

## ტბაში მავნე მიკროორგანიზმების გავრცელების რიცხვითი მოდელირება

გირგვლიანი ა.

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

**ანოტაცია:** ნაშრომში წარმოდგენილია ტბაში მავნე მიკრობიოლოგიური ორგანიზმების გავრცელების ორგანზომილებიანი რიცხვითი მოდელი. აღნიშნული მოდელი ჩართულია „ბრტყელი“ წყალსაცავების დინამიკური მახასიათებლების მოდელირებისათვის შემუშავებულ პროექტში და რეალიზებულია C++ ენაზე Visual Studio 2008 გარემოში. მოდელის აპრობაცია განხორციელებულია პალიასტომის ტბის მაგალითზე ჩატარებული ექსპერიმენტებით. ექსპერიმენტებში განიხილებოდა აღნიშნულ წყალსაცავში კოლიფორმების გავრცელების ამოცანა სხვადასხვა მიმართულებისა და სიმძლავრის ატმოსფერული ქარის ზემოქმედების პირობებში.

**საკვანძო სიტყვები:** მავნე მიკროორგანიზმები, ტბა, რიცხვითი მოდელირება.

შიდა წყალსაცავებში მიმდინარე დინამიკური და ეკოლოგიური პროცესების შესწავლას დიდი მნიშვნელობა გააჩნია ისეთი პრაქტიკული ამოცანების გადასაწყვეტად როგორცაა: წყლის რესურსების ათვისება და რაციონალურად გამოყენება, გარემოს დაცვა, ჰიდროტექნიკური ნაგებობების დაპროექტება და მშენებლობა, ბიომრავალფეროვნების შენარჩუნება და სხვა. შესასწავლი პროცესების მაღალდინამიურობის გამო ასეთი ამოცანების შესაბამისი რიცხვითი მოდელები მოითხოვენ მაღალი ხარისხის დეტალიზაციას. ამიტომ ხშირად საჭირო ხდება, შესაბამისი მათემატიკური მოდელების გამარტივება: განტოლებებში შემავალი არაწრფივი წევრების უგულვებლყოფით, არაწრფივი წევრების კოეფიციენტების „გაყინვით“, სამგანზომილებიანი ამოცანების დაყვანით ორგანზომილებიანებად და ა.შ.

[1-3] ნაშრომებში წარმოდგენილია ტბის ორგანზომილებიანი მოდელის რეალიზაციისათვის შექმნილი აპლიკაცია, რომელიც წარმოადგენს რამოდენიმე დამოუკიდებელი პროექტის გაერთიანებას:

- ორგანზომილებიანი დინამიკური მოდელის შესაბამისი პროექტი;
- პასიური მინარევის გავრცელების მოდელის შესაბამისი პროექტი;
- მიღებული შედეგების გრაფიკულად წარმოდგენის პროექტები,
- წყლის ნაკადების დინამიკაზე ქარის ზემოქმედების რიცხვითი მოდელი.

მოცემული ნაშრომში წარმოგენილია ახალი პროექტი, რომელიც წარმოადგენს ზემოთხსენებული აპლიკაციის შევსება-დანამატს და ახორციელებს ტბაში მიკრობიოლოგიური ორგანიზმების გავრცელების მათემატიკურ მოდელირებას.

ნაშრომში წარმოდგენილი მოდელები განხორციელებულია Windows - ის სტანდარტული დანართის სახით, რომელიც შესრულებულია Visual Studio 2008-ში C++ ენაზე. მიღებული აპლიკაციის სათაო გვერდი შემდეგნაირად გამოიყურება (ნახ. 1.). ამ აპლიკაციაში მენიუს პუნქტი „ქიმია“ ემსახურება მოცემულ ნაშრომში წარმოდგენილი მოდელის რეალიზაციას. აღნიშნული პუნქტი დღეისათვის შეიცავს ორ ქვეპუნქტს:

- პუნქტი „კოლიფორმები...“ - ახორციელებს მოდელის შესაბამისი მათემატიკური ამოცანის რიცხვით რეალიზაციას.
- პუნქტი „დახაზვა...“ - ახორციელებს მოდელის რეალიზაციის შედეგად მიღებული სკალარული ველების დახაზვას იზოწირების სახით.

**ამოცანის დასმა:** განვიხილოთ ორგანზომილებიანი  $D(x, y)$  არე, რომლის საზღვარი  $S$  - აღიწერება ფსკერის რელიეფისა  $h(x, y)$  და წყლის თავისუფალი ზედაპირის  $-ξ(x, y, t)$  თანაკვეთით. წყალში მიკრობიოლოგიური ორგანიზმების გავრცელების პროცესების შესასწავლად  $D$  არეში განვიხილოთ მინარევის გადატანისა და ტურბულენტური დიფუზიის განტოლება, რომელსაც შემდეგი სახე გააჩნია [4]:

$$\frac{\partial b}{\partial t} + u \frac{\partial b}{\partial x} + v \frac{\partial b}{\partial y} + Pb = \mu_b \Delta b + B \quad (1)$$

სადაც  $b$  - მინარევის კონცენტრაციაა;  $u$ , და  $v$  წყლის ნაკადის სიჩქარის კომპონენტებია შესაბამისად  $ox$  და  $oy$  ღერძების გასწვრივ;  $B$  - მინარევის არაკონსერვატიულობის კოეფიციენტი (ის წარმოადგენს მინარევის დაშლის პერიოდის მახასიათებელს);  $\mu_b$  - მინარევის ჰორიზონტალური ტურბულენტური დიფუზიის კოეფიციენტი; ფუნქცია  $B$  - აღწერს მინარევის შესაძლო წყაროების ადგილმდებარეობასა და მათ სიმძლავრეს;  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  -

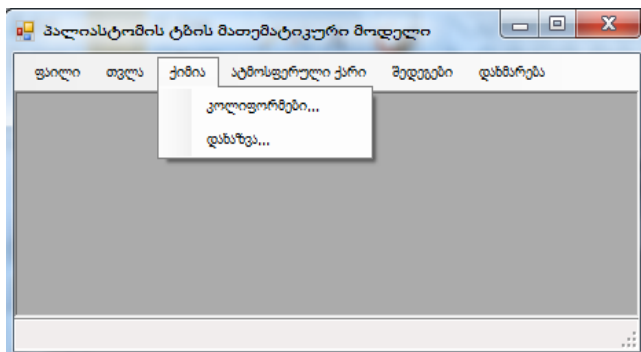
ორგანზომილებიანი ლაპლასის ოპერატორია.

წყლის ნაკადის სიჩქარის კომპონენტები  $u$  და  $v$  აიღება დინამიკური მოდელის რეალიზაციით მიღებული შედეგებიდან.

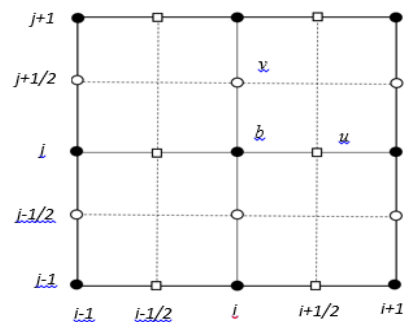
მინარევის გავრცელების განტოლების ამონახსნი  $D$  არეში უნდა ვეძებოთ შემდეგი სასაზღვრო და საწყისი პირობებით:

$$\begin{aligned} \frac{\partial b}{\partial n} &= 0 \quad S\text{-ზე} \\ b &= b^0 \quad \text{როცა } t = t_0 \end{aligned} \quad (2)$$

(1),(2) არაწრფივი და არასტაციონალური ამოცანის ამოსახსნელად დიფერენციალური ოპერატორები იცვლება მათი სხვაობიანი ანალოგებით. ამისათვის შევცვალოთ განსახილველი უწყვეტი  $D$  არე  $D_h$  დისკრეტულით, ხოლო უწყვეტი ფუნქციები  $u, v$  და  $b$  შესაბამისი  $u^h, v^h$  და  $b^h$  ბადური ფუნქციებით.  $D_h$  არის ჰორიზონტალური კონსტრუქცია გამოსახულია ნახ. 2-ზე. ბადეზე ძირითად  $(i, j)$  წერტილებთან ერთად გამოიყენება შუალედურებიც  $(i+1/2, j)$  და  $(i, j+1/2)$ .



ნახ.1. პროგრამის სათაო გვერდი



ნახ.2. სხვაობიანი ბადის კონსტრუქცია

შევნიშნოთ, რომ საძიებელი ფუნქცია  $b$  ითვლება სხვაობიანი ბადის ძირითად წერტილებში  $(i, j)$ , ხოლო  $u$  და  $v$  ფუნქციები გადაადგილებული არიან ძირითადი წერტილების მიმართ ნახევარი ბიჯით შესაბამისად  $ox$  და  $oy$  ღერძების გასწვრივ. საბოლოოდ ამოცანის სასრულ სხვაობიანი ანალოგის აგება ხორციელდება ცენტრალური სხვაობებით ისეთნაირად, რომ ის ახორციელებს საწყისი ამოცანის სივრცითი ოპერატორის მეორე რიგის აპროქსიმაციას გეომეტრიული კოორდინატების მიმართ თანაბარ ბადეზე. ამრიგად სივრცითი აპროქსიმაციის შედეგად მივიღებთ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას:

$$\frac{db_{i,j}}{dt} + u_{i+1/2,j} \frac{b_{i+1,j} - b_{i-1,j}}{2\Delta x} + v_{i,j+1/2} \frac{b_{i,j+1} - b_{i,j-1}}{2\Delta y} + Pb_{i,j} = \mu_b \Delta^h b_{i,j} + B^h \quad (3)$$

სადაც,  $\Delta^h b_{i,j} = \frac{b_{i+1,j} - 2b_{i,j} + b_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{b_{i,j+1} - b_{i,j} + b_{i,j-1}}{\Delta y^2}$

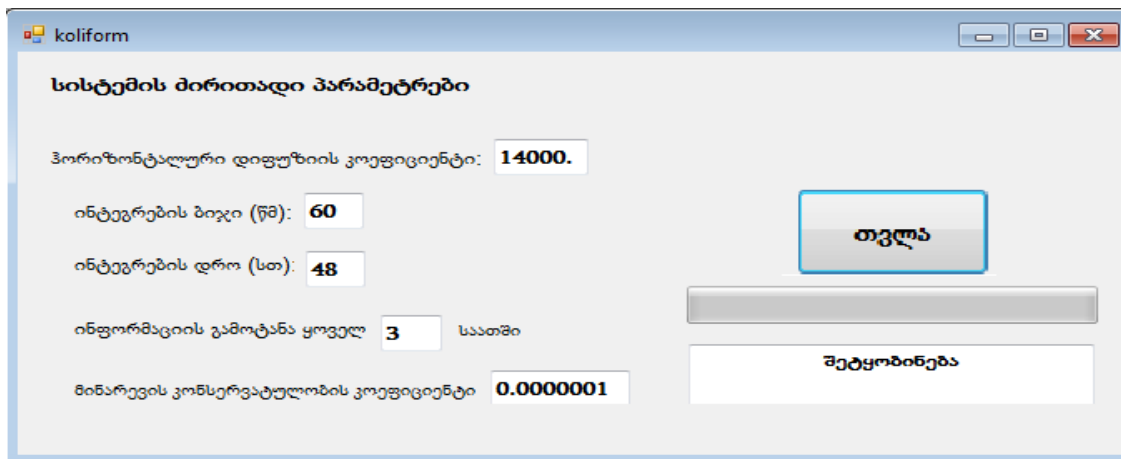
ამოცანის ინტეგრირება დროის მიხედვით მიმდინარეობს ცხადი სქემით. საბოლოოდ ვლუბულობთ ამოცანის რეალიზაციის შემდეგ სქემას:

$$b_{i,j}^{n+1} = b_{i,j}^n - \Delta t \cdot A^h b_{i,j}^n \quad (4)$$

სადაც:  $A^h$  - საწყისი ამოცანის შესაბამისი სივრცითი ოპერატორის სხვაობიანი ანალოგია, ხოლო  $\Delta t$  - კი ინტეგრების ბიჯია დროის მიხედვით.

წარმოდგენილი მოდელის სარეალიზაციოდ შექმნილია პროგრამული კოდები C++ ენაზე და შესაბამისი პროექტი ინტეგრირებულია ზემოთაღწერილ აპლიკაციაში. პროექტი შეიცავს ორ ძირითად პროგრამას:

➤ **მიკრობიოლოგიური ბაქტერიების გადატანა - დიფუზიის ამოცანის რეალიზაცია** - ხორციელდება მენიუს პუნქტის „ქიმია ► კოლიფორმები...“, გააქტიურებით. შესაბამისი ფანჯარაში (ნახ. 3.) მომხმარებელს საშუალება ეძლევა შეარჩიოს მოდელის ძირითადი პარამეტრები და ლილაკზე „თვლა“ დაჭერით გაუშვას ამოცანა შესრულებაზე.

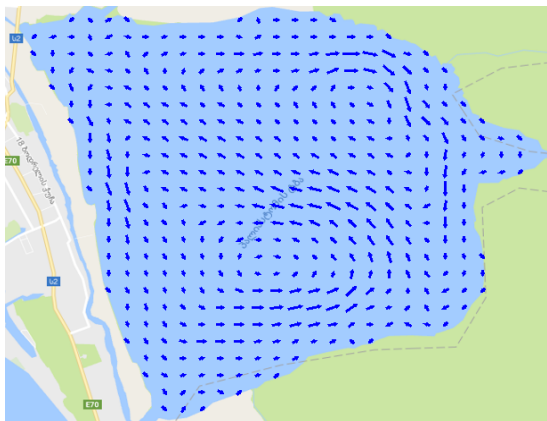


ნახ. 3. მიკროორგანიზმების გადატანა-დიფუზიის ამოცანის შესაბამისი ფორმა

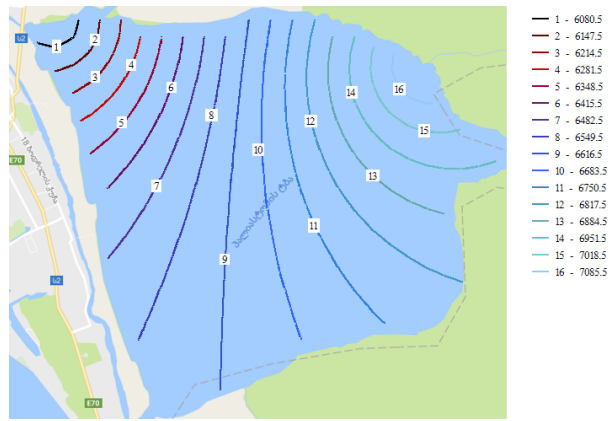
➤ **თვლის შედეგად მიღებული სკალარული ველების გამოტანა იზოწირების სახით** - შესაძლებელია მენიუს პუნქტის „ქიმია ► დახაზვა...“, გააქტიურებით. პროგრამასაშუალებას იძლევა დავხაზოთ თვლის შედეგები დროის ნებისმიერი მომენტისათვის. ნახაზზე საკვლევი ობიექტი შეიძლება გამოსახული იქნას რამდენიმე განსხვავებული სახით: 1. გეოგრაფიული სახით, 2. გეოგრაფიული რუკით და სხვაობიანი ბადით, 3. გეოგრაფიულ როკაზე სხვაობიანი ბადითა და შესაბამისი საზღვრით.

მოდელის მეშვეობით ჩატარებული იქნა მრავალრიცხოვანი ექსპერიმენტი პალიასტომის ტბისათვის. ექსპერიმენტები ტარდებოდა სხვადასხვა მიმართულებისა და სიმძლავრის ატმოსფერული ქარის ზემოქმედებით ფორმირებული წყლის ნაკადების ცირკულაციის შემთხვევაში. ქვემოთ მოყვანილი თვლის შედეგები მიღებულია ჩრდილოეთის მიმართულების ქარის (15 მ/წმ) ზემოქმედების პირობებში ჩატარებული ექსპერიმენტისათვის. უნდა აღინიშნოს, რომ მრავალწლიანი დაკვირვებების შედეგად მიღებული შავი ზღვის თავზე მოქმედი ფონური ქარების რუკის მიხედვით [5], სავარაუდოდ ასეთი ტიპის ქარი უნდა დომინირებდეს პალიასტომის ტბის თავზე. ასეთი მოცემულობის პირობებში ჩატარებული

ექსპერიმენტის მიხედვით პალიასტომის ტბაში ყალიბდება წყლის ნაკადების ცირკულაციის სქემა, რომელიც წარმოდგენილია ნახ. 4.-ზე.

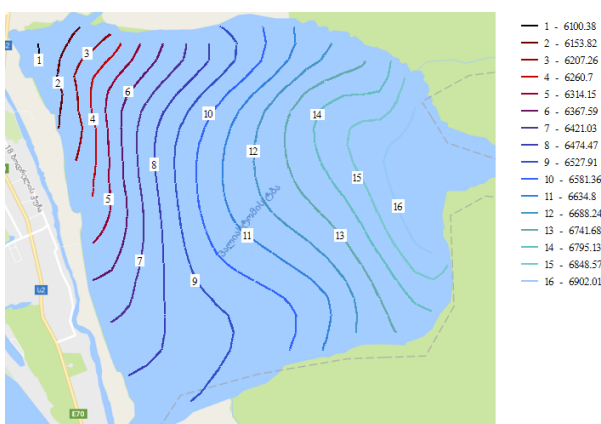


ნახ. 4. წყლის ნაკადების ცირკულაციის სქემა

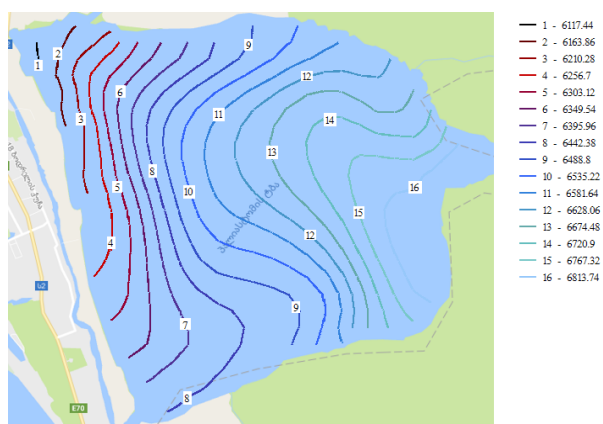


ნახ. 5. „კოლიფორმების“ განაწილება ექსპერიმენტული მონაცემებით

რიცხვით ექსპერიმენტებში განიხილებოდა გადატანა-დიფუზიის პროცესების შედეგად პალიასტომის ტბაში კოლიფორმების განაწილების ცვლილების ამოცანა. ტბაში კოლიფორმების განაწილების საწყისი ველი ( $b^0$ , ნახ. 5.) მიღებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის თანამშრომელთა მიერ ჩატარებული ექსპერიმენტული მონაცემების სტანდარტულ ბადეზე ინტერპოლაციის შედეგად [6]. მოცემული ველი გადატანა-დიფუზიის პროცესების შედეგად თანდათან დეფორმირდება და ლებულობს შემდეგ სახეს (ნახ. 6-7.). ადვილი შესამჩნევია, რომ წყლის ნაკადების მოძრაობის შედეგად ადგილი აქვს მიკროორგანიზმების კონცენტრაციის გადაადგილებას ტბის ჩრდილოეთ და სამხრეთ ნაწილებში დასავლეთიდან აღმოსავლეთის მიმართულებით. ტბის ცენტრალურ ნაწილში ფიქსირდება საპირისპირო მიმართულების ნაკადები (ნახ. 4.) და შესაბამისად ხდება კონცენტრაციის გადატანა აღმოსავლეთიდან დასავლეთისაკენ. რაც შეეხება ტბის აღმოსავლეთ და დასავლეთ ნაწილებს, აქ წყლის ნაკადები მიმართულია ორივე შემთხვევაში ჩრდილოეთიდან სამხრეთისაკენ და კოლიფორმების კონცენტრაციაც გადაიტანება ამ მიმართულებით.



ნახ. 6. კოლიფორმების განაწილება 24 საათის შემდეგ



ნახ. 7. კოლიფორმების განაწილება 48 საათის შემდეგ

ექსპერიმენტის შედეგების მიხედვით შეიძლება ვიმსჯელოთ დიფუზიური წევრების გავლენაზეც. თუ დავაკვირდებით ნახაზების მარცხენა მხარეში გამოტანილ „ლეგენდას“ (შედეგები აქ მოცემულია პირობით ერთეულებში) შევამჩნევთ, რომ კონცენტრაციის მნიშვნელობა, მართალია ნელა მაგრამ თანდათან თანაბრდება. მართლაც საწყის ველში სხვაობა

კოლიფორმების კონცენტრაციის მაქსიმალურ და მინიმალურ მნიშვნელობებს შორის ტოლია 7085,5-6080,5 =1005 პირობითი ერთეულის. 24 საათის შემდეგ ეს სიდიდე დაახლოებით 902 - პირობითი ერთეულია, ხოლო 48 საათის შემდეგ იგი მცირდება 694 პირობით ერთეულამდე.

ჩატარებული რიცხვითი ექსპერიმენტების შედეგების ანალიზის საუბრეებზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ წარმოდგენილი მოდელი რეალისტურად აღწერს გარემოში მიმდინარე ფიზიკურ პროცესს და ის შეიძლება წარმატებით იქნას გამოყენებული რეალური ამოცანების შესასწავლად.

პროექტი იძლევა იმის საშუალებას, რომ ანალოგიური გამოთვლები განხორციელდეს ნებისმიერი მცირე სიღრმის მქონე წყალსაცავისათვის. ამისათვის მომხმარებელს დასჭირდება მხოლოდ წყალსაცავის მახასიათებლების შეცვლა (ჰორიზონტალური ზომები, ფსკერის რელიეფი, ატმოსფერული ქარი და საწყისი მონაცემები მინარევის განაწილებისა და მისი შესაძლო წყაროების შესახებ).

### ლიტერატურა

1. გირგვლიანი ა. წყლის ნაკადების დინამიკური მახასიათებლების რიცხვითი მოდელირება „ბრტყელი“ წყალსაცავებისათვის. // აწსუ მოამბე, ქუთაისი, 2015, # 2(6), გვ. 132-138
2. გირგვლიანი ა. წყალსაცავებში წყლის ნაკადების ჰორიზონტალური ცირკულაციის მათემატიკური მოდელირება.// აწსუ მოამბე, ქუთაისი, 2016, # 1(7), გვ. 145-151
3. გირგვლიანი ა. ტბის ჰიდროლოგიური მახასიათებლების რიცხვითი მოდელის რეალიზაცია Visual C++-ზე.//VIII საერთაშორისო სამეცნიერო - პრაქტიკული კონფერენცია „ინტერნეტი და საზოგადოება“, ქუთაისი, 2017, გვ. 110-115.
4. გირგვლიანი ა. ზღვაში პასიური მინარევის გავრცელების რიცხვითი მოდელირება.// VI საერთაშორისო სამეცნიერო - პრაქტიკული კონფერენცია „ინტერნეტი და საზოგადოება“, ქუთაისი, 2013, გვ. 79-83.
5. Атлас волнения и ветра Черного моря. // Л.: Гидрометеиздат, 1969, 112 ст.
6. აბრამია გ. პალიასტომის ტბის ეკოლოგიურ მდგომარეობაზე პათოგენური ბაქტერიების ზემოქმედების შესწავლა, მოდელირება და მისი აღკვეთის პრევენციული ღონისძიებები.// დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად წარდგენილი დისერტაციის ავტორეფერატი, თბილისი, 2019, 31 გვ.

## NUMERICAL MODELING OF THE SPREAD OF MICROORGANISMS IN THE LAKE

**Girgvliani A.**

**Summary:** The work presents a two-dimensional numerical model of the spread of harmful microbiological organisms in the lake. This model is included in the project developed for modeling the dynamic characteristics of the "flat" reservoirs. The model is implemented in C++ language in Visual Studio 2008 environment. The model is tested by experiments carried out on Lake Paliastom. In the experiments, the task of distributing the coliforms in the mentioned reservoir under the influence of atmospheric winds of different directions and capacity was considered.

**Key words:** Harmful microorganisms, lake, numerical modeling.