

М. М. НИКОЛАИШВИЛИ, К. В. ПЕРТАЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ ДЛЯ КАВКАЗСКОГО РЕГИОНА

(Представлено членом-корреспондентом Академии М. А. Алексидзе 27.3.1986)

Для региональной интерпретации гравиметрических наблюдений представляет интерес определение истинной плотности промежуточного слоя, позволяющий учесть гравитационный эффект близлежащих зон, а остаточную аномалию использовать для изучения глубинного строения земной коры. Ниже дана попытка определения истинной плотности на основе знания избыточной плотности для Кавказского региона.

Для определения истинной плотности $\sigma_{\text{ист}}$ на основе избыточной плотности $\bar{\sigma}$ покроем поверхность G исследуемого региона равномерной сеткой с шагом h , в узлах (x_i, y_j) которой заданы значения избыточной плотности $\bar{\sigma}_{i,j}$.

Для узловых точек области G (рис. 1) имеем уравнение Пуассона [1]

$$\Delta\sigma(x, y) = -\frac{4}{h^2}\bar{\sigma}, \quad (1)$$

где Δ — оператор Лапласа.

Для интегрирования уравнения Пуассона (1) и определения истинной плотности σ на основе избыточной плотности $\bar{\sigma}$ на границе S исследуемой области G следует задавать граничные условия. В тех случаях, когда для границы S области G известно изменение истинной плотности вдоль нормали S , можно применить граничное условие Неймана

$$\left. \frac{\partial\sigma}{\partial n} \right|_S = \varphi(s). \quad (2)$$

Так, например, если для S не известно σ , но из геолого-геофизических соображений ожидаем, что вдоль нормали S истинная плотность не меняется, то в этом случае

$$\left. \frac{\partial\sigma}{\partial n} \right|_S = 0. \quad (3)$$

Окончательно, для определения истинной плотности σ на основе избыточной плотности следует решить внутреннюю граничную задачу (1)—(3) Неймана для уравнения Пуассона, численные и приближенные решения которой предложены в [1].

В этом случае для разрешимости соответствующей граничной задачи Неймана необходимо выполнение условия

$$-\frac{4}{h^2} \iint_G \bar{\sigma}(x, y) dx dy = \int_S \varphi(s) ds. \quad (4)$$

Известно, что решение внутренней граничной задачи Неймана определяется с точностью до произвольной постоянной. Для того чтобы внутренняя граничная задача Неймана (1)—(3) для уравнения Пуассона имела единственное решение, достаточно задание σ в одной произвольной точке области G . Допустим, что известно решение задачи в точке $(x_0, y_0) - \sigma(x_0, y_0) = 2,67$ г/см³.

Для численного решения поставленной задачи используем метод конечных разностей, т. е. метод сеток.

Конечно-разностный аналог уравнения (1) во всех внутренних точках области G , исключая точку (x_0, y_0) , в которой известно решение, имеет следующий вид:

$$\frac{\sigma_{i+1,j} - 2\sigma_{i,j} + \sigma_{i-1,j}}{h^2} - \frac{\sigma_{i,j+1} - 2\sigma_{i,j} + \sigma_{i,j-1}}{h^2} = -\frac{4}{h^2} \bar{\sigma}_{i,j}. \quad (5)$$

Для численного решения задачи (1)—(3) применяется итерационный процесс Зейделя.

Для всех внутренних точек области G , исключая точку (x_0, y_0) , в которой известно решение $\sigma(x_0, y_0) = 2,67$ г/см³, итерационный процесс имеет следующий вид (рис. 1):

$$\sigma_{i,j}^{(k+1)} = \sigma_{i,j}^{(k)} + \alpha \{ \sigma_{i+1,j}^{(k)} + \sigma_{i-1,j}^{(k+1)} + \sigma_{i,j+1}^{(k)} + \sigma_{i,j-1}^{(k+1)} - 4\sigma_{i,j}^{(k)} + \bar{\sigma}_{ij} \}, \quad (6)$$

где $\alpha = 0,25$ — релаксационный множитель.

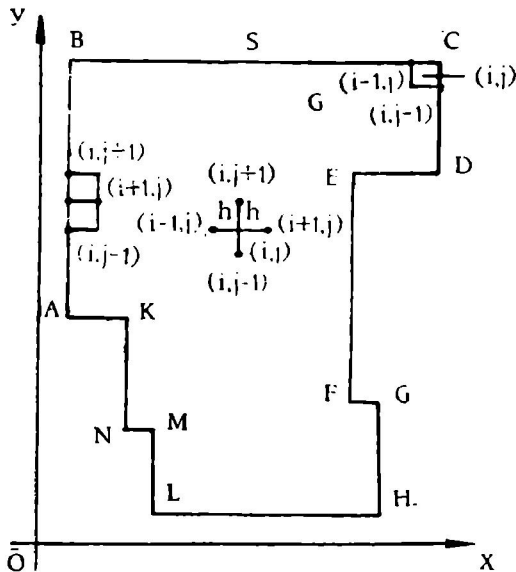


Рис. 1

Локальная погрешность (остаточный член) для формулы (6) будет порядка $O(h^2)$. Заметим, что локальная погрешность для всех нижеприведенных формул будет порядка $O(h^2)$.

Угловые точки K, E, F и M (рис. 1) обрабатываются как внутренние точки, т. е. в этих точках применяется итерационный процесс (6), но с учетом того, что в этих точках $\bar{\sigma}_{i,j} = 0$.

Для граничных узлов можно получить такие разностные аппроксимации, в которых одновременно учитываются как основное дифференциальное уравнение, так и граничное условие. Ниже мы применим этот метод для получения разностного аналога граничной задачи Неймана (1)—(3) для уравнения Пуассона.

Конечно-разностные уравнения для узлов границ $AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HL, LM, MN, NK$ и KA получены с учетом исходного дифференциального уравнения Пуассона (1) и граничного условия Неймана (3). Конечно-разностное уравнение для σ , например, в узловых точках границ AB, NK и LM за исключением угловых точек A, B, N, K, L и M , получено с учетом уравнения Пуассона (1) и граничного условия Неймана (3) и имеет следующий вид (рис. 1):

$$\sigma_{i,j}^{(k+1)} = \sigma_{i,j}^{(k)} + \alpha \{ \sigma_{i,j-1}^{(k+1)} + \sigma_{i,j+1}^{(k)} + 2\sigma_{i-1,j}^{(k)} - 4\sigma_{i,j}^{(k)} \}, \quad (7)$$

где α — релаксационный множитель.

Конечно-разностные уравнения для угловых точек B, C, D, G, H, A, N и L также получены с учетом исходного дифференциального уравнения Пуассона (1) и граничного условия Неймана (3). Конечно-разностное уравнение для σ , например, для угловой точки C получено с учетом уравнения Пуассона (1) и граничного условия (3) и имеет следующий вид (рис. 1):

$$\sigma_{i,j}^{(k+1)} = \sigma_{i,j}^{(k)} + \alpha \{ 2\sigma_{i,j-1}^{(k+1)} + 2\sigma_{i-1,j}^{(k+1)} - 4\sigma_{i,j}^{(k)} \}. \quad (8)$$

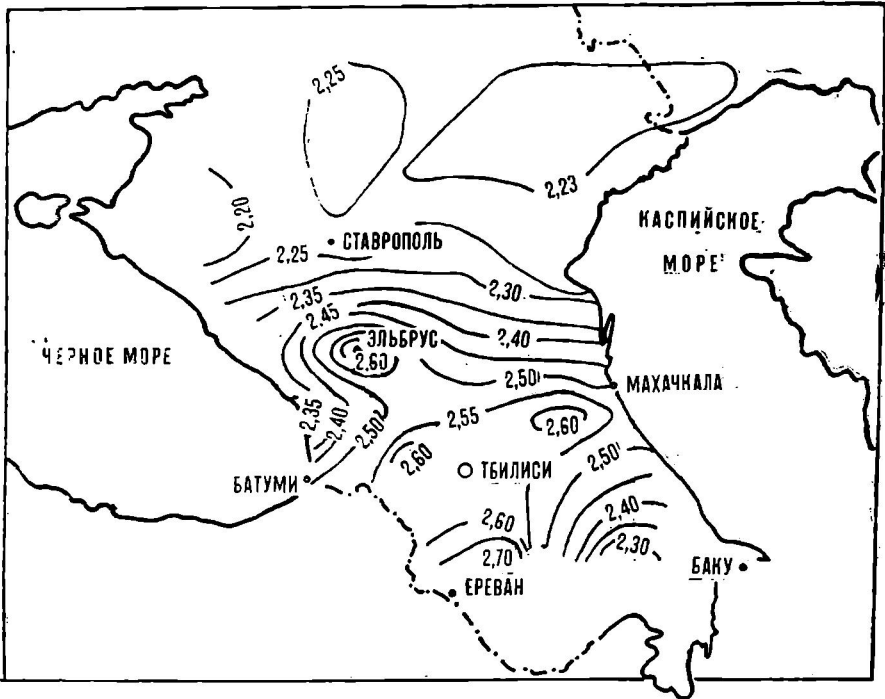


Рис. 2

Основные характеристики программы, реализующей предложенный алгоритм, следующие. Узлы обрабатываются слева снизу вверх. Итерационный процесс Зейделя для внутренней граничной задачи Неймана (1)—(3) для уравнения Пуассона продолжается до тех пор, пока две последние итерации не совпадут во всех внутренних и граничных узлах с точностью $\epsilon = 10^{-6}$. Результаты выводятся в удобной для расшифровки форме.

Вышеизложенный алгоритм был опробован на материалах Кавказского региона, для которого опорные точки берутся из тех участ-

ков, в которых по геологическим данным известны значения истинной плотности [2].

Анализ вычислений показывает, что результаты находятся в хорошем согласии с данными, полученными из геологических соображений. Действительно, хорошие совпадения получены для Рионской и Куринской впадин, а также для Аджаро-Трипалетского хребта. В северном же Предкавказии полученные нами истинные плотности (2,4—2,7 г/см³) оказались выше плотностей, полученных по геологическим данным (2,15—2,20 г/см³).

Путем введения дополнительных опорных точек стало возможным достичь согласования вычисленных и реальных плотностей. Окончательная картина распределения истинных плотностей промежуточного слоя дана на рис. 2.

На карте хорошо вырисовываются кристаллическое ядро Большого Кавказа с плотностью 2,67 г/см³, Ставропольский свод с молодыми четвертичными отложениями с плотностью 2,20 г/см³, Рионская впадина — 2,50 г/см³, Куринская впадина — 2,25 г/см³, Севанская зона — 2,6—2,7 г/см³ и другие геологические зоны.

Академия наук Грузинской ССР

Институт геофизики

(Поступило 27.3.1986)

გეოფიზიკა

ა. ნიკოლაიშვილი, კ. პერთაია

შუბლედური ფენის სიმკვრივის განსაზღვრა კავკასიის რეგიონისათვის
რეზიუმე

კავკასიის ტერიტორიისათვის განსაზღვრულია შუბლედური ფენის სიმკვრივე ჭარბი სიმკვრივის საფუძველზე. ამ მიზნით სასრულ სხვაობათა მეთოდით ამოხსნილია ნეიმანის შიდა სასაზღვრო ამოცანა პუასონის განტოლებისათვის. შედგენილია შესაბამისი პროგრამა, რომელიც გამოყენებულ იქნა კავკასიის ტერიტორიისათვის.

მიღებული შედეგები კარგად ეთანხმება სხვა გეოგრაფიულ-გეოფიზიკურ მონაცემებს.

GEOPHYSICS

M. M. NIKOLAISHVILI, K. V. PERTAYA

DETERMINATION OF INTERMEDIATE LAYER DENSITY FOR THE CAUCASUS REGION

Summary

The paper presents an attempt to determine the real density of intermediate layer for the Caucasus region when surplus density is known. To this end the interior Neyman problem for Poisson equation is solved by means of finite difference numerical method.

The corresponding program, tested on the Caucasus region materials, is realized.

The results obtained are in good agreement with other geological and geophysical data.

ლიტერატურა — ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1. М. А. Алексидзе. Решение некоторых основных задач гравиметрии. Тбилиси, 1985.
2. Г. Ш. Шенгелая. Гравитационная модель Земной коры Кавказа. М. 1984.