, это предположение выполняется не всегда. В работе [19] показано, что система уравнений мелкой атмосферы должна учитывать сжимаемость среды.

Исходя из вышесказанного, основные свойства планетарной волны типа Россби в ионосфере целесообразно рассматривать, взяв в качестве исходных уравнение для горизонтальной скорости среды $\mathbf{V}(\mathrm{V_x}, \mathrm{V_y})$, в котором принято, что ускорение определяется градиентом давления, силами Кориолиса, объемным электродинамическм и вязким трениями [3, 4, 25]

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} = -\frac{\nabla P}{\rho} - 2\left[\mathbf{\Omega}_0 \times \mathbf{V}\right] + \frac{1}{\rho}\left[\mathbf{j} \times \mathrm{B}_0\right] + \nu\Delta\mathbf{V}, \tag{1}$$

уравнение неразрывности [19]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\rho + \rho\gamma^{-1} div\mathbf{V} = 0, \tag{2}$$

и уравнение состояния

$$\frac{\partial P}{\partial t}+\left(\mathbf{V}\nabla\right)P+Pdiv\mathbf{V}=0. \qquad (3)$$

Здесь P и $\rho=N_nM$ - давление и плотность среды, M - масса иона или нейтральной частицы (молекулы), $\mathbf{g}$ - ускорение силы тяжести, γ – показатель адиабаты, ν – кинематическая вязкость, $\Delta=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2$ – горизонтальный лапласиан. Пондермоторная сила $\left[\mathbf{j}\times\mathbf{B}_0\right]$ в значительной степени определяет специфику ионосферных движений [1, 2, 7]. Плотность индукционного тока $\mathbf{j}$ определяется из обобщенного закона Ома для ионосферы [26]:

$$\mathbf{j}=\sigma_{\|}\,\mathbf{E}_{d_{\|}}+\sigma_{\perp}\,\mathbf{E}_{d_{\perp}}+\frac{\sigma_H}{B_0}[\mathbf{B}_0\times\mathbf{E}_d], \qquad (4)$$ где

параллельная проводимость (в направлении магнитного поля $\mathbf{B}_0$) $\sigma_{\|}$, педерсеновская или поперечная проводимость (поперек $\mathbf{B}_0$) $\sigma_{\perp}$ и проводимость Холла σ_H определяются следующими выражениями

$$\begin{aligned}
\sigma_{\|}&=e^2N\left(\frac{1}{m\nu_e}+\frac{1}{M\nu_{in}}\right),\\
\sigma_{\perp}&=e^2N\left\{\frac{\nu_e}{m\left(\nu_e^2+\omega_{Be}^2\right)}+\frac{\nu_{in}}{M\left(\nu_{in}^2+\omega_{Bi}^2\right)}\right\}\\
\sigma_H&=e^2N\left\{\frac{\omega_{Be}}{m\left(\nu_e^2+\omega_{Be}^2\right)}-\frac{\omega_{Bi}}{M\left(\nu_{in}^2+\omega_{Bi}^2\right)}\right\}
\end{aligned} \qquad (5)$$

$e, m, \nu_e=\nu_{ei}+\nu_{en}$, $\omega_{Be}=eB_0/m$ - заряд, масса, частота столкновений электронов с ионами и нейтральными молекулами и циклотронная частота электронов, ν_{in} и $\omega_{Bi}=eB_0/M$ соответствующие значения для ионов. Считая ионосферу с высокой степенью точности квазинейтральной, мы пренебрегли электростатической ($\mathbf{E}_e=-\nabla\Phi$, Φ – электростатический потенциал) и вихревой $\mathbf{E}_v$ частями электрического поля. Таким образом, в ур. (2.4) напряженность электрического поля при учете движения среды определяется только лишь динамо-полем [25, 26]

$$\mathbf{E_d}=[\mathbf{V}\times\mathbf{B}_0]. \qquad (6)$$

Поскольку, длина планетарных волн сравнима с радиусом Земли R, мы исследуем такие движения в приближении β – плоскости, специально разработанных для анализа, крупномасштабных процессов [3, 4], в „стандартной” системе координат [27,28]. В этой системе ось x направлена вдоль параллели на восток, ось y – вдоль меридиана на север, а ось z – вертикально вверх (локальная декартовая система координат). При этом дифференциалы dx, dy, dz связаны с параметрами сферической системы координат λ, θ, r следующими приближенными формулами: $dx=R\sin\theta\, d\lambda$, $dy=-R\,d\theta$, $dz=dr$. Скорости соответственно равны $V_x=V_\lambda$, $V_y=-V_\theta$, $V_z=V_r$. Здесь $\theta=\pi/2-\phi$ – коширота, ϕ – географическая широта, λ – долгота, r отсчитывается из центра вдоль радиуса Земли. В дальнейшем примем $V_z=0$ (по отмеченным выше причинам) и геомагнитное поле дипольным $\mathbf{B}_0(\mathrm{B}_{0x},\mathrm{B}_{0y},\mathrm{B}_{0z})$, которое в выбранной системе координат имеет следующие компоненты [25]

$$B_{0x} = 0, \;\; B_{0y} = -B_e \sin\theta', \;\; B_{0z} = -2B_e \cos\theta', \tag{7}$$

где $B_e \approx 3{,}5\times10^{-5}$ Тесла (Тл) – значение индукции геомагнитного поля на экваторе. При этом, полная индукция геомагнитного поля $B_0 = B_e\left(1+3\cos^2\theta'\right)^{1/2}$ и $\theta' = \pi/2-\phi', \phi'$ – геомагнитная широта. В этой же системе координат для компонент вектора угловой скорости вращения Земли $\mathbf{\Omega}_0\left(\Omega_{ox},\Omega_{oy},\Omega_{oz}\right)$ можно записать

$$\Omega_{0x} = 0, \quad \Omega_{0y} = \Omega_0 \sin\theta, \quad \Omega_{0z} = \Omega_0 \cos\theta \; . \tag{8}$$

Далее предполагается, что географические φ и геомагнитные φ' широты совпадают $(\phi=\phi',\theta=\theta')$ и возмущения располагаются возле широты $\phi_0 = \pi/2-\theta_0$.

Замкнутая система уравнений (1) – (8) описывает линейную и нелинейную динамики планетарных волн типа Россби, помимо других ветвей, при их взоимодействии с неоднородным (сдвиговым) зональным течением и геомагнитным полем в сжимаемой диссипативной ионосфере.

3. МОДЕЛЬНОЕ ДИНАМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ВОЛНЫ РОССБИ

Для изучения взаимодействия волн типа Россби с локальным неоднородным зональным ветром, крупномасштабным зональным течением и неоднородным геомагнитным поолем, используем систему уравнений (1)–(8), выделив скорость фонового плоского зонального сдвигового течения (ветра) $\mathbf{V}_0(y): \mathbf{V} = \mathbf{V}_0(y)+\mathbf{V}'(x,y,t), \quad \rho = \rho_0+\rho'(x,y), \quad P = P_0+P'(x,y);$ где величины со штрихом являются возмущенными, а средние (фоновые) значения обозначены индексом нуль (для простоты, далее штрих у возмущенных величин опускаем). Здесь $\mathbf{V}_0(V_{0x},0,0)$ – является скоростью фонового зонального ветра и для горизонтального сдвигового течения дается в виде:

$$\mathbf{V}_0(y) = V_0(y)\,\boldsymbol{e}_x \tag{9}$$

где $V_0(y)$ – пространственно-неоднородная скорость фонового сдвигового течения, которая пока не фиксируется, $\boldsymbol{e}_x$ – единичный вектор, направленный вдоль оси x. ьтотл

Для анализа эволюции волновых возмущений типа Россби необходимо на базе уравнений (1)-(3) построить самосогласованно-упрощенное нелинейное динамическое уравнение.

Итак, рассматриваем ветвь УНЧ возмущений, частоты которых ω много меньше частоты Кориолиса Ω_0, $(\omega \ll \Omega_0)$. При этом, уравнения (1)-(3) можно упростить. Для этого воспользуемся т.н. геострофическим приближением, т.е. разложением по степеням ω/Ω_0. В этом приближении, с помощью уравнения (1) представляем горизонтальную скорость $\mathbf{V}(V_x,V_y)$ в виде:

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V_0}+\boldsymbol{V}^{(1)}+\boldsymbol{V}^{(0)}+\boldsymbol{V}^{\sigma}+\boldsymbol{V}^{\nu}+\boldsymbol{V}^{I}, \tag{10}$$

где

$$\boldsymbol{V}^{(1)} = \frac{1}{\rho\overline{\Omega}}\left[\boldsymbol{e_z}\times\nabla P\right], \; \overline{\Omega} = 2\Omega_{0z}+b_{Hz}; \quad b_{Hz} = \frac{\sigma_H B_0 B_{0z}}{\rho_0 c^2}; \tag{11}$$

$$\boldsymbol{V}^{(0)} = \frac{1}{2\rho_0\Omega_{0z}\overline{\Omega}}\left(-V_0\nabla\left(\nabla\frac{\partial P}{\partial x}\right)+V_0'\frac{\partial P}{\partial x}\boldsymbol{e}_y\right), V_0' = \frac{dV_0}{dy}; \tag{12}$$

$$\boldsymbol{V}^{\sigma} = -\frac{\sigma_{\perp}}{2\rho_0 c^2 \Omega_{0z}}\left(\frac{B_0^2}{\rho_0 \overline{\Omega}}\nabla P + B_0^2 V_y^{(1)}\,\boldsymbol{e}_x\right); \qquad (13)$$

$$\boldsymbol{V}^{\nu} = \frac{\nu}{2\rho_0 \Omega_{0z}\overline{\Omega}}\nabla(\Delta P); \qquad (14)$$

$$\boldsymbol{V}^{I} = -\frac{1}{2\rho_0 \Omega_{0z}\overline{\Omega}}\left\{\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0 \overline{\Omega}}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\right)\right\}\nabla P; \qquad (15)$$

Здесь $\mathbf{e_x}, \mathbf{e_y}, \mathbf{e_z}$ обозначают единичные векторы вдоль осей x, y, z, соответственно. Из второй формулы (11) видно, что присутствие геомагнитного поля приводит к изменению характерной частоты вращения частиц $\Omega_{0z} \to \Omega_{0z} + b_{Hz}$, т.е. к изменению гироскопического свойства среды, обусловленной холловской проводимостью. Сила, связанная с холловскими токами действует на движение подобно силе Кориолиса.

Для простоты, далее мы будем предполагать, что $\gamma \to \infty$ и $\rho = const$ (т.е. для рассматррываемых крупномасштабных возмущений среду считаем несжимаемой). Тогда подставляя (10)-(15) в уравнение состояния среды (3), получаем нелинейное уравнение, описывающее динамику замагниченной волновой структуры типа Россби в ионосфере:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + V_0(y)\frac{\partial}{\partial x}\right)(P - \Delta P) + (V_R + V_0'')\frac{\partial P}{\partial x} - b_{\perp 0}\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} - b_{\perp z}\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \nu \Delta^2 P =$$

$$= -V_R P\frac{\partial P}{\partial x} + J\left(P, \Delta P\right). \qquad (16)$$

Здесь введены следующие параметры и безразмерные переменные:

$$\begin{aligned}
&\tau = 2\Omega_{0z}t; \quad P = P/P_0; \quad x,y = (x,y)/r_R; \quad \alpha+\beta = \partial\overline{\Omega}/\partial y, \quad \alpha+\beta = (\alpha+\beta)r_R/\overline{\Omega};\\
&V_0 = V_0/(2\Omega_{0z}r_R); \quad b_{\perp 0} = \sigma_{\perp}B_0^2/(\rho_0 c^2), \quad b_{\perp 0} = b_{\perp 0}/(2\Omega_{0z}); \qquad (17)\\
&b_{\perp z} = \sigma_{\perp}B_{0z}^2/(\rho_0 c^2), \quad b_{\perp z} = b_{\perp z}/(2\Omega_{0z}); \quad \nu = \nu/(2\Omega_{0z}r_R^2);\\
&V_0'' = d^2V_0/dy^2; \quad J(a,b) = \partial a/\partial x\cdot\partial b/\partial y - \partial a/\partial y\cdot\partial b/\partial x;
\end{aligned}$$

Уравнение (16) представляет собой обобщенное уравнение Чарни-Обухова-Хасегава-Мимы, описывающее взаимодействие замагниченной волны Россби с неоднogродным зональным ветром в ионосферной среде и динамику дрейфовых волн в магнитоактивной плазме со сдвиговым течением. В правой части уравнении (16) содержится два типа нелинейностей: слагаемое пропорциональное $(\alpha+\beta)P\partial P/\partial x$ называется скалярной нелинейностью (или нелинейностью типа Кортевега- де Вриза (КДВ)), обусловленной неоднородностью частоты вращения Земли ($\sim\beta$) и геомагнитного поля ($\sim\alpha$). Второе слагаемое со скобкой Пуассона или Якобиана $J(P,\Delta_{\perp}P)$ называется векторной или вихревой нелинейностью, которая обычно появляется для вращающейся жидкости и замагниченной плазменной среды [19, 20]. Следует заметить,что в уравнение (16) члены с $b_{\perp 0}$ и $b_{\perp z}$ обусловлены поперечной-педерсеновской проводимостью ионосферы и вызывает индукционное затухание волновых структур.

Здесь введены обозначения

$$r_R = (P_0/\rho_0)^{1/2}(2\Omega_{0z}\overline{\Omega})^{-1/2}, \qquad (18)$$

баротропный радиус Россби-Обухова для ионосферы, модифицированный геомагнитным полем;

$$V_R = -(\alpha + \beta) r_R^2, \tag{19}$$

так называемая модифицированная геомагнитным полем скорость Россби для ионосферной среды. Обобщенное уравнение Чарни-Обухова для обычной волны Россби (для случая $V_0 = 0,\ \alpha = 0,\ B_0 = 0$) впервые было получено Петвиашвили [29].

Согласно формуле (11) видно, что давление P в уравнение (16) выступает в качестве функции тока ($\nabla \times V = \Delta P \cdot \boldsymbol{e}_z$).

Интересно выяснить, как соотносятся друг к другу скалярные и векторные нелинейные члены в уравнении (16). Видно, что векторная нелинейность превышает скалярную при относительно коротких масштабах волновых структур, когда характерный масштаб структуры L меньше, чем, так называемый, промежуточный геострофический радиус r_{ig}:

$$L < r_{ig} = r_R^{2/3} R^{1/3}. \tag{20}$$

С другой стороны со скалярной нелинейностью связана асимметрия – циклон /антициклон в диспергирующей среде [30]. В данной работе мы сохраним оба вида нелинейности и проследим за особенностью влияния скалярной нелинейности на процесс генерации зонального течения в ионосфере.

Вид уравнения (15) сильно зависит от того, для какого ионосферного слоя он записан.

1. Начнем рассмотрение с D-области ионосферы, которая занимает слой с высотой от 60 до 100 км от поверхности Земли. В этом слое можно считать $\nu_{en} >> \nu_{ei}; \nu_{in}\nu_{en} >> \omega_{Be}\omega_{Bi}$ и $\omega_{Be} >> \nu_{en}$. Далее используя типичные значения параметров для D-области ионосферы [26, 31] определяем иерархию параметров: $\Omega_0 = 7.3 \times 10^{-5} s^{-1}$, $\omega_{Bi} \sim 10^3 s^{-1}$, $N/N_n \sim 10^{-12} - 10^{-8}$, $\nu_{en} \sim 10^6 s^{-1}$, $\omega_{Be} \sim 10^7 s^{-1}$. Поэтому можно считать, что

$$\frac{b_{\perp 0}}{2\Omega_{0z}} << \frac{b_{Hz}}{2\Omega_{0z}} << 1. \tag{21}$$

При таком соотношении параметров, для D-области ионосферы из уравнения (16) мы можем получить следующее уравнение:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + V_0(y)\frac{\partial}{\partial x}\right)(P - \Delta P) - (\beta - V_0'')\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\Delta^2 P + V_R P\frac{\partial P}{\partial x} - J\left(P, \Delta P\right) = 0. \tag{22}$$

Уравнение (22) в случае отсутствия сдвигового течения ($V_0 = 0$), совпадает с известным нелинейным уравнением Чарни-Обухова [32,33] .

2. Для E-области ионосферы (высота 100-150 км) можно предположить, что $\nu_e \approx \nu_{en}$; $\omega_{Be}\omega_{Bi} >> \nu_{in}\nu_{en}$ и $\nu_{in}^2 >> \omega_{Bi}^2$; $N/N_n \sim 10^{-8} - 10^{-6}$, $\nu_{in} \sim 5 \times 10^4 - 10\ s^{-1}$, $\omega_{Bi} \sim 4 \times 10^3 s^{-1}$. Для таких значений параметров и высоты находим, что

$$\frac{b_{\perp 0}}{2\Omega_{0z}} << \frac{b_{Hz}}{2\Omega_{0z}} \sim 1. \tag{23}$$

Тогда, из (16) получаем нелинейное уравнение, которое описывает динамику нелинейных структур при их взоимодействии с сдвиговым течением в E- ообласти ионосферы:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + V_0(y)\frac{\partial}{\partial x}\right)(P - \Delta P) + (V_R + V_0'')\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\Delta^2 P + V_R P\frac{\partial P}{\partial x} - J\left(P, \Delta P\right) = 0. \tag{24}$$

Здесь $V_R = -(\alpha + \beta)$, $\beta = 2\Omega_0 \sin\theta_0 / R > 0$ и $\alpha = -2\sigma_H B_0 B_e \sin\theta_0 / (R\rho_0 c^2) < 0$. Так как величины β и α в (19) имеют разные знаки в обоих полушариях, возможна частичная или полная компенсация вкладов действий силы Кориолиса и электромагнитной силы.

3. Наконец, раасмотрим F-область ионосферы (промежуток высот 150-400 км от поверхности Земли). В этом регионе $\omega_{Bi} >> \nu_{in}$; $\omega_{Be}\omega_{Bi} >> \nu_e \nu_{in}$ and $\omega_{Be} \sim 10^7 s^{-1}$, $\omega_{Bi} \sim 10^3 s^{-1}$, $N/N_n \sim 10^{-6} - 10^{-3}$, $\nu_{in} \le 10\ s^{-1}$, $\nu_e \sim 10^3 s^{-1}$. Так, что можно предполагать

$$\frac{b_{\perp 0}}{2\Omega_{0z}} \ge 1, \quad \frac{b_{Hz}}{2\Omega_{0z}} << 1, \ b_{\perp 0} >> \nu k^2 . \tag{25}$$

Тогда, рассматривая средние широты (где $b_{\perp 0} \approx b_{\perp z}$), из (16) заключаем, что в ионосферной F- области нелинейные структуры описываются следующим уравнением:

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau} + V_0(y)\frac{\partial}{\partial x}\right)(P - \Delta_\perp P) + (\bar{V}_R + V_0'')\frac{\partial P}{\partial x} + \bar{V}_R P\frac{\partial P}{\partial x} - b_{\perp 0}\Delta_\perp P - J\left(P, \Delta_\perp P\right) = 0 , \tag{26}$$

где $\bar{V}_R = -\beta$ скорость обычной тропосферной волны Россби.

Уравнение (26) отличается от уравнения (22) присутствием члена с $b_{\perp 0}$, который обусловлен магнитной индукцией Земли и педерсеновскими токами в ионосфере, которые визывают индуктивное затухание возмущений и играют роль дополнительной вязкости.

На основе уравнения (16) можно определить временную эволюцию энергии E волновых возмущений в среднеширотной ионосфере (где $b_{\perp 0} \approx b_{\perp z}$)

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2}\int\left[P^2 + (\nabla P)^2\right]d\eta dy = -\int V_0'\frac{\partial P}{\partial\eta}\frac{\partial P}{\partial y}d\eta dy - \int b_{\perp 0}(\nabla P)^2 d\eta dy - \nu\int(\nabla P)^2 d\eta dy , \tag{27}$$

и потенциальной энстрофии возмущений

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2}\int\left[(\nabla P)^2 + (\Delta P)^2\right]d\eta dy = -\int\left(V_0' + V_0'''\right)\frac{\partial P}{\partial\eta}\frac{\partial P}{\partial y}d\eta dy - \int b_{\perp 0}(\Delta P)^2 d\eta dy$$

$$-\nu\int(\nabla\Delta P)^2 d\eta dy . \tag{28}$$

Ясно, что уравнения (27) и (28) описывают процесс диссипации, в частности, уменьшение энергии и энстрофии волновых структур из-за индукционного (член с $b_{\perp 0}$) и вязкостного затуханий (член с ν) в ионосферной среде. Однако, присутствие фонового зонального сдвигового течения (члены с $V_0(y)$) снаабжает среду с внешним источником энергии для генерации и интенсификации волновых структур (см. также [21, 34]). Для генерации структур необходимо, что скорость сдвигового течения имела хотя-бы отличное от нуля первое производное по меридиональной координате ($V_0'(y) \ne 0$).

Далее для определенности, при анализе динамики волновых возмущений будем использовать уравнение для F-области (26). Используя Фурье-представление $P = P_k\, exp\left\{i\left(k_x x + k_y y - \omega t\right)\right\}$ (где P_k -фурье-амплитуда, ω $(= \omega_0 + i\gamma,\ \gamma < \omega_0)$ и $\mathbf{k}(k_x, k_y)$ – частота и волновой вектор, соответственно) из уравнения (26) в линейном приближении следует дисперсионное уравнение для собственной частоты (волны накачки), ω_0,

$$\frac{\omega_0}{k_x} = V_0 + \frac{\partial^2 V_0 / \partial y^2}{1 + k^2} - \frac{\beta}{1 + k^2} , \tag{29}$$

и выражение для декремента затухания замагниченной волны Россби в F-области

$$\gamma = -\frac{b_{\perp 0}k^2}{1+k^2}\,; \tag{30}$$

Здесь $k^2 = k_x^2 + k_y^2$. Выражение (29), (30) остается в силе и для D- и E-областей лишь с той разницей, что в D –области $\alpha \to 0,\ b_{\perp 0} \to 0$ (см. ур. (22)), а в E -области также $b_{\perp 0} \to 0,\ \ \beta \to \alpha + \beta$ и $\gamma = -\nu k^4 / (1+k^2)$ (см. ур. (24)). Видно, что присутствие неоднородного геомагнитного поля и равновесного зонального течения сильно влияет на диапазон линейных фазовых скоростей.

4. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АМПЛИТУД ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ МЕЛКО И КРУПНО-МАСШТАБНЫХ МОД

Пяти-волновое представление возмущений

Предположим, что зональное течение характеризуется намного большими временными и пространственными масштабами, чем первичная ЗВР (волна накачки), и проведем стандартную декомпозицию движения (мультимасштабную разложению) на относительно быструю $\tilde{P}$ (относительно мелкомасштабную), связанную с первичной ЗВР, и медленную (относительно крупномасштабную), связанную с генерируемыми зональным и сдвиговым течениями. $\bar{P}$. Соответственно, в уравнении (26) функцию тока P представляем в виде: $P = \tilde{P} + \bar{P}$, где $\bar{P} = \hat{P} + P_0$. Здесь $\hat{P}$ и P_0 – функции тока зонального течения и фонового сдвигового течения, соответственно. Причем, функцию тока первичной быстрой-мелкомасштабной ЗВР представляем как суперпозицию волны накачки $\tilde{P}_0$ и двух саттелитов $\tilde{P}_+$ и $\tilde{P}_-$, $\tilde{P} = \tilde{P}_0 + \tilde{P}_+ + \tilde{P}_-$. Так что, мы изучаем пятиволновый процесс – нелинейное взаимодействие относительно мелкомасштабных первичнных волн накачки (замагниченных волн Россби), двух сателлит первычных волн, крупномасштабных зональных мод и еще более крупномасштабных сдвиговых течений. Учитывая, что коэффициенты динамического уравнения (26) зависят от пространственной координаты y из-за присутствия в среде фонового сдвигового течения, целесообразно предполагать что ЗВР распространяется вдоль параллели: $k_y = 0$ и $k_x \neq 0$. Тогда функции тока можно представить в виде:

$$\hat{P}(x,y,t) = \hat{P}_0(y,k)e^{i(q_x x - \Omega t)} + \hat{P}_0^*(y,k)e^{-i(q_x x - \Omega t)}\,, \tag{31}$$

$$\tilde{P}_0(x,t) = \tilde{P}_0 e^{i(k_x x - \omega_k t)} + \tilde{P}_0^* e^{-i(k_x x - \omega_k t)}, \tag{32}$$

$$\tilde{P}_\pm(x,y,t) = \tilde{P}_\pm(y,k)e^{i(k_\pm x - \omega_\pm t)} + \tilde{P}_\pm^*(y,k)e^{-i(k_\pm x - \omega_\pm t)}\,. \tag{33}$$

Здесь $k_\pm = k_x \pm q_x$, $\omega_\pm = \omega_k \pm \Omega$; знак “$*$” означает комплексное сопряжение; пара $(\omega,\ k_x \cdot \boldsymbol{e_x})$ и $(\Omega,\ q_x \cdot \boldsymbol{e_x})$ – представляют собой частоту и волновой вектор относительно мелкомасштабной накачки ЗВР и крупномасштабного зонального течения, соответственно.

Следуя стандартной квазилинейной процедуре [10, 22], подставляем выражения (31)-(33) в уравнение (26) и пренебрегаем малыми нелинейными членами, обусловленными мелкомасштабными, высокочастотными модами. Вклад малого высокочастотного нелинейнго члена существенен лишь для динамики низкочастотного зональноого течения. Далее, приравнивая коэффициенты перед одинаковыми гармоническими функциами, получаем уравнения для амплитуд первичных относительно высокочастотных сателлит-мод, $\tilde{P}_{\pm}$:

$$\left[\left(\Omega+\omega_k-k_+V_0\right)\left(1+k_+^2-\frac{d^2}{dy^2}\right)-k_+(\bar{V}_R+V_0^{''})-ib_{\perp 0}\left(\frac{d^2}{dy^2}-k_+^2\right)\right]\tilde{P}_+=$$

$$=\tilde{P}_0\left[k_+\bar{V}_R-k_x\frac{d}{dx}\left(k_x^2-q_x^2+\frac{d^2}{dy^2}\right)\right]\hat{P}_0, \qquad (34)$$

$$\left[\left(\Omega-\omega_k+k_-V_0\right)\left(1+k_-^2-\frac{d^2}{dy^2}\right)+k_-(\bar{V}_R+V_0^{''})-ib_{\perp 0}\left(\frac{d^2}{dy^2}-k_-^2\right)\right]\tilde{P}_-^*=$$

$$=\tilde{P}_0^*\left[-k_-\bar{V}_R+k_x\frac{d}{dx}\left(k_x^2-q_x^2+\frac{d^2}{dy^2}\right)\right]\hat{P}_0. \qquad (35)$$

Подставляя выражения (31)–(33) в уравнение (26) и усредняя полученное выражение по быстрым-мелкомасштабным осциляциям, приходим к уравнению для амплитуды генерируемой крупномасштабной зональной моды $\hat{P}_0$:

$$\left[\left(\Omega-q_xV_0\right)\left(\frac{d^2}{dy^2}-q_x^2-1\right)+q_x(\bar{V}_R+V_0^{''})+ib_{\perp 0}\left(\frac{d^2}{dy^2}-q_x^2\right)\right]\hat{P}_0=$$

$$=k_x\frac{d}{dy}\left[\tilde{P}_0\left(\frac{d^2}{dy^2}-q_x^2+2k_xq_x\right)\tilde{P}_-^*-\tilde{P}_0^*\left(\frac{d^2}{dy^2}-q_x^2-2k_xq_x\right)\tilde{P}_+\right]. \qquad (36)$$

Для простоты, амплитуду первичной относительно мелкомасштабной волны накачки $\tilde{P}_0$ в (32)-(35) считаем постоянной.

Обобщенная задача на собственное значение для зональных течений

Замкнутую систему уравнений (34)-(36) после несложных, но громоздких преобразований можно свести к обобщенной задаче собственного значения

$$\begin{pmatrix} -F, & A_-, & A_+ \\ B_+, & C_+, & 0 \\ -B_-^*, & 0, & C_- \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \hat{P}_0 \\ \tilde{P}_+ \\ \tilde{P}_-^* \end{pmatrix}=\Omega\begin{pmatrix} D, & 0, & 0 \\ 0, & E_+, & 0 \\ 0, & 0, & E_- \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \hat{P}_0 \\ \tilde{P}_+ \\ \tilde{P}_-^* \end{pmatrix}, \qquad (37)$$

где

$$A_+ = k_x \tilde{P}_0 \frac{d}{dy}\left(\frac{d^2}{dy^2} - q_x^2 + 2k_x q_x\right), \qquad A_- = -k_x \tilde{P}_0^* \frac{d}{dy}\left(\frac{d^2}{dy^2} - q_x^2 - 2k_x q_x\right), \tag{38}$$

$$B_\pm = \tilde{P}_0\left[k_\pm \bar{V}_R - k_x \frac{d}{dx}\left(k_x^2 - q_x^2 + \frac{d^2}{dy^2}\right)\right], \qquad D = \frac{d^2}{dy^2} - q_x^2 - 1, \tag{39}$$

$$C_\pm = \mp\left(\omega_k - k_\pm V_0\right) E_\pm \pm k_\pm(\bar{V}_R + V_0'') + ib_{\perp 0}\left(\frac{d^2}{dy^2} - k_\pm^2\right), \tag{40}$$

$$E_\pm = 1 + k_\pm^2 - \frac{d^2}{dy^2}, \quad F = q_x(\bar{V}_R + V_0 + V_0'') + (ib_{\perp 0} - q_x V_0)\left(\frac{d^2}{dy^2} - q_x^2\right). \tag{41}$$

5. МОДУЛЯЦИОНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЗВР И ГЕНЕРАЦИЯ ЗОНАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ

5.1. Нелинейное взаимодействие замагниченной волны Россби и зоналного течения

При отсутствии фонового сдвигового течения ($V_0 = 0$), предполагая $\hat{P}_0, \tilde{P}_\pm \sim exp(iq_y y)$, уравнение (36) сводится к виду

$$\left[\Omega\left(1+q^2\right) - q_x V_R + ib_{\perp 0} q^2\right]\hat{P}_0 = -ik_x q_y \left[\left(q^2 + 2k_x q_x\right)\tilde{P}_0^* \tilde{P}_+ - \left(q^2 - 2k_x q_x\right)\tilde{P}_0 \tilde{P}_-^*\right]. \tag{42}$$

Выражения входящих здесь фурье-гармоник для амплитуд сателлит $\tilde{P}_+$ и $\tilde{P}_-$ определяем из уравнений (34) и (35):

$$\tilde{P}_+ = -\frac{ik_x q_y\left(k_x^2 - q^2\right) - k_x V_R}{\left(\Omega + \delta_{k+}\right)\left(1 + k_+^2 + q_y^2\right) + ib_{\perp 0}\left(k_+^2 + q_y^2\right)} \tilde{P}_0 \hat{P}_0, \tag{43}$$

$$\tilde{P}_- = \frac{ik_x q_y\left(k_x^2 - q^2\right) - k_x V_R}{\left(\Omega - \delta_{k-}\right)\left(1 + k_-^2 + q_y^2\right) + ib_{\perp 0}\left(k_-^2 + q_y^2\right)} \tilde{P}_0^* \hat{P}_0, \tag{44}$$

где

$$\delta_{k\pm} \equiv \omega_k - \frac{k_\pm V_R}{1 + k_\pm^2 + q_y^2}. \tag{45}$$

Подставляя (43) и (44) в уравнение (42), находим дисперсионное уравнение для генерируемых зональных мод:

$$\Omega\left(1+q^2\right) - \frac{q_x V_R}{\left(1+q^2\right)} + \frac{ib_{\perp 0} q^2}{\left(1+q^2\right)} =$$

$$= \frac{ik_x q_y}{1+q^2}\left[ik_x q_y\left(k_x^2 - q^2 - k_x V_R\right)\right]\left[\frac{\left(q^2 + 2k_x q_x\right)}{\left(\Omega + \delta_{k+}\right)\left(1 + k_+^2 + q_y^2\right) + ib_{\perp 0}\left(k_+^2 + q_y^2\right)} + \right.$$

$$+\frac{\left(q^2-2k_xq_x\right)}{\left(\Omega-\delta_{k-}\right)\left(1+k_-^2+q_y^2\right)+ib_{\perp 0}\left(k_-^2+q_y^2\right)}\Bigg]. \tag{46}$$

Дисперсионное соотнощение (46) является очень сложным для общего анализа, и его можно решить лишь численно, которое мы проведем ниже в этом же пункте. Сначала для простоты расссмотрим наиболее интересные случаи $\Omega << \omega_k$, $q << k$, $b_{\perp 0} << b_k$, которые являются типичными для теории генерации зоналного течения [10, 15, 22], когда характерный масштаб зонального течения намнго больше масштаба первичной волны накачки Россби. В этом случае мы имеем следующие соотнощения:

$$\delta_{k\pm} \simeq \mp q v_g - \frac{q^2}{2}v_g', \quad v_g \equiv \frac{\partial\omega_k}{\partial k_y} = -\frac{2k_y\omega_k}{1+k^2}, \quad v_g' \equiv \frac{\partial^2\omega_k}{\partial k_y^2} = -\frac{2k_y\omega_k}{(1+k^2)^2}\left(1+k_x^2-3k_y^2\right), \tag{47}$$

$$\left[\frac{\left(q^2+2k_xq_x\right)}{\left(\Omega+\delta_{k+}\right)\left(1+k_+^2+q_y^2\right)+ib_{\perp 0}\left(k_+^2+q_y^2\right)}+\frac{\left(q^2-2k_xq_x\right)}{\left(\Omega-\delta_{k-}\right)\left(1+k_-^2+q_y^2\right)+ib_{\perp 0}\left(k_-^2+q_y^2\right)}\right]\approx$$

$$\approx\frac{2\Omega q^2\left(1+k_y^2-3k_x^2\right)}{\left(1+k^2\right)\left[\left(\Omega-qv_g\right)^2-\left(q_x^2v_g'/2\right)^2\right]}\left(1-i\frac{b_{\perp 0}k_x^2}{b_k}\right), \tag{48}$$

где

$$b_k=(1+k^2)\left(\Omega-qv_g-\frac{q_x^2v_g'}{2}\right). \tag{49}$$

Здесь v_g меридиональный компонент (y-компонент) груповой скорости волны накачки Россби. Подставляя (47)-(49) в уравнение (46), мы находим дисперсионное соотнощение:

$$\Omega_\pm \cong qv_g \pm\left[i\frac{k_x^2q^3}{1+q^2}\frac{\left(1+k_y^2-3k_x^2\right)}{\left(1+k^2\right)^2}\left|\tilde{P}_0\right|^2\left(ik^2q-V_R\right)+\left(\frac{q^2}{2}v_g'\right)^2\right]^{1/2}. \tag{50}$$

Далее рассмотрим два специальных случая. В случае относительно мелкомасштабной турбулентности, когда $L<r_{ig}$ (см. формулу (20)), т.е. когда в динамических уравнениях вкладом скалярной нелинейности можно пренебречь, получим из (50)

$$\Omega_\pm \cong qv_g \pm\left[-\frac{k_x^2k^2q^4}{1+q^2}\frac{\left(1+k_y^2-3k_x^2\right)}{\left(1+k^2\right)^2}\left|\tilde{P}_0\right|^2+\left(\frac{q^2}{2}v_g'\right)^2\right]^{1/2}. \tag{51}$$

Видно что, необходимым условием для неустойчивости является $1+k_y^2-3k_x^2>0$ и для относительно коротковолновой турбулентности $k^2>>1$, неустойчивость возникает когда волновой вектор волны накачки Россби находится в конусе

$$-\sqrt{3}k_x<k_y<\sqrt{3}k_x. \tag{52}$$

Неустойчивость возбуждается для возмущений с волновыми числами $\left|k_y\right|>>\left|k_x\right|$ и соответствующий инкремент имеет вид

$$\gamma \cong \left[\frac{2k_x^2 q^4}{1+q^2} \left| \tilde{P}_0 \right|^2 - \frac{9q^4 \omega_k^2}{k_y^4} \right]^{1/2} . \qquad (53)$$

Выражение (53) описывает начальную (линейную) стадию усиления зонального течения из-за параметрической неустойчивости относительно короткомасштабной замагниченной волной Россби. Для достаточно интенсивной волны накачки, когда $\left| \tilde{P}_0 \right|^2 > \omega_k^2 / k^6$ и $k >> 1, \quad q \sim 1$ можем оценить инремент

$$\gamma \approx k_x \left| \tilde{P}_0 \right| . \qquad (54)$$

Для характерного значения параметров земной ионосферы и волновых возмущений $2\Omega_{0z} \sim 10^{-4}\ s^{-1}, \quad k_x \sim 10 \quad , \quad \tilde{P}_0 \sim 10^{-2}$, переходя к размерным величинам $(\gamma \to 2\Omega_{0z}\gamma)$ имеем оценку $\gamma \approx 10^{-5}\ s^{-1}$. Эта оценка согласуется с результатами существующих наблюдений [3,15, 35] . Физически такая неустойчивость является проявлением обратного каскада, когда спектральная энергия коротковолновой ЗВР турбулентности перекачивается в энергию длинноволнового зонального течения.

Теперь рассмотрим случай относительно крупномасштабной турбулентности, $V_R >> k_x q$, когда вклад скалярной нелинейности в уравнение (50) является определяющим. В том случае выражение (50) преобразуется в вид

$$\Omega_{\pm} \cong q v_g \pm \left[-i \frac{k_x^2 q^3}{1+q^2} \frac{\left(1+k_y^2 - 3k_x^2\right)}{\left(1+k^2\right)^2} \left| \tilde{P}_0 \right|^2 V_R \right]^{1/2} . \qquad (55)$$

Неустойчивость возникает для любого знака $\left(1+k_y^2 - 3k_x^2\right)$ в отличие от выше рассмотренного случая. Подставляя в (55) $V_R = -(\alpha + \beta) r_R / (2\Omega_{0z})$, для крупномасштабной турбулентности $k \sim 1, \quad q \sim 10^{-1}$ получим оценку инкремента

$$\gamma \approx q^{3/2} \left| \tilde{P}_0 \right| \left(\frac{(\alpha + \beta) r_R}{2\Omega_{0z}} \right)^{1/2} . \qquad (56)$$

Для характерных параметров ионосферы и волновых возмущений $\alpha + \beta \sim 10^{-11}\ m^{-1}\ s^{-1}$, $r_R \sim 10^6\ m$, $2\Omega_{0z} \sim 10^{-4}\ s^{-1}$, $q \sim 10^{-1}$, $\tilde{P}_0 \sim 10^{-2}$, переходя к размерным величинам ($\gamma \to 2\Omega_{0z}\gamma$), находим $\gamma \sim 10^{-8} s^{-1}$. Так что, инкремент, связанный с скалярной нелинейностью или инкремент длиноволновой турбулентности в тысяча раз меньше, чем для коротковолнового случая (см. (54)). Такой перенос энергии от коротких к крупным масштабам в теории двумерной турбулентности согласуется с законами сохранения энергии и энтропии волновых возмущений [3, 4, 19, 20].

Сейчас перейдем к исследованию турбулентности произвольного масштаба. В этом случае, подставляя решения для $\tilde{P}_{\pm}$ (43), (44) в уравнение (42), получаем общее дисперсионное соотношение для крупномасштабной зональной моды:

$$\Omega^3 + A\Omega^2 + B\Omega + C = 0 , \qquad (57)$$

где

$$A = A_1 - A_2 - \frac{q_x \bar{V}_R - ib_{\perp 0} q^2}{1+q^2}, \quad A_1 = \omega_k - \frac{k_+ \bar{V}_R}{1+k_+^2} + ib_{\perp 0}\frac{k_+^2 + q_y^2}{1+k_+^2}, \; A_2 = \omega_k - \frac{k_- \bar{V}_R}{1+k_-^2} - ib_{\perp 0}\frac{k_-^2 + q_y^2}{1+k_-^2},$$

$$B = 2i\frac{k_x q_y \left|\tilde{P}_0\right|^2}{\left(1+q^2\right)\left(1+k_+^2\right)\left(1+k_-^2\right)}\left[k_x \bar{V}_R - ik_x q_y\left(k_x^2 - q^2\right)\right]\left[q^2\left(1+k_x^2+q^2\right) - 4k_x^2 q_x^2\right] -$$

$$-A_1 A_2 - \frac{\left(A_1 - A_2\right)\left(q_x \bar{V}_R - ib_{\perp 0} q^2\right)}{1+q^2}, \qquad (58)$$

$$C = \frac{A_1 A_2\left(q_x \bar{V}_R - ib_{\perp 0} q^2\right)}{1+q^2} + \frac{k_x q_y \left|\tilde{P}_0\right|^2\left[k_x \bar{V}_R - ik_x q_x\left(k_x^2 - q^2\right)\right]}{(1+q^2)(1+k_+^2)(1+k_-^2)} \times$$

$$\times\left\{\left[q^2(1+k_+^2)A_1 - (1+k_-^2)A_2\right] - 2k_x q_x\left[\left[(1+k_+^2)A_1 + (1+k_-^2)A_2\right]\right]\right\},$$

$$\omega_k = \frac{k_x \bar{V}_R}{1+k^2}, \; k^2 = k_x^2 + k_y^2, \; q^2 = q_x^2 + q_y^2, \; k_+^2 = k_x^2 + 2k_x q_x + q_x^2, \; k_-^2 = k_x^2 - 2k_x q_x + q_x^2 .$$

Действительная (реальная) часть решения кубического уравнения (42) определяет инкремент модуляционной неустойчивости $\gamma = Im\,\Omega \neq 0$, когда амплитуда волны накачки $\left|\tilde{P}_0\right|$ превышает соответствующее пороговое значение. Зависимость инкремента γ от волнового числа генерируемой зональной моды q_y для различного значения q_x представлена на рисунке 1. Мода с $q_x = 0$ имеет максимальный инкремент, что означает генерацию максимально-интенсивного зонального течения………

В условиях неравенства $q_x << k_x$ максимальный инкремент зонального течения достигается при $q_{y,opt} = k_x\left|\tilde{P}_0\right|\left(1+k_x^2\right)^{3/2}$ и соотвествующее значение инкремента $\gamma_{max} = k_x^3\left|\tilde{P}_0\right|^2\left(1+k_x^2\right)$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучена задача нелинейной стадии генерации и дальнейшей эволюции крупномасштабного зонального течения относительно мелкомасштабной УНЧ замагниченной волной Россби (ЗВР) конечной амплитуды в управляемой фоновым сдвиговым течением (неоднородным ветром) в диссипативной ионосфере. Получено исходное нелинейное динамическое уравнение в виде обобщенного уравнения Чарни-обухова (26), содержащего как скалярную, так и векторную нелинейность и описывающего особенности турбулентного поведения замагниченной волнами Россби произвольной длины. Использован параметрический механизм раскачки и пятиволновое представление возмущений: первичная относительно коротковолновая ЗВР или волна накачки, две волны сателлиты ЗРВ, длинноволновая зональная мода и еще более крупномасштабное фоновое сдвиговое течение. На базе исходного динамического уравнения получена система из трех взаимосвязанных уравнений (34)-(36) для амплитуд волн сателлит и генерируемой зональной моды, при заданных амплитудах (или профилей) волны накачки и фонового сдвигового течения. На основе теоретического анализа соответствующей системы уравнений для аплитуд возмущений (или обобщенной задачи на собственное значение (37)) выявлены новые особенносты перекачки энергии относительно мелкомасштабных УНЧ ЗВР и фонового сдвигового течения в энергию крупномасштабных зональных течений и нелинейной самоорганизации пятиволновой коллективной активности в ионосферной среде.

Из нашего анализа следует, что относительно мелкомасштабные замагниченные волны Россби в ионосферной среде являются модуляционно неустойчивыми по отнощению крупномасштабных возмущений. Эта неустойчивость сопровождается возбуждением крупномасштабных зональных течений. Основными механизмамы генерации-подпитки параметрической-модуляционной неустойчивости являются напряжение Рейнольдса и энергия фонового сдвигового течения.

Данное исследование выявило возможный механизм генерации, интенсификации (ослабления) зонального течения волнами Россби конечной амплитуды в ионосфере за счет влияния локальных фоновых сдвиговых течений в зависимости от параметров этого течения. Причем, фоновое течение относительно малой амплитуды способствует развитию модуляционной неустойчивости и интенсификации генерации зонального течения, увеличивая инкремент нарастания, тогда как более сильное сдвиговое течение существенно уменьшает инкремент неустойчивости и, соответственно, процесс генерации зонального течения ослабляется. Причиной ослабления генерации является расфазировка параметрических связей между разномасштабными возмущениями из-за выноса возмущений сильным фоновым сдвиговым течением из области благоприпятствующей генерации мод. Начальным механизмом раскачки этой неустойчивости является напряжение Рейнольдса, которое является неизбежно присущей для относительно кортковолновой ЗВР конечной амплитуды. Происходит нелинейная перекачка спектральной энергии относительно коротковолновой замагниченной волны Россби и фонового сдвигового течения к длинноволновому зональному течению в ионосферной среде. Таким образом, флуктуация типа ЗВР может дестабилизироваться механизмом нелинейного пятиволнового взаимодействия с одновременной генерацией крупномасштабного зонального течения.

В случае коротковолновой турбулентности $kr_R >> 1$, лишь векторная нелинейность отвественна за параметрическую неустойчивость и соответствующий инкремент нарастания имеет заметную величину. В случае длинноволновой турбулентности $kr_R \leq 1$, скалярная нелинейность типа КДВ дает основной вклад в возбуждение параметрической неустойчивости, но соответствующий инкремент нарастания на три порядка ниже, чем для мелкомасштабной турбулентности. Так что, скалярняя нелинейность несколько расширяет область неустойчивости зональных течений и генерации турбулентных пульсации в сторону крупных масштабов.

Присутствие в ионосферной среде электромагнитной пондермоторной силы, т.е. неоднородного геомагнитного поля, токов Холла и Педерсена в разных слоях ионосферной среды улучшает эффективность взаимодействия и взаимообмен энергией между волновыми возмущениями, фоновым сдвиговым течением и средой.

Таким образом, относительно коротковолновая флуктуация типа ЗВР может дестабилизироваться механизмом нелинейного пятиволнового параметричнского взаимодействия с одновременной генерацией крупномасштабных зональных течений в ионосферной среде. Характерное значение инкремента соответствующей параметрической модуляционной неустойчивости имеет порядок $\lambda \sim 10^{-5} - 10^{-8} s^{-1}$.

Параметрическая неустойчивость, иследованная в данной работе может представлять интерес и для широкого класса аналогичных неустойчивостей космической и лабораторной плазмы. С одной стороны она можеть создавать турбулентное состояние в разных слоях ионосферы и магнитосферы [18, 36, 37]. С другой стороны подобная параметрическая-модуляционная неустойчивость может генерировать в лабораторной плазме крупномасштабные зональные течения, в которых они могут существенно подавлять мелкомасштабную турбулентную активность и уменьшать коэффициенты переноса [10, 12, 15, 23].

Предложенные исследования были выполнены при поддержке гранта No 31/14 Национального Научного Фонда им. Шота Руставели.

Литература

1. Абурджаниа Г.Д., Хантадзе А.Г. Геомагнетизм и аэрономия. -2002. Т.42. №2.- С. 245.
2. Aburjania G.D., Chargazia Kh.Z., Khantadze A.G., Kharshiladze O.A. Ann.Geophys. -2004. V.22. №4. P.525.
3. Госсард Э., Хук У. Волны в атмосфере. М.: Мир.- 1978.
4. Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. М.: Мир.- 1984.-Т.1.
5. Казимировский Э.С., Кокоуров В.Д. Движения в ионосфере. Новосибсрск: Наука.- 1979.
6. Lashkin V.M.// Phys. Plasmas. -2008.V. 15. 124502.
7. Aburjania G.D., Chargazia Kh.Z., Khantadze A.G., et al. Planet. Space Sci. -2005. V. 53.- P. 881.
8. Lawrence A.R., Jarvis M.J. J. Atm. Solar-Terr. Phys.- 2003. V. 65. -P. 765.
9. Galperin B, Sukoriansky S., Dikovskaya N., et al. Nonlinear Process. Geophys. -2006.V13. -P. 83.
10. Diamond P.H, Itoh S.-I., Itoh K., Hahm T.S. Plasma Phys. Control. Fusion.- 2005.V. 47. -P. R35.
11. Фридман А.М. Успехи Физ. Наук. -2007. Т.177. № 2.- С.121.
12. Terry P.W. Rev. Mod. Phys.- 2000. V. 72.- P. 109.
13. Shukla P.K., Stenflo L. Eur. Phys. J. D.- 2002. V.20.- P. 103.
14. Shukla P.K., Stenflo L. Phys. Lett. A.-2003. V. 307. -P. 154.
15. Fujisawa A. A . Nucl. Fusion. -2009. V. 49. 013001. Doi:10.1088/0029-5515/49/1/013001.
16. Busse F.H. Chaos. -1994. V. 4.- P. 123.
17. Rhines P.B. Chaos. -1994. V. 4.- P. 313.
18. Aburjania G.D., Chargazia Kh. Z., Zeleny L. M., Zimbardo G. Planet. Space Sci. -2009. V. 57. -P. 1474.
19. Петвиашвили В.И., Похотелов О.А. Уединненные волны в плазме и атмосфере. М. Энергоатомиздат. -1989.
20. Абурджаниа Г.Д. Самоорганизация нелинейных вихревых структур и вихреывой турбулентности в диспергирующих средах. М.: КомКнига.- 2006.
21. Aburjania G.D., Chargazia Kh.Z., Kharshiladze O.A. J. of Atm. and Solar –Terr. Phy. -2010. V. 72.- P. 971.doi: 10.1016/j.jastp. 2010.05.008.
22. Itoh K., Itoh S.-I., Diamond P.H. et al. Phys. Plasmas.- 2006. V. 13. 055502.
23. Smolyakov A.I., Diamond P.D., Shevchenko V.I. Phys. Plasmas. -2000. V. 7. -P. 1349.
24. Onishchenko O.G., Pokhotelov O.A., Sagdeev R.Z. et al. Nonlin. Proc. Geophys.- 2004. V. 11.- P. 241.
25. Докучаев В.П. О. Изв. АН СССР. Сер. Геофизическая. -1959. №5. -С. 783.
26. Гершман Б.Н., Ерухимов А.Н., Яшин Ю.Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука.- 1984.
27. Гандин.А.С., Лаихтман Д.Л., Матвеев Л.Т., Юдин М.И. Основы динамической метеорологии. Л.:Гидрометиздат. -1955.
28. Холтон Дж. Р. Динамическая метеорология атмосферы и мезосферы.Л.: Гидрометиздат- 1976.
29. Петвиашвили В.И. - 1980. Т.32. №11. -С. 632.
30. Незлин М.В, Черников Г.П. Физика плазмы.-1999. Т. 21. №11. -С. 975.
31. Гинзбург В.Л., Рухадзе А.А. Волны в магнитоактивной плазме. М.: Наука.- 1975.

32. Charney T.G. Geophys. Publ. -1947. V.17. №2. -P. 17.
33. Обухов А.М. Изв. АН СССР. Сер. географ.геофиз.-1949. Т. 13. №4. -С. 281.
34. Aburjania G.D., Chargazia Kh.Z., Khantadze A.G., Kharshiladze O.A. J.Geophys.Res. -2006. V.111. A09304. Doi:10.1029/ 2005JA011567.
35. Kamide Y., Chian A. (Editors). Handbook of the Solar-Terestrial Environment. Springer- Verlag, Berlin, Heidelberg, -2007.
36. Pokhotelov O.A., Onishenko O.G., Sagdeev R.Z., Treumann R.A J. Geophys. Res. -2003. V. 108. -P. 1291. Doi: 10. 1029/2003JA009888.
37. Aburjania G.D., Chargazia Kh. Z., Zeleny L. M., Zimbardo G. Nonlin. Proc. Geophys.-2009. V. 16. -P. 11.

დიდმასშტაბიანი ზონალური დინებების გენერაცია დამაგნიტებული როსბის ტალღებით წანაცვლებითი დინებებით მართულ იონოსფეროში დისიპაციურ იონოსფეროში

აბურჯანია გ., ხარშილაძე ო., ჩარგაზია ხ.

რეზიუმე

ნაშრომი ეძღვნება ზონალური დინებების გენერაციის თეორიული აღწერის ამოცანას წანაცვლებითი დინებებით მართულ ტურბულენტურ იონოსფეროში. მიღებულია ჩარნი-ობუხოვის ტიპის განზოგადოებული განტოლება, რომელიც აღწერს ხუთი განსხვავებული მასშტაბების მქონე მოდების არაწრფივ ურთიერთქმედებას: პირველადი, შედარებით მოკლეტალღოვანი ულტრა დაბალი სიხშირის (უდს) დამაგნიტებული როსბის ტალღის, მისი ორი სატელიტის, გრძელტალღოვანი ზონალური დინების და დიდმაშტაბიანი ფონური წანაცვლებითი დინების (არაერთგვაროვანი ქარი). გამოკვლეულია არაწრფივი ეფექტების (ვექტორული, სკალარული) გავლენა დიდმასშტაბიანი ზონალური დინებების ფორმირებაზე სასრული ამპლიტუდის დამაგნიტებული როსბის ტალღებით დისიპაციურ იონოსფეროში. გამოყენებულია მოდიფიცირებული პარამეტრული მიდგომა. შეშფოთებათა ამპლიტუდებისათვის შესაბამის განტოლებათა სისტემის თეორიული ანალიზის საფუძველზე (საკუთარ რიცხვებზე განზოგადოებული ამოცანა) გამოვლენილია შედარებით მცირემასშტაბიანი უდს დამაგნიტებული როსბის ტალღებისა და ფინური წანაცვლებითი დინების დიდმასშტაბიან ზონალურ დინებებში ენერგიის გადაქაჩვის და ხუთი ტალღისგან შემდგარი კოლექტიური აქტივობის არაწრფივი ორგანიზაციის ახალი თავისებურებები იონოსფერულ გარემოში. ზონალური დინების გენერაცია განპირობებულია სასრული ამპლიტუდის დამაგნიტებული ღოსბის ტალღის რეინოლდსის ძაბვით და ფონური დინების ზემოქმედებით.

GENERATION OF ZONAL FLOWS BY MAGNETIZED ROSSBY WAVES SHEAR FLOW DRIVEN DISSIPATIVE IONOPHERE

Aburjania G., Kharshiladze O., Chargazia Kh.

Abstract

In the work the features of generation of the zonal flows by magnetized Rossby waves in the shear flow drioven dissipative ionosphere is considered. Modified Charney-Obykhov type equation describing the nonlinear interaction of amplitudes of five different scale modes is obtained. These modes are: ultra low frequency (ULF) primary magnetized Rossby wave, two satellites of this wave, long wavelength zonal mode and large scale background mode (inhomogeneous wind). The roles of effects of nonlinearities (scalar, vector) in formation of the large scale zonal flows by magnetized Rossby waves with finite amplitudes in the dissipative ionosphere is studied. Modified parametric approach is used. On the basis of theoretical analysis of the corresponding system for amplitudes of the perturbations the new features of energy pumping from comparably small scale ULF magnetized Rossby wave and the background flow into the large scale zonal flows and nonlinear self-organization of collective activity of above mentioned five modes in the ionosphere medium. Generation of the zonal flow is caused by the Reinolds stress of the magnetized Rossby wave with finite amplitude and effect of the background shear flow.