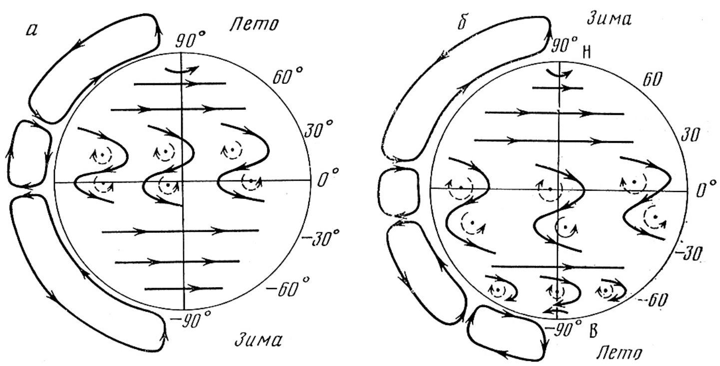
А. И. ГВЕЛЕСИАНИ

К ВОПРОСУ О ДИНАМИКЕ ИОНОСФЕРНО- МАГНИТОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ ЗЕМЛИ



უნივერსიტეტის გამომცემლობა

А. И. Гвелесиани. К вопросу о динамике ионосферно-магнитосферной плазмы Земли.
Тбилиси: Изд. ТГУ, 2020. 112 С.

Представлены результаты собственных исследований в области физики ионосферы за последние десятилетия. В первой главе развивается метод условий динамической возможности движения применительно к вязкой проводящей атмосфере для чисто МГД- и крупномасштабных циркуляционных, типа циклонических и антициклонических движений, в ионосфере и др. Во второй главе даётся аналитическая трёхмерная модель движений в ионосфере и численно строится система горизонтальных ветров в планетарном масштабе. В третьей главе даётся трёхмерная глобальная модель системы крупномасштабных ветров и меридиональных циркуляционных движений. В четвёртой главе даётся аналитическая теория структуры ветровых и волновых движений в ионосфере.

Монография рассчитана на научных работников, аспирантов и студентов старших курсов физических факультетов университетов.

Табл. 4. Илл. 85. Библиогр. 283 наим.

Анзор Иосифович Гвелесиани
К вопросу о динамике ионосферно-магнитосферной плазмы Земли

Редактор: д-р физ.-мат. наук Каладзе Т.
Рецензенты: д-р физ.-мат. наук Вашакмадзе Т. С.
д-р физ.-мат. наук Кириа Дж. К.

Отпечатано в типографии издательства ТГУ

Пр. И. Чавчавадзе 14, Тбилиси 0179
Тел: +995 (32) 2250484, # 6284; #6278
www.tsu.ge/ka/publishing-house

Тбилиси, 2020

ISBN 978-9941-13-958-1

О Г Л А В Л Е Н И Е

ПРЕДИСЛОВИЕ 4
ГЛАВА 1. УСЛОВИЯ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОЙ ПРОВОДЯЩНЙ АТМОСФЕРЫ

1.1. Об условиях динамической и магнитогидродинамической возможности движения атмосферы. 5
1.2. Условия магнитогидродинамической возможности движения вязкой с конечной проводимостью неоднородной атмосферы. Основные теоремы 6
1.3. Обобщение некоторых точных решений уравнений магнитной гидродинами (течения Гартмана, Куэтта и др.) 17
1.4. О возможности закручивающегося движения проводящей атмосферы в магнитном и гравитационном полях с учётом силы Кориолиса. 19
1.5. Роль обычной и магнитной вязкостей в характере некоторых движений проводящей атмосферы (задача Кочина). 20
1.6. Крупномасштабные вращательные движения проводящей атмосферы типа циклона и антициклона 22
1.7. Движение вязкой проводящей среды в нейтральных точках магнитного поля Земли 31
1.8. Об условиях магнитогидродинамической возможности крупномасштабных движений в нижней ионосфере 34
ЛИТЕРАТУРА к главе 1 39

ГЛАВА 2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ВЕТРОВ В ИОНОСФЕРЕ

2.1. О динамике ветров и дрейфах в ионосфере 41
2.2. Исходные уравнения движения 44
2.3. Нестационарное распределение крупномасштабных ветров в ионосфере при наличии вертикальных скоростей 46
2.4. О возникновении ветрового сдвига и спорадического Е-слоя в турбулентной части нижней ионосферы 51
2.5. Особенности зональной циркуляции верхней атмосферы. О геострофичности ветра в ионосфере 55
2.6. Особенности незональной циркуляции верхней атмосферы 68
2.7. Особенности динамического взаимодействия различных слоёв ионосферы при крупномасштабных движения в верхней атмосфере 72
ЛИТЕРАТУРА к главе 2 73

ГЛАВА 3. ТРЁХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ИОНОСФЕРЫ И МЕРИДИОНАЛЬНАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ В ОБЛАСТИ F
3.1. Влияние ионосферной плазмы на общую циркуляцию в верхней атмосфере. Аналитическая модель. 78
3.2. Влияние ионосферной плазмы на общую циркуляцию в верхней атмосфере. Численная модель 81
3.3. Меридиональная циркуляция ветров в F-области ионосферы. 85
ЛИТЕРАТУРА к главе 3 88

ГЛАВА 4. ВЕТРОВЫЕ И ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ НА ИОНОСФЕРНЫХ УРОВНЯХ
4.1. Магнитогидродинамика ионосферы 90
4.2. Ветровые системы на ионосферных уровнях 95
4.3. Теоремы Фридмана для электропроводящей атмосферы 98

ЛИТЕРАТУРА к главе 4 110

П Р Е Д И С Л О В И Е

На данном этапе развития исследований верхней атмосферы важнейшее место занимает проблема изучения динамического режима верхней атмосферы на ионосферных уровнях областей E и F. В первую очередь это вопросы динамики крупномасштабных ветров и циркуляционных и волновых движений в глобальном масштабе Современные экспериментальные методы ещё не позволяют получить в достаточной мере достоверные сведения о динамическом режиме ветров в верхней атмосфере. Пока что эти исследования находятся в стадии преодоления больших технических и математических трудностей. Трудно разработать общую теорию, которая смогла бы объяснить все основные свойства ионосферы и многие наблюдаемые в ней комплексные явления в свете трёхмерной модели циркуляционных движений верхней атмосферы в глобадьном мсштабе.

В главе 1 предлагается метод условий магнитогидродинамической возможности движения проводящей среды применительно к уловиям вязкой неоднородной с конечной проводимостью ионосферы, в которых центральными являются движениям циклонического и антициклонического характера на уровнях между 90 км и 400 км.

В Главе 2 методом подобия и анализа размерностей уравнения магнитной гидродинамики и квазигидродинамики упрощаются применительно к уловиям нижней ионосферы и используются, как исходные. Рассмотрена аналитическая задача крупномасштабного нестационарного ветра в ионосфере при наличии периодически меняющейся во времени вертикальной составляющей скорости приближённым методом, аналогичным методу Лайтхилла. Далее предлагается один из механизмов возникновения ветрового сдвига, ответственного за появление спорадических E_s-слоёв в нижней турбулизированной части области E. Детально исследуются упрощённые уравнения горизонтальных крупномасштабных ветров в ионосфере и даётся глобальная картина системы этих ветров для различных сезонов на основе известных моделей нейтральной атмосферы Яккия-70 и моделей ионосферы ИЗМИРАН.

В Главе 3 предлагаются аналитическия и численная модели трёхмерной циркуляции ионосферы на уровнях области F ионосферы, являющейся, как и нижняя атмосфера, бароклинной средой. Получена система крупномасштабных ветров и меридиональных ячеек циркуляции в планетарном масштабе для северного и южного полушарий для условий спокойного Солнца.

В первых трёх главах были изложены известные ранние и собственные результаты исследований движений проводящей атмосферы на ионосферных уровнях.

В Главе 4 анализируются результаты теоретических исследований проблем динамики слабо ионизованной ионосферной плазмы, полученные А. Г. Хантадзе и с участием автора за последние три десятилетия, это - система нейтральных ветров, крупномасштабные вихревые структуры планетарного масштаба, условия динамической возможности МГД движений в ионосфере, известные и новые ветви малых колебаний верхней атмосферы и особенности распространения электромагнитных волн в турбулентной среде. Наконец, следует отметить, что в данной главе восполняется в некоторой степени отсутствие новых обзорных работ по вышеперечисленной тематике.

ГЛАВА 1. УСЛОВИЯ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОЙ ПРОВОДЯЩНЙ АТМОСФЕРЫ

1.1. Об условиях динамической и магнитогидродинамической возможности движения атмосферы

Условия динамической возможности движения жидкости, начиная с первых теорем Гельмгольца для несжимаемой жидкости до фундаментальных соотношений, найденных Фридманом для сжимаемой жидкости, включающих, как частный случай, теоремы Гельмгольца, составили основу классической гидродинамики. Эти теоремы или категории движений, полученные Фридманом А. А., были дополнены и развиты далее его учениками и последователями [1-5]. В случае идеальной несжимаемой жидкости осуществляется одна категория движений, удовлетворяющая условиям динамической возможности движений, выведенных Гельмгольцем; для идеальной сжимаемой жидкости получается пять категорий движений, выведенных Фридманом. Для вязкой сжимаемой жидкости Извековым Б. И. были получены тринадцать категорий движений. Метод условий динамической возможности движений жидкости сводится к последовательному исключению давления и плотности из уравнений движения и уравнений неразрывности, составлению группы равенств, характеризующих категории движений, в которые входят компоненты скоростей, сил и их производные. Фридман и Извеков решали общую задачу без привлечения уравнения притока тепла и уравнения состояния, вследствие чего давление и плотность соответственно находятся с точностью до произвольной функции времени и произвольной постоянной. Так как в уравнениях движения и неразрывности давление и плотность входят в виде производных, то указанные выше аддитивные члены в выражениях для плотности и давления пропадают, и во многих задачах физики проводящей атмосферы можно будет обойти трудности их определения. Обобщение теории Фридмана и Извекова было сделано в дальнейшем Кибелем И. А., включившем в рассмотрение уравнение притока энергии для идеальных газов. Он показал, что на самом деле все движения идеальной сжимаемой жидкости разбиваются на три категории, из которых при определённых условиях выводятся все пять фридмановских категорий движения. Следует отметить, что с помощью метода условий динамической возможности Фридману и его ученикам [1] удалось решить ряд считавшихся ранее неразрешимыми задач.

Позднее, в работах некоторых зарубежных исследователей были применены условия динамической возможности движений к ряду случаев течений жидкости и получены некоторые точные решения для адиабатического движения идеальной жидкости, для плоскослоистых движений сжимаемой жидкости и др. [6, 5]. К сожалению, в обычной метеорологии эти методы не получили своего дальнейшего развития.

Теоретической основой для построения магнитной гидродинамики ионосферы, ионосферной метеорологии и физики ионосферной плазмы послужили, наряду с зарубежными, исследования советских учёных [7-13]. Применительно к верхней атмосфере достижения фридмановской школы были успешно реализованы и обобщены в магнитной гидродинамике проводящей атмосферы, каковой, в частрости, является атмосфера Земли и атмосфера Солнца. В [5] впервые были выведены условия кинематической и динамической возможности движения идеальной с бесконечной проводимостью сжимаемой атмосферы, изучены крупномасштабные движения в ней, найден ряд точных решений уравнений магнитной гидродинамики и получены движения, возможные только в проводящих жидкостях. В качестве одного из достижений теории в этой области можно назвать выражение нового лагранжева инварианта в магнитной гидродинамике [5]: $helm\left(\vec{\Omega}+2\vec{\mu}+(\sim{}^\circ)^{-1}\vec{H}\right)=0,$ означающего, что в проводящей среде векторные линии $\left(\vec{\Omega}+2\vec{\mu}+(\sim{}^\circ)^{-1}\vec{H}\right)$ сохраняются и движутся вместе с жидкостью; здесь $\vec{\Omega}=rot\vec{V}$, $\vec{V}$ – вектор скорости жидкости, $\vec{\mu}$ – вектор угловой скорости вращения Земли, $\vec{H}$ – вектор напряжённости магнитного поля Земли, $\sim\,=c\left(eN\right)^{-1}$, с – скорость света, е – заряд электрона, N – числовая концентрация слабоионизованного газа, ρ – плотность атмосферы, $helm\,\vec{a}=\dfrac{d\vec{a}}{dt}-\left(\vec{a},\nabla\right)\vec{V}+\vec{a}\,div\vec{V}$ – гельмгольциан – введённый Фридманом оператор,.

В отличие от [5], в настоящей главе исследуются движения вязкой с конечной проводимостью неоднородной атмосферы в самом общем случае, отыскиваются некоторые точные решения уравнений магнитной гидродинамики применительно к задачам динамики проводящей атмосферы Земли и атмосферы Солнца. Как известно, верхняя атмосфера Земли, а также атмосфера Солнца, включая хромосферу и более глубокие слои, обладают конечной проводимостью и на некоторых уровнях характеризуются высокими значениями турбулентной вязкости [14, 15]. Наблюдения показывают, что в динамике верхней атмосферы Земли и в атмосфере Солнца большое значение имеют крупномасштабные вращательные движения типа циклонов и антициклонов. Эти и ряд других типов движений будут рассмотрены ниже, после вывода основных теорем, категорий движений, для вязкой неоднородной с конечной проводимостью атмосферы.

1.2. Условия магнитогидродинамической (МГД) возможности движения вязкой с конечной проводимостью неоднородной атмосферы. Основные теоремы

В настоящем параграфе обобщаются результаты рассмотренных выше работ применительно к вязкой, с конечной проводимостью сжимаемой атмосфере. Полученные условия отражают многообразие движений вязких жидкостей, и, как будет показано ниже, число магнитогидродинамически возможных движений существенно возрастает по сравнению со случаем идеальных жидкостей.

1.2.A. Используются уравнения магнитной гидродинамики, записанные в следующей векторной форме

$$gradP' = e^{-\varphi}\vec{G} + \vec{S} + \vec{T}, \qquad (1.2.1)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + (\vec{V}, grad\varphi) = \theta, \qquad (1.2.2)$$

$$helm\vec{H} = \nu_м \Delta\vec{H}, \qquad (1.2.3)$$

$$div\vec{H} = 0, \qquad (1.2.4)$$

где

$P' = P + H^2/8®$, $\varphi = log\,\omega, \omega = \rho^{-1}, \vec{G} = \vec{F} - d\vec{V}/dt, \vec{S} = (\eta/3)grad\theta + \eta\Delta\vec{V}$, T = $(\vec{H}, \nabla\vec{H})/4\pi, \theta = div\vec{V}, helm\vec{H} = \partial\vec{H}/\partial t - rot[\vec{V}, \vec{H}]$; P', P – соответственно, полное давление и давление при отсутствии магнитного поля; $\vec{F}$– результирующая внешних сил; ¦ – динамическая вязкость атмосферы; µ – удельный объём атмосферы; $¬_м$ – магнитная вязкость среды; t – время.

В настоящем рассмотрении при заданном поле скоростей, магнитном поле и внешних силах могут быть найдены плотность (°) или удельный объём (µ), как функция пространственных координат и времени (x, y, z; t), и затем, с точностью до произвольной функции времени $P_0'(t)$ определится давление P':

$$P'(x,y,z;t) = P_0'(t) + \int\left\{\left[e^{-\varphi}G_1 + S_1 + T_1\right]dx + \left[e^{-\varphi}G_2 + S_2 + T_2\right]dy + \left[e^{-\varphi}G_3 + S_3 + T_3\right]dz\right\}, \qquad (1.2.5)$$

где индексы 1, 2 и 3 обозначают составляющие векторов вдоль осей координат OX, OУ и OZ, со**от**ветственно.

Введём обозначения: $\vec{Б} = rot\vec{G}$, названный Фридманом турбулизирующим вектором, $\vec{J} = rot(\vec{S} + \vec{T})$– фрикционный вектор, имеющий при $\vec{S} = 0$ природу чисто магнитного происхождения, поэтому $rot\vec{T}$ будем называть магнитным фрикционным вектором.

Т е о р е м а 1. Условие, необходимое и достаточное для того, чтобы из уравнений магнитной гидродинамики можно было определить давление, как функцию времени и координат, состоит в выполнении следующего равенства

$$\vec{Б} + [grad\varphi, \vec{G}] = e^{\varphi}\vec{J}. \qquad (1.2.6)$$

Применяя операцию *rot* к обеим частям уравнения (1.2.1), автоматически получим (1.2.6). Достаточность условия докажем, записав (1.2.6) в виде

$$rot\left(e^{-\varphi}\vec{G}+\vec{S}+\vec{T}\right)=0. \qquad (1.2.7)$$

Уравнению (1.2.7) удовлетворяет вектор $gradP'=e^{-\varphi}\vec{G}+\vec{S}+\vec{T}$, что и доказывает достаточность условия (1.2.6). Умножая скалярно обе части уравнения (1.2.6) на $\vec{G}$, найдём выражение для объёма μ :

$$\omega=e^{\varphi}=m=(\vec{G},\vec{Б})/(\vec{G},\vec{J}).$$

Для того, чтобы $\mu\neq 0$, необходимо выполнение условия $(\vec{G},\vec{Б})\neq 0$ и $(\vec{G},\vec{J})\neq 0$ или $(\vec{G},\vec{Б})=0$ и $(\vec{G},\vec{J})=0$. Так как в первом случае $(\vec{G},\vec{Б})$ не может равняться нулю, рассматриваемый класс движений относится к классу закручивающихся движений.

Т е о р е м а 2. Условия магнитогидродинамической возможности движения класса закручивающихся движений $(\vec{G},\vec{J})\neq 0$суть:

$$\vec{Б}=m\vec{J}+m^{-1}[\vec{G},gradm],$$

$$\frac{dm}{dt}=m^{-}, \quad helm\vec{H}=\nu_{м}\Delta\vec{H}, \text{ где } m=(\vec{G},\vec{Б})/(\vec{G},\vec{J}).$$

Представленная система состоит из семи скалярных уравнений для трёх составляющих скорости и трёх составляющих магнитного поля. Из коих шесть уравнений являются независимыми, и система является замкнутой. Нетрудно видеть, что класс закручивающихся движений в магнитной гидродинамике состоит из трёх категорий движения, в отличие от одной категории в обычной гидродинамике. Действительно, условие $(\vec{G},\vec{J})\neq 0$ осуществляется в следующих трёх случаях:

$$(\vec{G},\vec{J})=(\vec{G},\vec{D})+(\vec{G},\vec{\Gamma}),\vec{D}=rot\vec{S},\vec{\Gamma}=rot\vec{T};$$

$$(а)(\vec{G},\vec{D})\neq 0,(\vec{G},\vec{\Gamma})\neq 0,\vec{D}\neq 0,\vec{\Gamma}\neq 0;\ (б)(\vec{G},\vec{D})=0,(\vec{G},\vec{\Gamma})\neq 0\begin{cases}\vec{D}\neq 0,\vec{\Gamma}\neq 0\\ \vec{D}=0,\vec{\Gamma}\neq 0\end{cases}$$

$$(в)(\vec{G},\vec{D})\neq 0,(\vec{G},\vec{\Gamma})=0\begin{cases}\vec{D}\neq 0,\vec{\Gamma}\neq 0\\ \vec{D}\neq 0,\vec{\Gamma}=0\end{cases}$$

Из приведённой схемы видно, что второй случай пункта (б) $\vec{D}=0,\vec{\Gamma}\neq 0$, содержит в себе случай МГД-возможности движения идеальной сжимаемой с бесконечной проводимостью жидкости. Второй случай пункта (в)$\vec{D}\neq 0,\vec{\Gamma}=0$ также содержит в себе тривиальный случай динамической возможности движения вязкой сжимаемой жидкости в обычной гидродинамике. Таким образом, в 3 из 5 случаев векторы0 $\vec{D}\neq 0,\vec{\Gamma}\neq 0$.

Решение системы уравнений (1.2.2) и (1.2.6):

$$(grad\varphi,\vec{V})=\theta-\frac{\partial\varphi}{\partial t}, \qquad (1.2.8)$$
$$[grad\varphi,\vec{G}]-e^{\varphi}\vec{J}-\vec{Б},$$

зависит от значения так называемой меры диссипативности $\mu=(\vec{V},\vec{G})$. После применения известных приёмов векторного анализа [107, 56] к системе (1.2.8), получаем следующую теорему магнитной гидродинамики для случая « $\neq 0$ и $[\vec{P},\vec{Q}]\neq 0$.

Т е о р е м а 3. Условия магнитогидродинамической возможности общего и нормального движения 1-го класса суть:

$$helm\vec{H}=\nu_{м}\Delta\vec{H},\ div\vec{H}=0,\ (\vec{G},\vec{Б})=0,\ (\vec{G},\vec{J})=0,\ ([\vec{P},\vec{Q}],\vec{R})=0,\ grad(log\,\xi)=\vec{A}+\frac{\partial(log\,\xi)}{\partial t}\vec{B}+\xi\vec{C},$$

где

$$[\vec{R},\vec{P}]=\xi[\vec{P},\vec{Q}];\quad \vec{P}=rot\vec{B}+[\partial\vec{B}/\partial t,\vec{B}];\quad \vec{Q}=rot\vec{C}+[\partial\vec{C}/\partial t,\vec{B}]+[\vec{A},\vec{C}]=\vec{Q}_1+\vec{Q}_2=$$
$$\left(rot\vec{C}_1+[\partial\vec{C}_1/\partial t,\vec{B}]+[\vec{A},\vec{C}_1]\right)+\left(rot\vec{C}_2+[\partial\vec{C}_2/\partial t,\vec{B}]+[\vec{A},\vec{C}_2]\right);\quad \vec{R}=rot\vec{A}+[\partial\vec{A}/\partial t,\vec{B}];$$

$$\vec{A} = \frac{[\vec{Б},\vec{V}] + \theta\vec{G}}{u}; \quad \vec{B} = -\frac{\vec{G}}{u}; \quad \vec{C} = \frac{[\vec{V},\vec{J}]}{u} = \overrightarrow{C_1} + \overrightarrow{C_2} = \frac{[\vec{V},\vec{D}]}{u} + \frac{[\vec{V},\vec{\Gamma}]}{u}.$$

Если вместо φ в (1.2.8) вставить log¶ , получится третье векторное условие ($\vec{Q}$).

Рассмотрим условия теоремы $(\vec{G},\vec{J}) = 0$ и $([\vec{P},\vec{Q}],\vec{R}) = 0$, создающие дополнительные категории движения к известной одной в обычной гидродинамике [56, 66] и в магнитной гидродинамике [110].

1.2.A I. $(\vec{G},\vec{J}) - 0, \quad (\vec{G},\vec{D}) + (\vec{G},\vec{\Gamma}) - 0;$

(а) $(\vec{G},\vec{D}) = -(\vec{G},\vec{\Gamma});\quad (\vec{G},\vec{D}) \neq 0,\ (\vec{G},\vec{\Gamma}) \neq 0;\quad \vec{D} \neq 0,\ \vec{\Gamma} \neq 0;$

(б) $\vec{D} = 0; \qquad (\vec{G},\vec{\Gamma}) = 0 \begin{cases} \vec{D} = 0, \vec{\Gamma} \neq 0 \\ \vec{D} = 0, \vec{\Gamma} = 0 \end{cases}$

(в) $(\vec{G},\vec{D}) = 0; \qquad \vec{\Gamma} = 0 \qquad \begin{cases} \vec{\Gamma} = 0, \vec{D} \neq 0 \\ \vec{\Gamma} = 0, \vec{D} = 0 \end{cases}$

(г) $(\vec{G},\vec{D}) = 0, \qquad (\vec{G},\vec{\Gamma}) = 0, \qquad \begin{cases} \vec{D} \neq 0, \vec{\Gamma} = 0 \\ \vec{D} \neq 0, \vec{\Gamma} = 0 \\ \vec{D} = 0, \vec{\Gamma} \neq 0 \\ \vec{D} = 0, \vec{\Gamma} = 0 \end{cases}$

1.2. A II. $([\vec{P},\vec{Q}],\vec{R}) = 0, \qquad [\vec{P},\vec{Q}] \neq 0, \qquad \vec{Q} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2;$

(а) $([\vec{P},\vec{Q}_1],\vec{R}) = -([\vec{P},\vec{Q}_2],\vec{R}), \qquad [\vec{P},\vec{Q}_1] \neq 0,\ [\vec{P},\vec{Q}_2] \neq 0;$

(б) $([\vec{P},\vec{Q}_1],\vec{R}) = 0, ([\vec{P},\vec{Q}_2],\vec{R}) = 0 \qquad \begin{cases} [\vec{P},\vec{Q}_1] = 0, [\vec{P},\vec{Q}_2] \neq 0 \\ [\vec{P},\vec{Q}_1] \neq 0, [\vec{P},\vec{Q}_2] = 0 \end{cases}$

Отбрасывая тривиальные случаи, как $\vec{S} = 0,\ \vec{T} = 0\ \vec{Q}_1 = 0\ \ \vec{Q}_2 = 0$, получаем 12 новых категорий движений.

Если « ≠ 0 $[\vec{P},\vec{Q}] = 0$, получаем общее нормальное движение 2-го класса.

Т е о р е м а 4. Условия магнитогидродинамической возможности общего нормального движения 2-го класса при $\overrightarrow{M} \neq 0$, суть:

$$helm\vec{H} = \nu_м \Delta\vec{H},\quad div\vec{H} = 0,\quad (\vec{G},\vec{Б}) = 0,\quad (\vec{G},\vec{J}) = 0,\quad [\vec{P},\vec{Q}] = 0,\quad [\vec{R},\vec{P}] = 0,\quad [\vec{M},\vec{L}] = 0,$$

$$grad(\log n) = \vec{A} + \frac{\partial \log n}{\partial t}\vec{B} + n\vec{C},$$

где n – скалярная функция, определяемая из векторного уравнения

$$\vec{L} + n\vec{M} = 0,$$

$$\vec{L} = grad\ell - \frac{\partial(\vec{A} + \ell\vec{D})}{\partial t};\quad \vec{M} = gradk - k\vec{A} - \frac{\partial(\vec{C} + k\vec{D})}{\partial t}.$$

Последнее векторное условие получится, если вместо ¨ в систему (1.2.8) и (1.2.6) вставить $\log n$. А величины ℓ и k находятся из условий:

$$\vec{Q} + k\vec{P} = 0,\quad \vec{R} + \ell\vec{P} = 0.$$

Рассмотрим условия теоремы $(\vec{G},\vec{J}) = 0, [\vec{P},\vec{Q}] = 0.$

1.2. A I. $(\vec{G},\vec{J}) = 0$, как мы видели выше, даёт 4 различных случая.

II. $[\vec{P},\vec{Q}] = 0$. $[\vec{P},\vec{Q}_1] + [\vec{P},\vec{Q}_2] = 0, \vec{P} \neq 0$.

(а) $[\vec{P},\vec{Q}_1] = -[\vec{P},\vec{Q}_2]$, $\quad [\vec{P},\vec{Q}_2] \neq 0, [\vec{P},\vec{Q}_1] \neq 0, \vec{Q}_1 \neq 0, \vec{Q}_2 \neq 0$;

(б) $[\vec{P},\vec{Q}_1] = 0, [\vec{P},\vec{Q}_2] = 0 \quad \begin{cases} 1)\vec{Q}_1 \neq 0, \vec{Q}_2 \neq 0; 2)\vec{Q}_1 \neq 0, \vec{Q}_2 = 0; \\ 3)\vec{Q}_1 = 0, \vec{Q}_2 \neq 0; 2)\vec{Q}_1 = 0, \vec{Q}_2 = 0. \end{cases}$

Итак, в этом случае имеем 8 различных категорий движений.

Для случая $\vec{M} = 0$задача решается проще.

Т е о р е м а 5. Для 2-го класса общего нормального движения, когда $\vec{M} = 0$, условия магнитогидродинамической возможности движения суть:

$$helm\vec{H} = \nu_м \Delta\vec{H}, div\vec{H} = 0, (\vec{G},\vec{E}) = 0, (\vec{G},\vec{J}) = 0, \quad [\vec{P},\vec{Q}] = 0, \ [\vec{R},\vec{P}] = 0, \ \vec{L} = 0, \vec{M} = 0.$$

В последнем случае плотность жидкости находится интегрированием нормальной системы линейных дифференциальных уравнений в отличие от всех предыдущих случаев, в которых ° находится непосредственно. Здесь, как и в предыдущем случае, осуществляется 8 сортов движений.

Рассмотрим случай специального нормального движения « $\neq 0, \vec{P} = 0, \ \vec{Q} \neq 0$. Применяя операцию rot к обеим частям (1.2.6), затем, умножая векторно на $\vec{Q}$, приходим к условию параллельности векторов $\vec{Q}$ и $\vec{R}$.

Т е о р е м а 6. Условия магнитогидродинамической возможности специального нормального движения 1-го класса суть:

$$helm\vec{H} = \nu_м \Delta\vec{H}, div\vec{H} = 0, \quad (\vec{G},\vec{B}) = 0, \quad (\vec{G},\vec{J}) = 0, \quad [\vec{Q},\vec{R}] = 0, \quad \vec{P} = 0,$$
$$grad(\log\lambda) = \vec{A} + \frac{\partial(\log\lambda)}{\partial t}\vec{B} + \lambda\vec{C},$$

где ª – скалярная функция, определяемая из уравнения

$$\lambda\vec{Q} + \vec{R} = 0.$$

Последнее векторное условие получится подставляя в (1.2.6) найденное значение ª .

Из условий теоремы $(\vec{G},\vec{J}) = 0, \ [\vec{Q},\vec{R}] = 0, \ \vec{Q} \neq 0$нетрудно видеть, что можно получить 8 категорий движений:

I. $(\vec{G},\vec{J}) = 0$ даёт 4 варианта случаев;

II. $[\vec{Q},\vec{R}] = 0, \ [\vec{Q}_1,\vec{R}] + [\vec{Q}_2,\vec{R}] = 0$;

(а) $[\vec{Q}_1,\vec{R}] = -[\vec{Q}_2,\vec{R}]$; $\ [\vec{Q}_1,\vec{R}] \neq 0, \ [\vec{Q}_2,\vec{R}] \neq 0, \vec{Q}_1 \neq 0, \ \vec{Q}_2 \neq 0$;

(б) $[\vec{Q}_1,\vec{R}] = 0, [\vec{Q}_2,\vec{R}] = 0 \quad \begin{cases} \vec{Q}_1 = 0, \vec{Q}_2 \neq 0; \\ \vec{Q}_1 \neq 0, \vec{Q}_2 = 0; \\ \vec{Q}_1 \neq 0, \vec{Q}_2 \neq 0. \end{cases}$

Для 2-го класса специальных нормальных движений $\vec{Q} = 0$, « $\neq 0, \vec{P} = 0$; и так как $\vec{Q} = 0$, то и $\vec{R} = 0$. Это легко видеть из уравнения, получаемого после взятия операции rot от обеих частей уравнения (1.2.6).

Т е о р е м а 7. Условия магнитогидродинамической возможности специального нормального движения 2-го класса суть:

$$helm\vec{H} = \nu_м \Delta\vec{H}, div\vec{H} = 0, \quad (\vec{G},\vec{B}) = 0, \quad (\vec{G},\vec{J}) = 0, \ \vec{P} = 0, \ \vec{Q} = 0, \ \vec{R} = 0.$$

Из условий $(\vec{G},\vec{J}) = 0$и $\vec{Q} = 0$получаем 8 категорий движений.

Перейдём к рассмотрению незакручивающихся полуконсервативных движений:$\mu = (\vec{V},\vec{G}) = 0$. Движение с $\vec{G} = 0$ назовём, как это принято в [107], безградиентным, а градиентным – случай $\vec{G} \neq 0$.

Пусть $\vec{G} = 0$, тогда вектор $\vec{J} = 0$. Величина μ находится при этом из уравнения неразрывности обычным интегрированием.

Т е о р е м а 8. Условия магнитогидродинамической возможности безградиентного полуконсервативного движения суть:

$$helm\vec{H} = \nu_M \Delta\vec{H},\ div\vec{H} = 0,\ (\vec{G},\vec{Б}) = 0,\ (\vec{G},\vec{J}) = 0,\ (\vec{V},\vec{G}) = 0,\ \vec{G} = 0,\ \vec{J} = 0.$$

Из условий

I. $(\vec{G},\vec{J}) - 0;$

II. $\vec{J} = \vec{D} + \vec{\Gamma} = 0;$

(а) $\vec{D} \neq 0,\ \vec{\Gamma} \neq 0;$ (б) $\vec{D} = 0,\ \vec{\Gamma} = 0;$

имеем 8 категорий движений.

Если $\vec{G} \neq 0$и $\left[\vec{G},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right] = 0$, имеем следующую теорему

Т е о р е м а 9. Условия магнитогидродинамической возможности специального полуконсервативного незакручивающегося движения, когда $\vec{L}_1 \neq 0$, суть:

$$helm\vec{H} = \nu_M \Delta\vec{H},\quad div\vec{H} = 0,\ (\vec{G},\vec{Б}) = 0,\ (\vec{G},\vec{J}) = 0,\ (\vec{V},\vec{G}) = 0,\quad \left[\vec{G},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right] = 0,\quad [\vec{K}_1,\vec{L}_1] = 0,$$

$$\frac{dm_1}{dt} = m_1^{-},\ \vec{Б} = m_1\vec{J} + m_1^{-1}[\vec{G}, grad m_1],$$

где m_1 определяется равенством

$$\vec{K}_1 + m_1\vec{L}_1 = 0;$$

$$\vec{K}_1 = [\vec{G}, grad(\theta+\gamma)] - \frac{\partial\vec{Б}}{\partial t} + \delta\vec{J},\quad \vec{L}_1 = [\vec{G}, grad\tau] + \tau\vec{Б} + \frac{\partial\vec{J}}{\partial t} + (\theta+\gamma-\delta)\vec{J},$$

где ¥,²,¢ – скалярные величины, удовлетворяющие условиям:

$$[\vec{Б},\vec{V}] = \gamma\vec{G},\ [\vec{V},\vec{J}] = \tau\vec{G},\quad \frac{\partial\vec{G}}{\partial t} = \delta\vec{G}.$$

Последние два условия получим, подставляя в решение системы (1.2.8) $grad\varphi = \vec{A} + \frac{\partial\varphi}{\partial t}\vec{B} + e^{\varphi}\vec{C}$ вместо значение ¨ $= \log m_1$.

Т е о р е м а 10. Условия магнитогидродинамической возможности специального полуконсервативного незакручивающегося движения, когда $\vec{L}_1 = 0$, суть:

$$helm\vec{H} = \nu_M \Delta\vec{H},\ div\vec{H} = 0,\ (\vec{G},\vec{Б}) = 0,\ (\vec{G},\vec{J}) = 0,\ (\vec{V},\vec{G}) = 0,\ \left[\vec{G},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right] - 0,\ \vec{K}_1 = 0,\ \vec{L}_1 = 0.$$

Рассмотрим случай общего полуконсервативного незакручивающегося движения, $\left[\vec{G},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right] \neq 0.$

Т е о р е м а 11. Условия магнитогидродинамической возможности общего полуконсервативного незакручивающегося движения, когда скаляр $q = 0$, суть

$$helm\vec{H} = \nu_M \Delta\vec{H},\quad div\vec{H} = 0,\quad (\vec{G},\vec{Б}) = 0,\quad (\vec{G},\vec{J}) = 0,\quad (\vec{V},\vec{G}) = 0,$$

$$\frac{dn_1}{dt} = n_1^{-},\ \vec{Б} = n_1\vec{J} + n_1^{-1}[\vec{G}, grad n_1],\ n_1 = -rq^{-1},$$

где

$$r = \left([\vec{G}, grad(\theta+\gamma)], \frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right) - \left(\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}, \frac{\partial\vec{Б}}{\partial t}\right),\ q = \left([\vec{G}, grad\tau], \frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right) + \tau\left(\vec{Б}, \frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right).$$

Если скаляр $q = 0$, то автоматически обращается в нуль и r. Исследуя условия динамической возможности для этого случая, получаем теорему.

Т е о р е м а 12. Условия магнитогидродинамической возможности общего полуконсервативного незакручивающегося движения типа $\vec{X} = 0, \vec{Z} = 0$ суть

$helm\vec{H} = \nu_м \Delta\vec{H}$, $div\vec{H} = 0$, $(\vec{G},\vec{Б}) = 0$, $(\vec{G},\vec{J}) = 0$, $(\vec{V},\vec{G}) = 0$,
$q = 0$, $r = 0$, $\vec{V} = 0, \vec{X} = 0, \vec{Y} = 0, \vec{Z} = 0$,

Где

$$\vec{V} = rot\vec{W}, \vec{X} = rot\vec{U} - [\vec{W},\vec{U}], \vec{Y} = grad(\theta+\gamma) - \frac{\partial\vec{W}}{\partial t}, \vec{Z} = grad\tau + \tau\vec{W} -$$
$$-\frac{\partial\vec{U}}{\partial t} - (\theta+\gamma)\vec{U}, \quad \vec{W} = \frac{[\vec{Б},\vec{G}]}{(\vec{G},\vec{G})} + \lambda_1\vec{G}, \quad \vec{U} = \frac{[\vec{G},\vec{J}]}{(\vec{G},\vec{G})} + \lambda_2\vec{G}$$

$а_1$ и $а_2$ определяются из уравнений:

$$[\vec{G}, grad(\theta+\gamma)] - \frac{\partial\vec{Б}}{\partial t} - \frac{\left(\vec{G},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right)\vec{Б} - \left(\vec{Б},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right)\vec{G}}{(\vec{G},\vec{G})} = \lambda_1\left[\vec{G},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right],$$

$$[\vec{G}, grad\tau] + \tau\vec{Б} + \frac{\partial\vec{J}}{\partial t} + (\theta+\gamma)\vec{J} + \frac{\left(\vec{J},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right)\vec{G} - \left(\vec{G},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right)\vec{J}}{(\vec{G},\vec{G})} = \lambda_2\left[\vec{G},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right].$$

Векторы $\vec{V},\vec{X},\vec{Y},\vec{Z}$связаны соотношениями:

$$\vec{V} + e^{\varphi}\vec{X} = 0, \ \vec{Y} + e^{\varphi}\vec{Z} = 0. \qquad (1.2.9)$$

Принимая это во внимание, нетрудно видеть, что при выполнении условия $\vec{V} = 0, \vec{X} = 0, \ \vec{Z} \neq 0$ вектор $\vec{Y}$не должен равняться нулю. Тогда очевидно, что $\vec{Y}$и $\vec{Z}$должны быть параллельны между собой и тогда непосредственно находится плотность жидкости, как функция времени и координат.

Т е о р е м а 13. Условия магнитогидродинамической возможности общего полуконсервативного незакручивающегося движения типа $\vec{X} = 0, \vec{Z} \neq 0$ суть

$helm\vec{H} = \nu_м \Delta\vec{H}$, $div\vec{H} = 0$, $(\vec{G},\vec{Б}) = 0$, $(\vec{G},\vec{J}) = 0$, $(\vec{V},\vec{G}) = 0$, $q = 0$, $r = 0$,
$\vec{V} = 0, \vec{X} = 0, [\vec{Y},\vec{Z}] = 0$, $\frac{d´}{dt} = ´ \ \overline{\ }$, $\vec{Б} = \varpi\vec{J} + \varpi^{-1}[\vec{G}, grad\varpi]$,

где ´ находится из уравнения

$\vec{Y} + \varpi\vec{Z} = 0.$

Теперь рассмотрим случай, когда $\vec{X} \neq 0$. Из (1.2.9) следует параллельность векторов $\vec{V}$и $\vec{X}$, и, так же, как в предыдущем случае, плотность определится непосредственно.

Т е о р е м а 14. Условия магнитогидродинамической возможности общего полуконсервативного движения, когда вектор $\vec{X} \neq 0$, суть

$helm\vec{H} = \nu_м \Delta\vec{H}$,
$div\vec{H} = 0$, $(\vec{G},\vec{Б}) = 0, (\vec{G},\vec{J}) = 0, (\vec{V},\vec{G}) = 0$, $[\vec{V},\vec{X}] = 0$, $q = 0$, $r = 0$, $\vec{Y} + \varpi_1\vec{Z} = 0$,
$\frac{d´_1}{dt} = ´_1 \ \overline{\ }$, $\vec{Б} = \varpi_1\vec{J} + \varpi_1{}^{-1}[\vec{G}, grad\varpi_1]$,

где $´_1$ находится из уравнения

$\vec{V} + \varpi_1\vec{X} = 0.$

Очевидно, что $´_1 = e^{¨}$, и удельный объём определён.

В каждом рассмотренном случае, в теоремах от 9-й до 14-й включительно, в силу условия $(\vec{G},\vec{J}) = 0$, получаем по 4 категории движений. Этими теоремами исчерпываются все возможные магнитогидродинамические движения вязкой сжимаемой с конечной проводимостью жидкости.

В заключение выведем условия магнитогидродинамической возможности движения вязкой несжимаемой с конечной проводимостью жидкости. Так как в данном случае ° $= const$, то $grad$ ¨ $= 0$, и уравнение (1.2.6) приводится к простому виду

$$\vec{Б} = \omega \vec{J}.$$

Уравнение неразрывности не будет содержать плотности

¯ $= div\vec{V} = 0.$

Будем иметь следующую теорему.

Т е о р е м а 15. Условия магнитогидродинамической возможности движения вязкой несжимаемой жидкости суть

$helm\vec{H} = \nu_м \Delta\vec{H}$, $div\vec{H} = 0$, $[\vec{Б}, \vec{J}] = 0$, ¯ $= 0$;

причём,

$\vec{J} = \eta\Delta\vec{\Omega} + rot\frac{(\vec{H},\nabla)\vec{H}}{4\pi}$, $\vec{\Omega} = rot\vec{V}$.

Из условия теоремы $[\vec{Б}, \vec{J}] = 0$ следует:

(а) $[\vec{Б}, \vec{D}] = [\vec{Б}, \vec{Г}]$; $[\vec{Б}, \vec{D}] \neq 0$, $[\vec{Б}, \vec{Г}] \neq 0$, $\vec{D} \neq 0$, $\vec{Г} \neq 0$;
(б) $[\vec{Б}, \vec{D}] = 0$, $[\vec{Б}, \vec{Г}] = 0$; $\vec{D} \neq 0$, $\vec{Г} \neq 0$; $\vec{D} = 0$, $\vec{Г} = 0$;
(в) $\vec{D} = 0$, $[\vec{Б}, \vec{Г}] = 0$; $\vec{Г} \neq 0$; $\vec{Г} = 0$;
(г) $\vec{Г} = 0$, $[\vec{Б}, \vec{D}] = 0$; $\vec{D} \neq 0$; $\vec{D} = 0$;

получаем, что в случае вязкой несжимаемой жидкости с конечной проводимостью магнитогидродинамически возможны 4 категории движений.

1.2.Б. В настоящей части методом условий динамической возможности отыскивается точное решение уравнений магнитной гидродинамики для вязкой сжимаемой проводящей атмосферы при наличии массовых сил, когда поле скоростей и магнитное поле заданы в виде:

$$v_1 = 0,\ v_2 = v(z,t),\ v_3 - 0;$$
$$H_1 = 0,\ H_2(z,t),\ H_3 = H_0.$$

Будем исходить из уравнений магнитной гидродинамики, причём, для удобства нумерация формул несколько изменена:

$$\vec{Б} + [grad\varphi, \vec{G}] = e^{\varphi}\vec{J}, \quad (1)$$
$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + (\vec{V}, grad\varphi) = \theta, \quad (2)$$
$$\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = rot[\vec{V}, \vec{H}] + \nu_m\Delta\vec{H}, \quad (3)$$
$$div\vec{H} = 0. \quad (4)$$

В рассматриваемом случае составляющие определяющих векторов имеют вид:

$$F_1 = 2ª_3 v,\ F_2 = 0,\ F_3 = -g - 2ª_1 v;\ Б_1 = -\frac{\partial^2 v}{\partial t\partial z},\ Б_2 = -2ª_3\frac{\partial v}{\partial z},\ Б_3 = 0;$$
$$G_1 = 2ª_3 v,\ G_2 = -\frac{\partial v}{\partial t},\ G_3 = -g - 2ª_1 v;\ \ S_1 = 0,\ S_2 = ¦\frac{\partial^2 v}{\partial z^2},\ S_3 = 0; \quad (5)$$
$$T_1 = 0,\ T_2 = \frac{H_0}{4®}\frac{\partial H}{\partial z},\ T_3 = 0;\ J_1 = -¦\frac{\partial^3 v}{\partial z^3} - \frac{H_0}{4®}\frac{\partial^2 H}{\partial z^2},\ J_2 = 0,\ J_3 = 0.$$

Умножая скалярно уравнение (1) на $\vec{G}$ и используя (3), получаем известное соотношение:

$$\left(\vec{G},\vec{Б}\right) = e^{\varphi}\left(\vec{G},\vec{J}\right), \qquad (6)$$

где

$$\left(\vec{G},\vec{Б}\right) = a = 2\lambda_3\left(\frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial z} - v\frac{\partial^2 v}{\partial t\partial z}\right),\ \left(\vec{G},\vec{J}\right) = b + b_m = -2\lambda_3 v\left(\eta\frac{\partial^3 v}{\partial z^3} + \frac{H_0}{4\pi}\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}\right).$$

Докажем, что закручивающееся движение $\left(a \neq 0, b + b_m \neq 0\right)$ невозможно. В самом деле, имеем:

$$e^{\varphi} = \mu = m = \frac{a}{b+b_m} = -\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial v}{\partial z} - v\dfrac{\partial^2 v}{\partial t\partial z}}{v\left(\eta\dfrac{\partial^3 v}{\partial z^3} + \dfrac{H_0}{4\pi}\dfrac{\partial^2 H}{\partial z^2}\right)}, \qquad (7)$$

где $v \neq 0,$ так как для закручивающихся движений $b + b_m \neq 0.$ Отсюда видно, что плотность должна быть функцией z и t. Из уравнения (2) следует, что

$$\frac{\partial m}{\partial t} = 0,$$

т.е. m не является функцией времени, а является только функцией высоты $z.$ Из (1) легко получается, что

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{m}{v}\right) = 0 \qquad (8)$$

и

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v/\partial t}{m}\right) = \eta\frac{\partial^3 v}{\partial z^3} + \frac{H_0}{4\pi}\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}. \qquad (9)$$

Так как $m = V(z)$ есть только функцией высоты, то из (8) следует

$$v(z,t) = f(t)V(z), \qquad (10)$$

где пока $f(t)$ есть произвольная функция времени. Подставляя (10) в (9) и учитывая, что левая часть (9) есть только функция времени, получаем $a = 0,\ b + b_m = 0,$ т.е.

$$\frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial z} - v\frac{\partial^2 v}{\partial t\partial z} = 0, \qquad \eta\frac{\partial^3 v}{\partial z^3} + \frac{H_0}{4\pi}\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0. \qquad (11)$$

Этим доказывается, что рассматриваемое движение относится к классу незакручивающихся движений.

Из (10) и (11) легко видеть, что и $H(z,t)$ можно представить в виде:

$$H(z,t) = f_1(t)h(z); \qquad (12)$$

здесь $f_1(t)/f(t) = const = k,$ где $k -$ произвольная постоянная.

Без ограничения общности полагается $k = 1,$ тогда $H(z,t) = f(t)h(z).$ Уравнение (3) в этом случае принимает вид:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - H_0\frac{\partial v}{\partial z} = \nu_m\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}. \qquad (13)$$

Исходя из (10), (12) и (13), для $f(t)$ получаем:

$$f(t) = ¢ e^{- \ t}. \qquad (14)$$

Решая совместно (11) и (13), для $V(z)$ и $h(z)$ получаем формулы:

$$V(z) = d_1' e^{´ z} + d_2' e^{-´ z} + d_3' z^2 + d_4' z + d_5', \qquad (15)$$

$$h(z) = d_1 e^{´ z} + d_2 e^{-´ z} + d_3 z + d_4, \qquad (16)$$

где

$$´ = \left[H^2 \pm \left(c^2 ¦ \right)^{-1} \right]^{1/2}.$$

Обратимся к дальнейшему исследованию незакручивающихся движений и составим выражение для турбомомента $\vec{A} = \mu^{-1}([\vec{Б}, \vec{V}] + \theta \vec{G})$, приведённого градиента $\vec{Б} = -\mu^{-1} \vec{G}$, третьего фрикционного вектора $\vec{G} = \mu^{-1} [\vec{V}, \vec{J}]$, меры диссипативности $\mu = (\vec{V}, \vec{G})$. Из значения $« = -v \partial v / \partial t$ видно, что полуконсервативное движение $(« = 0)$ возможно лишь в том случае, если v есть функция только высоты, либо же $v = 0$.

В рассматриваемом случае незакручивающихся нормальных движений $(« \neq 0)$ компоненты изучаемых векторов соответственно равны:

$$A_1 = 0,\ A_2 = 0,\ A_3 = V'(z)/V(z);\ B_1 = \frac{2ª_3}{f'(t)V(z)},\ B_2 = -\frac{1}{f(t)V(z)},$$

$$B_3 = \frac{g + 2ª_1 f(t)V(z)}{f'(t) f(t) V^2(z)};\quad C_1 = 0,\ \ C_2 = 0,\ \ C_3 = 0.$$

Составляются выражения для векторов:

$$\vec{P} = rot\vec{B} + \left[\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right], \vec{Q} = \left[\frac{\partial \vec{c}}{\partial t}, \vec{B}\right] + rot\vec{C} + [\vec{A}, \vec{C}], \vec{R} = rot\vec{A} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t};$$

оказывается, что $\vec{Q} \equiv 0$; также легко видеть, что и $rot\vec{A} = 0$, и, так как $\vec{A}$ есть функция только

высоты, то $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$ и $\left[\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \vec{B}\right] = 0$, а это значит, что и $\vec{P} = 0$.

Решая совместно (1) и (2), получаем:

$$grad\varphi = \vec{A} + \frac{\partial \varphi}{\partial t}\vec{B} + e^{\varphi}\vec{G}. \qquad (17)$$

Беря rot от обеих частей (13) и учитывая, что $\vec{Q} = 0$ и $\vec{R} = 0$, имеем:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}\vec{P} = 0.$$

Здесь возможны два случая: (а) $\vec{P} \neq 0$, тогда удельный объём оказывается лишь функцией от z; (б) $\vec{P} = 0$, – тогда получается выражение для $f(t)$, полученное выше: $f(t) = ¢\, exp(- \ t)$, и равенство вида: $f_1^2 f V'V / f'' = g,$ которое показывает, что его левая часть, как функция z и t, не может равняться постоянной величине. Это следует и из непосредственной подстановки (15) в данное выражение: для постоянства левой части необходимо, чтобы равнялись нулю коэффициенты $, d_1' \ldots,$ но тогда левая часть должна будет обратиться в 0, что невозможно, т.к. $g \neq 0.$ Отсюда следует, что специальное нормальное движение в рассматриваемом случае невозможно.

В случае общего нормального движения $(\vec{P} \neq 0) \frac{\partial ¨}{\partial t} = 0,$ и основное уравнение (17) для определения ¨ упрощается:

$$grad\varphi = \vec{A}. \qquad (17')$$

Обращаясь к дальнейшей классификации, видим, что векторное произведение $[\vec{P}, \vec{Q}] = 0,$ т.е. общее нормальное движение исследуемого рода принадлежит всегда ко 2-му классу движений.

Из условия $[\vec{P}, \vec{Q}] = 0,$ имеем $\vec{Q} + k\vec{P} = 0;$ т.к. $\vec{Q} = 0,$ а $\vec{P} \neq 0,$ то $k = 0.$ Из условия $[\vec{R}, \vec{P}] = 0$ имеем $\vec{R} + \ell\vec{P} = 0;$ и так как $\vec{R} = 0, \vec{P} \neq 0,$ то и $\ell = 0.$ Тогда векторы

$$\vec{L} = grad\ell - \frac{\partial(\vec{A} + \ell\vec{B})}{\partial t},$$

$$\vec{M} = gradk - k\vec{A} - \ell\vec{C} - \frac{\partial(\vec{C} + k\vec{B})}{\partial t}$$

также обращаются в 0. Этим удовлетворяются все условия магнитогидродинамической возможности движения вязкой сжимаемой проводящей атмосферы.

Перейдём к определению удельного объёма и давления. Удельный объём находится обычными квадратурами из $(17')$:

$$¨ = \log µ = \int A_1 dx + A_2 dy + A_3 dz = \int \frac{V'(z)}{V(z)} dz = \log[£V(z)]; \quad µ(z) = £V(z),$$

где $£ -$ произвольная постоянная. Если $z = 0,$ то $µ_0 = £V(0)$ и $µ(z) = µ_0 V(0)^{-1} V(z).$

Записав (1.2.1) в развёрнутом виде,

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 2ª_3 ° v, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = ° \left(-\frac{\partial v}{\partial t}\right) + ¦ \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{H_0}{4®} \frac{\partial H}{\partial z}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -° g - 2ª_1 ° v, \qquad (18)$$

находим давление с точностью до аддитивной функции времени:

$$P(x, y, z; t) = P_0(t) + \Phi_1(t)x + \Phi_2(t)y + \int \Phi_3(z, t)\, dz, \qquad (19)$$

где

$$\Phi_1(t) = 2ª_3 µ_0^{-1} f(t) V_0,\ \Phi_2(t) = µ^{-1}\left(-\frac{\partial v}{\partial t}\right) + ¦ \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{H_0}{4®}\frac{\partial H}{\partial z},\ \Phi_3(z, t) = µ^{-1}(-g - 2ª_1 v).$$

Итак, плотность есть функция только высоты, а давление – функция координат и времени.

Рассмотрим полуконсервативное движение $(« = 0),$ для которого составляющие скорости равны:

$$v_1 = 0,\ v_2 = v(z),\ v_3 = 0. \qquad (20)$$

Так как $v \neq 0,$ то из условия $« = -v\partial v / \partial t = 0$ получаем, что $\partial v / \partial t = 0,$ т.е. v действительно есть функция только высоты. Тогда и $\vec{G}$ есть функция только высоты, и $\partial\vec{G} / \partial t = 0,$ а отсюда

$\left[\vec{G}, \partial\vec{G}/\partial t\right] = 0.$ Это означает, что возможно только специальное градиентное полуконсервативное движение.

Рассмотрим условие незакручиваемости. Так как $a = 0,$ то должно и $b + b_m$ равняться нулю. Из последнего условия следует, что H есть функция только координаты z.

Таким образом, магнитогидродинамическим условием осуществления специального градиентного полуконсервативного незакручивающегося движения является требование стационарности поля скоростей и магнитного поля.

Для $H(z)$ и $v(z)$ имеем систему уравнений

$$-H_0 \frac{dv}{dz} = ¬_m \frac{d^2H}{dz^2}, \quad ¦\frac{d^3v}{dz^3} = \frac{H_0}{4®}\frac{d^2H}{dz^2}, \qquad (21)$$

после решения которой получается

$$v(z) = c_1 + c_2 e^{~z} + c_3 e^{-~z}, \quad H(z) = -\frac{H_0 c_2}{¬_m ~} e^{~z} + \frac{H_0 c_3}{¬_m ~} e^{-~z} + c_4 z + c_5, \qquad (22), (23)$$

где $~ = \frac{H_0}{c}\left(\frac{±}{¦}\right)^{1/2}$.

Перейдём к дальнейшему анализу условий магнитогидродинамической возможности для данного движения. Вектор $\vec{J}$, как легко видеть, равен нулю:

$$J = -\left(¦\frac{d^3v}{dz^3} + \frac{H_0}{4®}\frac{d^2H}{dz^2}\right).$$

Тогда имеем:

$$\vec{L_1} = [\vec{G}, grad\tau] + \tau\vec{Б} + \frac{\partial\vec{J}}{\partial t} + (\xi + \theta - s)\vec{J} = 0,$$

где

$$[\vec{V}, \vec{J}] = \tau\vec{G}, \quad \frac{\partial\vec{G}}{\partial t} = s\vec{G}, \theta = div\vec{V} = 0, [\vec{Б}, \vec{V}] = \xi\vec{G}.$$

Легко показать, что $² = 0,$ $s = 0,$ $¶ = 0.$ Мы имеем специальное полуконсервативное градиентное движение 2-го класса. Также легко видеть, что вектор

$$\vec{K_1} = [\vec{G}, grad(\xi + \theta)] - \frac{\partial\vec{Б}}{\partial t} + s\vec{Б} = 0,$$

И все условия магнитогидродинамической возможности выполнены и в этом стационарном случае.

Перейдём к определению µ и $P.$ Так как $grad\,¨ = 0,$ то $\partial¨/\partial t = 0.$ Из уравнения неразрывности следует, что $\partial¨/\partial y = 0.$ т.е. получается, что ¨ есть функция x и z. Решая уравнение (1), получаем условие магнитогидродинамической возможности

$$µ = v\Phi\left[x + g(z)\right],$$

где $g(z) = -\int \frac{g + 2ª_1 v}{2ª_3 v} dz,$ $\Phi\left[x + g(z)\right] -$ произвольная функция своего аргумента.

Для давления P получается выражение

$$P(x,y,z)=P_0+2ª_3\int\frac{dx}{\Phi\left[x+g(z)\right]}+\left(« \frac{d^2v}{dz^2}+\frac{H_0}{4®}\frac{dH}{dz}\right)y-\int\frac{g+2ª_1v}{v\Phi\left[x+g(z)\right]}dz. \qquad (25)$$

1.3. Обобщение некоторых точных решений уравнений магнитной гидродинамики (течения Гартмана, Куэтта и др.)

1.3.1. Т е ч е н и е Г а р т м а н а. Рассмотрим одномерное нестационарное движение вязкой неоднородной проводящей атмосферы, находящейся в поле силы тяжести и силы Кориолиса в пространстве между двумя параллельными плоскостями, перпендикулярно к которым приложено внешнее магнитное поле H_0. Решение данной задачи даётся формулами (15), (16), (19) и (20). Определяя коэффициенты $d_1,\ d_1'...$, из граничных условий:

$V=0,\ h_2=0$ при $z=\pm d$ и $V=V_0$ при $z=0$,

получаются формулы:

$$V=\frac{V_0}{\left(chM^*-1\right)+\frac{\sim_3 d^2}{\sim_1¥_1+\sim_2¥_2}}\left\{chM^*-\frac{2\sim_1\sim_2 thM^* ch\left(M^*\frac{z}{d}\right)}{\sim_4+\sim_2 thM^*}-\frac{\sim_4\left[\sim_1\exp\left(M^*\frac{z}{d}\right)-\sim_2\exp\left(-M^*\frac{z}{d}\right)\right]}{\sim_4+\sim_2 thM^*}-\right.$$

$$\left.-\frac{\sim_3\left[2\sim_4+\left(\sim_2-\sim_1\right)shM^*\right]}{\sim_2+\sim_4 cthM^*}z^2-\frac{\sim_4}{\sim_1¥_1+\sim_2¥_2}z+\frac{\sim_3 d^2}{\sim_1¥_1+\sim_2¥_2}\right\}, \qquad (1.3.1)$$

и

$$h=\frac{V_0}{\left(chM^*-1\right)+\frac{\sim_3 d^2}{\sim_1¥_1+\sim_1¥_2}}\left\{\frac{\sim_1\exp\left(-M^*\frac{z}{d}\right)+\sim_2\exp\left(M^*\frac{z}{d}\right)}{\left(\sim_2-\sim_1\right)\sim_4 cthM^*-2\sim_1\sim_2}+\frac{2\sim_4 shM^*\frac{z}{d}}{\left(\sim_2-\sim_1\right)\sim_4-2\sim_1\sim_2 thM^*}-\right.$$

$$\left.-\frac{\left(\sim_2-\sim_1\right)+2\sim_4 chM^*}{\left(\sim_2-\sim_1\right)\sim_4 cthM^*}\frac{z}{d}-\left(\sim_1¥_1+\sim_2¥_2\right)^{-1}\right\}, \qquad (1.3.2)$$

где

$$¥_1=-\frac{\sim_2 thM^*+\sim_4}{\left(\sim_1+\sim_2\right)shM^*},\ ¥_2=-\frac{\sim_1 thM^*-\sim_4}{\left(\sim_1+\sim_2\right)shM^*},\ \sim_1=\frac{-¬_m ´^2}{´ H_0},\ \sim_2=\frac{+¬_m ´^2}{´ H_0},$$

$$\sim_3=-\frac{}{2H_0},\ \sim_4=-\frac{}{H_0},\ ´=\left[H_0^2 ±\left(c^2¦\right)^{-1}-4®± c^{-2}\right]^{1/2},$$

$$M^*=´ d=M\left[1-4®± d^2 c^{-2}M^{-2}\right]^{1/2},\ M=H_0dc^{-1}\left(\frac{±}{¦}\right)^{1/2},$$

M – число Гартмана; M^* назовём обобщённым числом Гартмана. При $=0$ (стационарный случай) или больших значениях числа M обобщённое число Гартмана переходит в обычное M, и тогда (1.3.1) и (1.3.2) принимают следующий простой вид:

$$V = V_0 \frac{chM - ch\left(M\frac{z}{d}\right)}{chM - 1}, \qquad (1.3.3)$$

$$h = -\frac{V_0 4® (\pm ¦)^{1/2}}{c} \frac{\frac{z}{d} shM - sh\left(M\frac{z}{d}\right)}{chM - 1}. \qquad (1.3.4)$$

Эти формулы получаются также непосредственно из (22) и (23). Они представляют собой обобщение решения Гартмана [10, 13] для неоднородной вязкой проводящей жидкости при наличии силы тяжести и отклоняющей силы вращения Земли. Так как (1.3.3) и (1.3.4) совпадают с формулами Гартмана, то можно сделать вывод о том, что сжимаемость, наличие силы тяжести и силы Кориолиса не меняют распределения скоростей и магнитного поля, имеющего место при стационарном движении несжимаемой жидкости. Изменяется лишь распределение плотности и давления внутри жидкости.

1.3.2. Т е ч е н и е К у э т т а. Найдём значения V и h, используя следующие граничные условия:

$$V = 0,\ h_2 = h_{2,0},\ h_3 = H_0,\ \frac{\partial h_2}{\partial z} = 0 \quad при\ z = 0; \quad V = U \quad при \quad z = d.$$

Движение жидкости вызвано движением плоскости $z = d$ с постоянной скоростью U. Используем решение (15), (16) при заданных граничных условиях. Полагая $d_5' = 0$, получим:

$$V = U \frac{2sh\left(M^*\frac{z}{d}\right) + (\sim_1 - \sim_2)(\sim_1\sim_2)^{-1}\sim_4}{2shM^*} \qquad (1.3.5)$$

и

$$h - h_{2,0} = U \frac{\sim_2 \exp(M^* z/d) - \sim_1 \exp\left(-M^* z/d\right) + (\sim_1 - \sim_2)}{2\sim_1\sim_2 shM^*}, \qquad (1.3.6)$$

что представляет собой обобщение решения Куэтта [16] для нестационарного движения неоднородной проводящей вязкой жидкости, находящейся в поле силы тяжести и силы Кориолиса. Полагая $= 0$, или определяя коэффициенты, входящие в стационарные решения (22) и (23), получим решение Куэтта:

$$V = U\, sh^{-1}M \cdot sh\left(M\frac{z}{d}\right), \qquad (1.3.7)$$

$$h - h_{2,0} = U \frac{4® (\pm ¦)^{1/2}}{c} \cdot \frac{2sh\left(M\frac{z}{d}\right) + 1}{sh\,M}. \qquad (1.3.8)$$

1.3.3. Пусть полупространство $z > 0$, занятое вязкой неоднородной проводящей жидкостью, ограничено плоскостью $z = 0$, движущейся горизонтально со скоростью U_0 в направлении оси OY. Найдём поле скоростей, предполагая, что $V = U_0,\ h_2 = h_{2,0}$ при $z = 0$; $V \to U_\infty,\ h_2 \to h_{2,\infty}$ при $z \to 0$.

Для нестационарного случая из (15) и (16) получается, что

$$V - U_\infty = (U_0 - U_\infty) e^{-´ z} \qquad (1.3.9)$$

$$h - h_{2,\infty} = H_0 ´ \left(¬_m ´^{\,2} + \quad\right)^{-1} (U_0 - U_\infty) e^{-´ z}, \qquad (1.3.10)$$

Для перепада значений V и h в полупространстве имеем:

$$h - h_{2,\infty} = H_0 ´ \left(¬_m ´^{\,2} + \quad\right)^{-1} (U_0 - U_\infty). \qquad (1.3.11)$$

В стационарном случае $(\quad = 0)$ из (1.3.9), (1.3.10) и (1.3.11), как частные случаи, получаются известные решения [73].

1.4. О возможности закручивающегося движения проводящей атмосферы в магнитном и гравитационном полях с учётом силы Кориолиса

В пп. 1.2 и 1.3 были рассмотрены примеры незакручивающихся движений и обобщены некоторые известные в физике верхней атмосферы и магнитной гидродинамике решения. Особенно большие трудности возникают при решении задач, связанных с классом закручивающихся движений [2, 1, 17, 18].

В настоящем параграфе рассматривается пример и выводится единственное условие МГД-возможности закручивающегося движения вязкой сжимаемой проводящей атмосферы.

Как было показано выше, условия МГД-возможности движения класса закручивающихся движений, когда $(\vec{G},\vec{Б}) \neq 0$, $(\vec{G},\vec{J}) \neq 0$, следующие:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - rot[\vec{V},\vec{H}] = \nu_m \Delta\vec{H}, \qquad (1.4.1)$$

$$\vec{Б} = m\vec{J} + m^{-1}[\vec{G}, grad m], \qquad (1.4.2)$$

$$\frac{dm}{dt} = m\, div\vec{V}, \qquad (1.4.3)$$

$$m = (\vec{G},\vec{Б})/(\vec{G},\vec{J}). \qquad (1.4.4)$$

В качестве примера закручивающегося движения рассмотрим стационарное движение вязкой проводящей неоднородной атмосферы в магнитном поле, поле силы тяжести Земли и силы Кориолиса. Пусть поле скоростей и магнитное поле заданы в виде:

$$v_1 = u(z), \quad v_2 = v(z), \quad v_3 = 0; \qquad H_1 = H_1(z),\ H_2 = H_2(z),\ H_3 = H_0.$$

Система координат ориентирована таким образом, что ось OX направлена против силы тяжести вертикально вверх, оси OY и OZ лежат в горизонтальной плоскости. Сила Кориолиса равна $2[\vec{\lambda},\vec{V}]$, где $\vec{\lambda}$ –угловая скорость вращения Земли. Составляющие определяющих векторов будут равны:

$$Б_1 = -2ª_3 \frac{du}{dz},\ Б_2 = -2ª_3 \frac{dv}{dz},\ Б_3 = 0;\ J_1 = -¦\left(\frac{d^3 v}{dz^3} - \frac{H_0}{4®}\cdot\frac{d^2 H_2}{dz^2}\right),\ \ J_2 = ¦\left(\frac{d^3 u}{dz^3} + \frac{H_0}{4®}\cdot\frac{d^2 H}{dz^2}\right),\ \ J_3 = 0.$$

Удельный объём равняется: $m = 2\lambda_3 \frac{\dot u v - \dot v u}{\eta(u\dddot u + v\dddot v) + \frac{H_0}{4\pi}(u\ddot H_1 + v\ddot H_2)}$ Точки над буквами обозначают производные соответствующих порядков по z.

Очевидно, что условие (1.4.3) выполняется само собой; систему (1.4.2) запишем в развёрнутом виде:

$$-2\lambda_3\dot u = -m\left(\eta\dddot v + \frac{H_0}{4\pi}H_2\right) - 2\lambda_3 u m^{-1}\dot m,\ -2\lambda_3\dot v = m\left(\eta\ddot u + \frac{H_0}{4\pi}\dot H_1\right) - 2\lambda_3 v m^{-1}\dot m. \qquad (1.4.5)$$

Умножая первое уравнение на $-v$, второе на u складывая, получаем тождество; это значит, что фактически вместо (1.4.5) имеется одно дифференциальное уравнение. Подставляя, например, в первое из них значение m и $\dot{m}$, после ряда преобразований получаем дифференциальное уравнение 3-го порядка относительно H и 4-го порядка относительно скорости:

$$2\eta(\dot u\ddot u+\dot v\ddot v)+\frac{H_0}{2\pi}\left(\dot u\ddot H_1+\dot v\ddot H_2\right)=\eta\,\frac{uv-vu}{\dot uv-\dot vu}\cdot(u\ddot u+v\ddot v)+$$

$$+\frac{H_0}{4\pi}\cdot\frac{\ddot uv-\ddot vu}{\dot uv-\dot vu}\left(u\ddot H_1+v\ddot H_2\right)-\eta\left(u\frac{d^4u}{dz^4}+v\frac{d^4v}{dz^4}\right)-\frac{H_0}{4\pi}\left(u\ddot H_1+v\ddot H_2\right). \quad \tilde{} \quad (1.4.6)$$

Таким образом, получено условие магнитогидродинамической возможности движения в виде уравнения (1.4.6), которому должны удовлетворять составляющие скорости и магнитного поля. Однако, для получения единственного условия необходимо привлечь уравнение индукции Максвелла (1.4.1). В рассматриваемом случае имеем два скалярных уравнения:

$$-H_0\dot u=\nu_m\ddot H_1,\ -H_0\dot v=\nu_m\ddot H_2. \qquad (1.4.7)$$

Подставляя значения $\ddot H_1$ и H_2 из (1.4.7) и (1.4.6), получаем единственное условие, которому должны удовлетворять составляющие скорости u и v,

$$2\eta(\dot u\ddot u+\dot v\ddot v)-\frac{H_0^2}{2\pi\nu_m}(\dot u^2+\dot v^2)=\eta\frac{\ddot uv-\ddot vu}{\dot uv-\dot vu}\cdot(u\ddot u+v\ddot v)-$$

$$-\frac{H_5^2}{4\pi\nu_m}\cdot\frac{\ddot uv-\ddot vu}{\dot uv-\dot vu}(\dot uu+\dot vv)-\eta\left(u\frac{d^4u}{dz^4}+v\frac{d^4v}{dz^4}\right)+\frac{H_0^2}{4\pi\nu_m}(\ddot uu+\ddot vv). \qquad (1.4.8)$$

Полагая $\eta=0$, т.е. рассматривая идеальную проводящую атмосферу, получаем условие магнитогидродинамической возможности движения, характерного для проводящей атмосферы. При $\vec{H}=0$ имеем условие динамической возможности движения для обычной вязкой сжимаемой жидкости, в отличие от [5], где такое движение невозможно, ибо приводит к бесконечному значению удельного объёма. Нетрудно видеть, что (1.4.8), по существу, можно представить в виде двух уравнений с членами, содержащими η, и с членами, содержащими $H_0^2\left(4\pi\nu_m\right)^{-1}$, каждое из которых должно удовлетворять значениям u и v одновременно. С помощью (1.4.6) и (1.4.8) можно искать составляющие магнитного поля или скорости, зная остальные составляющие. Задавая u, с помощью (1.4.8) можно, в принципе, искать v и наоборот, и далее, используя (1.4.7), определить H_1 и H_2.

Взаимное влияние поля скоростей и магнитного поля существенно. Например, известные распределения скоростей $u=z,\ v=z^{3/2}$ и решение Оккерблома [2], удовлетворяющие условию динамической возможности движения для обычной вязкой жидкости, не удовлетворяют условию (1.4.8), и, следовательно, в магнитной гидродинамике вязкой неоднородной жидкости с конечной проводимостью эти движения оказываются неосуществимыми. Нахождение решений, удовлетворяющих (1.4.8), представляет интерес как для магнитной гидродинамики, так и для исследования особенностей движений проводящей атмосферы.

1.5. Роль обычной и магнитной вязкостей в характере некоторых движений проводящей атмосферы (задача Кочина)

В настоящем параграфе обобщается известное решение Кочина Н. Е., касающееся вихревых движений атмосферы для случая вязкой неоднородной проводящей атмосферы с конечной проводимостью.

Пусть движение атмосферы, находящейся в поле силы тяжести, представляет собой неоднородное вращение вокруг вертикальной оси OZ с угловой скоростью $\Omega(z)$ и составляющими скорости и напряжённости магнитного поля соответственно имеют вид:

$$v_1 = -\Omega(z)y,\ v_2 = \Omega(z)x,\ v_3 = 0; \quad H_1 = H_1(y,z),\ H_2 = H_2(x,z),\ H_3 = 0. \qquad (1.5.1)$$

Тогда уравнения магнитной гидродинамики запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial P'}{\partial x} = e^{-\text{¨}}\,\Omega^2(z)\,x - \text{¦}\,y\frac{d^2\Omega(z)}{dz^2} + \frac{H_2}{4\text{®}}\cdot\frac{\partial H_1}{\partial y}, \qquad (1.5.2)$$

$$\frac{\partial P'}{\partial y} = e^{-\text{¨}}\,\Omega^2(z)\,y + \text{¦}\,x\frac{d^2\Omega(z)}{dz^2} + \frac{H_1}{4\text{®}}\cdot\frac{\partial H_2}{\partial x}, \qquad (1.5.3)$$

$$\frac{\partial P'}{\partial z} = -e^{-\text{¨}}\,g; \qquad (1.5.4);$$

$$\frac{\partial \text{¨}}{\partial t} - \Omega(z)\,y\frac{\partial \text{¨}}{\partial x} + \Omega(z)\,x\frac{\partial \text{¨}}{\partial y} = 0; \qquad (1.5.5)$$

$$\Omega(z)\,x\frac{\partial H_1}{\partial y} + \Omega(z)H_2 = \text{¬}_m\left(\frac{\partial^2 H_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_1}{\partial z^2}\right), \qquad (1.5.6)$$

$$-\Omega(z)\,y\frac{\partial H_2}{\partial x} - \Omega(z)H_1 = \text{¬}_m\left(\frac{\partial^2 H_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_2}{\partial z^2}\right). \qquad (1.5.7)$$

Для определения удельного объёма будем пользоваться следующей системой уравнений:

$$\vec{Б} + [grad\varphi, \vec{G}] = e^{\varphi}\vec{J},\ \frac{\partial\varphi}{\partial\tau} + (\vec{V}, grad\varphi) = 0. \qquad (1.5.8)$$

Первое уравнение системы (1.5.8), как известно, получается исключением давления из исходного уравнения движения жидкости. Легко видеть, что $(\vec{G},\vec{Б}) = 0$, тогда должно выполняться условие:

$$(\vec{G},\vec{J}) = 0. \qquad (1.5.9)$$

Исходя из уравнений (1.5.1), (1.5.6), (1.5.7) и (1.5.9), получаем для составляющих напряжённости магнитного поля выражения:

$$H_1 = -n(z)\,y,\quad H_2 = n(z)\,x,\quad H_3 = 0. \qquad (1.5.10)$$

Из кинематического уравнения индукции Максвелла получается, что $n(z) = az + b$, где a и b – произвольные постоянные. Составим компоненты основных векторов:

$$G_1 = \Omega^2 x,\ G_2 = \Omega^2 y,\ G_3 = -g;\quad Б_1 = 2\Omega\frac{d\Omega}{dz}y,\ Б_2 = -2\Omega\frac{d\Omega}{dz}x,\ Б_3 = 0;$$

$$J_1 = -\text{¦}\,x\frac{d^3\Omega}{dz^3} + 2\frac{n}{4\text{®}}\frac{dn}{dz}y,\ \ J_2 = -\text{¦}\,y\frac{d^3\Omega}{dz^3} - 2\frac{n}{4\text{®}}\frac{dn}{dz}x,\ \ J_3 = 2\text{¦}\frac{d^2\Omega}{dz^2}. \qquad (1.5.11)$$

Запишем (1.5.8) в развёрнутом виде:

$$y\frac{\partial}{\partial z}\left(e^{-¨}\Omega^2-\frac{n^2}{4®}\right)+\frac{g}{\Omega^2}\frac{\partial}{\partial y}\left(e^{-¨}\Omega^2-\frac{n^2}{4®}\right)=-¦\,x\frac{d^3\Omega}{dz^3},$$

$$x\frac{\partial}{\partial z}\left(e^{-¨}\Omega^2-\frac{n^2}{4®}\right)+\frac{g}{\Omega^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(e^{-¨}\Omega^2-\frac{n^2}{4®}\right)=-¦\,y\frac{d^3\Omega}{dz^3}, \qquad (1.5.12)$$

$$\Omega^2 y\frac{\partial ¨}{\partial x}e^{-¨}-\Omega^2 x\frac{\partial ¨}{\partial y}e^{-¨}=2¦\,\frac{d^2\Omega}{dz^2};\quad \frac{\partial ¨}{\partial t}-\Omega y\frac{\partial ¨}{\partial x}+\Omega x\frac{\partial ¨}{\partial y}=0.$$

Из условия (1.5.9) легко получаем, что $\Omega(z)=cx+d$, где c и d – произвольные постоянные. В таком случае (1.5.12) принимает известный вид [4, 5]; ¨ оказывается функцией одних только координат x, y , z . Прииимая во внимание эти условия, для удельного объёма получаем:

$$\mu=e^{¨}=F(\pm)(cz+d)^2\left[1+\frac{F(\pm)}{4®}(az+b)^2\right]^{-1}, \qquad (1.5.13)$$

где $\pm=\frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)-g\,(cz+d)+\pm_0$; $F(\pm)$ – произвольная функция своего аргумента.

Из (1.5.2), (1.5.3) и (1.5.4) для давления окончательно имеем:

$$P'(x,y,z;t)=P_0'+P_0'(t)+\int F^{-1}(\pm)\,d\pm-2g¦\,\ln(cz+d)-gc^2\left[a^2z-\frac{(bc-ad)(a+b)}{(cz+d)}\right], \qquad (1.5.14)$$

где P_0', $P_0'(t)$ – соответственно произвольная постоянная и произвольная функция времени.

Кроме условий незакручиваемости, $(\vec{G},\vec{Б})=0$ и $(\vec{G},\vec{J})=0$, выполняются условия выполняются условия магнитогидродинамической возможности движения:

$$(\vec{V},\vec{G})=0,\ \left[\vec{G},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right]=0,\ \left[\vec{G},grad(\theta+\gamma)\right]-\frac{\partial\vec{Б}}{\partial t}+\delta\vec{J}=0,\ \left[\vec{G},grad\tau\right]+\tau\vec{Б}+\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}+(\theta+\gamma-\delta)\vec{J}=0,$$

где $[\vec{Б},\vec{V}]=\gamma\vec{G}$, $[\vec{V},\vec{J}]=\tau\vec{G}$, $\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}=\delta\vec{G}$, $\theta=div\vec{V}$; а ¯,¢,¥,² – скалярные величины, которые, как видно из (1.5.11), равны нулю.

Таким образом, рассматриваемое движение относится к незакручивающемуся специальному полуконсервативному движению вязкой проводящей атмосферы [2, 17]. Далее, так как $[\vec{Б},rot\vec{V}]\neq 0, \vec{Б}\neq 0$, то не выполняется теорема I Гельмгольца о сохранении вихревых линий, но имеет место теорема II Гельмгольца о сохранении напряжения вихря, так как $(\vec{Б},rot\vec{V})\equiv 0$. Следовательно, в вязкой неоднородной с конечной проводимостью атмосфере вихри возникают и разрушаются, а учёт вязкости, обычной и магнитной, приводит к линейному распределению скорости и напряжённости магнитного поля.

В следующем параграфе рассматриваются наблюдаемые в верхней атмосфере крупномасштабные вращательные движения проводящей атмосферы.

1.6. Крупномасштабные вращательные движения проводящей атмосферы типа циклона и антициклона

Для построения магнитогидродинамической модели циклона или антициклона в вязкой проводящей с конечной проводимостью атмосфере используем, как это обычно делается, движение типа вращающейся жидкости в горизонтальной плоскости. Причём, в произвольном горизонтальном сечении вращение частиц происходит с угловой скоростью $\Omega(z)$ вокруг перемещающегося центра вращения с координатами $x = a(z,t),\ y = b(z,t),\ z = z.$ Таким образом, жидкость перемещается, вращаясь, в горизонтальной плоскости. Поэтому составляющие её результирующей скорости будут выражаться в виде:

$$v_1 = \frac{\partial a}{\partial t} - \Omega(y-b),\ v_2 = \frac{\partial b}{\partial t} + \Omega(x-a),\ v_3 = 0. \qquad (1.6.1)$$

Наряду с силами вязкости учитывается сила тяжести и сила Кориолиса $-2[\vec{\lambda},\vec{V}]$. Направив ось OZ вертикально вверх, для составляющих результирующей силы имеем:

$$F_1 = 2ª_3 v_2,\quad F_2 = -2ª_3 v_1,\quad F_3 = -g - 2ª_1 v_2. \qquad (1.6.2)$$

Исходной является основная система уравнений:

$$gradP' = e^{-\varphi}\vec{G} + \vec{S} + \vec{T}, \qquad (1.6.3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (\vec{V}, grad\varphi) = \theta, \qquad (1.6.4)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + (\vec{V},\nabla)\vec{H} - (\vec{H},\nabla)\vec{V} = \nu_{M}\Delta\vec{H}, \qquad (1.6.5)$$

Полагается, что компоненты индуцированного магнитного поля, возникающего вследствие движения жидкости, на основе (1.6.1) можно записать в виде:

$$H_1 = H_1(y,z,t),\ H_2 = H_2(x,z,t),\ H_3 = 0. \qquad (1.6.6)$$

Подставляя (1.6.1), (1.6.6) в (1.6.5), получаем, что

$$H_1 = -n(z)y + ¶_0(z,t),\ H_2 = n(z)x + ¦_0(z,t),\ H_3 = 0, \qquad (1.6.7)$$

где $n(z)$, $¶_0(z,t)$ и $¦_0(z,t)$ – произвольные функции своих аргументов.

Из (1.6.5) и (1.6.7) следует, что $\ddot{n}(z) = 0$, т.е. $n(z)$ является линейной функцией высоты. Для определения $¶_0(z,t)$ и $¦_0(z,t)$ получаем систему уравнений:

$$\frac{\partial(¶_0 - nb)}{\partial t} - ¬_m \frac{\partial^2 ¶_0}{\partial z^2} + \Omega(¦_0 + na) = 0,\ \frac{\partial(¦_0 + na)}{\partial t} - ¬_m \frac{\partial^2 ¦_0}{\partial z^2} - \Omega(¶_0 - nb) = 0. \quad (1.6.8)$$

Не трудно показать, что при $\vec{V}$ и $\vec{H}$, не зависящих от z, вязкость среды ($¦ \neq 0$ и $¬_m \neq 0$) не меняет известной картины движения идеальной с бесконечной проводимостью атмосферы. В этом случае линии тока и магнитные силовые линии представляют собой концентрические окружности в горизонтальных плоскостях; причём, центр вращения жидкости перемещается по циклоиде; вихри скорости и напряжённости магнитного поля имеют лишь вертикальные составляющие, равные соответственно 2Ω и $2n$. В рассматриваемом случае циклоническое движение представляет собой однородное строго вертикальное с заданным значением угловой скорости вращение вязкой с конечной проводимостью атмосферы.

Рассмотрим общий случай движения атмосферы, задаваемый с помощью (1.6.1) и (1.6.7) и условий

$$\vec{Б} + [grad\varphi, \vec{G}] = e^{\varphi}\vec{J}, \qquad (1.6.9)$$

$$(\vec{G},\vec{Б}) = e^{\varphi}(\vec{G},\vec{J}). \qquad (1.6.10)$$

1.6. I. Рассмотрим сначала случай, относящийся к классу незакручивающихся движений, характеризуемых условиями динамической возможности движения $(\vec{G},\vec{Б})=0, (\vec{G},\vec{J})=0,$ и определим компоненты определяющих векторов:

$$G_1=\psi x+A,\ G_2=\psi y+B,\ G_3=-2\lambda_1\Omega x+C;\ Б_1=\frac{\partial\psi}{\partial z}y+\frac{\partial B}{\partial z},\ Б_2=-\frac{\partial\psi}{\partial z}x-\frac{\partial A}{\partial z}-2\lambda_1\Omega,\ Б_3=0;$$

$$J_1=\frac{\partial\psi_1}{\partial z}y+\frac{\partial B_1}{\partial z}-\eta\frac{\partial^3\eta_1}{\partial z^3}-\eta\frac{\partial^3\Omega}{\partial z^3}x,\ J_2=-\frac{\partial\psi_1}{\partial z}x-\frac{\partial A_1}{\partial z}+\eta\frac{\partial^3\xi_1}{\partial z^3}-\eta\frac{\partial^3\Omega}{\partial z^3}y,\ J_3=2\eta\frac{\partial^2\Omega}{\partial z^2},\ (1.6.11)$$

где

$$A=(2\lambda_3+\Omega)\eta_1-\frac{\partial\xi_1}{\partial t},\ B=-(2\lambda_3+\Omega)\xi_1-\frac{\partial\eta_1}{\partial t},\ C=-g-2\lambda_1\eta_1,\ \psi=\Omega(\Omega+2\lambda_3),$$

$$\eta_1=\frac{\partial b}{\partial t}-\Omega a,\ \xi_1=\frac{\partial a}{\partial t}+\Omega b,\ \psi_1=\frac{n^2}{4\pi},\ A_1=\frac{n}{4\pi}\eta_0,\ B_1=-\frac{n}{4\pi}\xi_0.$$

Подставляя (1.6.11) в условие $(\vec{G},\vec{Б})=0,\ (\vec{G},\vec{J})=0$ и приравнивая нулю коэффициенты при одинаковых степенях x и y, получим:

$$A\frac{\partial\psi}{\partial z}-\psi\frac{\partial A}{\partial z}-2\lambda_1\Omega\psi=0,\ \psi\frac{\partial B}{\partial z}-B\frac{\partial\psi}{\partial z}=0,$$

$$\psi\frac{\partial B_1}{\partial z}-B\frac{\partial\psi_1}{\partial z}-\eta\psi\dddot{\eta}_1-4\lambda_1\eta\Omega\ddot{\Omega}=0, \quad (1.6.12)$$

$$A\frac{\partial\psi_1}{\partial z}-\psi\frac{\partial A_1}{\partial z}+\eta\psi\dddot{\xi}_1=0, -\eta\psi\dddot{\Omega}=0,$$

Из последнего уравнения (1.6.12) получаем, что либо $\dddot{\Omega}=0$, либо $\psi=0$. Бóльший интерес представляет первый случай, поэтому, принимая это условие, (1.6.11) упростится и примет вид:

$$G_1=\psi x+A,\ \ G_2=\psi y,\ \ G_3=-2\lambda_1\Omega x+C;$$

$$Б_1=G_2\psi^{-1}\dot{\psi}, Б_2=-G_1\psi^{-1}\dot{\psi}, Б_3=0; \quad (1.6.11')$$

$$J_1=G_2\psi^{-1}\dot{\psi}_1+4\lambda_1\eta\psi^{-1}\Omega\ddot{\Omega}, J_2=-G\psi^{-1}\dot{\psi}_1, J_3=2\eta\ddot{\Omega}.$$

Рассматриваются далее два случая движений: нормальное движение, когда мера диссипативности $\mu=(\vec{V},\vec{G})\neq 0$и полуконсервативное движение с $(\vec{V},\vec{G})=0.$

1.6. I. A. Пусть $\mu\neq 0.$ Тогда из (1.6.4) и (1.6.9), учитывая, что $div\vec{V}=0,$ получаем:

$$grad\varphi=\vec{A}_0+\frac{\partial\varphi}{\partial t}\vec{B}_0+e^{\varphi}\vec{C}_0, \quad (1.6.13)$$

где $\vec{A}_0=\mu^{-1}[\vec{Б},\vec{V}], \vec{B}_0=-\mu^{-1}\vec{G}, \vec{C}_0=\mu^{-1}[\vec{V},\vec{J}].$

Применяя к обеим сторонам (1.6.13) операцию rot и заменяя в полученном уравнении $grad\varphi$ его значением из (1.6.13), будем иметь:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}\vec{P}+e^{\varphi}\vec{Q}+\vec{R}=0, \quad (1.6.14)$$

где

$$\vec{P}=rot\vec{B}_0+\left[\frac{\partial\vec{B}_0}{\partial t},\vec{B}_0\right], \vec{Q}=\left[\frac{\partial\vec{C}_0}{\partial t},\vec{B}_0\right]+rot\vec{C}_0+[\vec{A}_0,\vec{C}_0], \vec{R}=rot\vec{A}_0+\left[\frac{\partial\vec{A}_0}{\partial t},\vec{B}_0\right].$$

После интегрирования системы дифференциальных уравнений (1.6.12) получаем:

$$A = -\cdot\left[q_1(t) + 2ª_1 X(z)\right],\ B = -\cdot\ q_2(t),\ A_1 = -\cdot_1\left[q_1(t) + 2ª_1 X(z)\right] +$$

$$+\ Y(z) + ¦¶_1 + q_4(t),\qquad B_1 = -\psi_1 q_2(t) + \eta\left[\ddot{\eta}_1 + 4\lambda_1 \ddot{\Omega} X(z)\right] + q_3(t), \qquad (1.6.15)$$

где

$X(z) = \int (\Omega + 2ª_3)^{-1} dz$, $Y(z) = \int 2ª_1 \cdot_1 (\Omega + 2ª_3)^{-1} dz$; $q_i(t)$, при $i = 1, \dots, 4$, произвольные функции времени.

Для составляющих векторов $\vec{G}, \vec{S}$ и $\vec{T}$ с помощью (1.6.15) находим:

$$S_1 = \eta(\dot{\xi}_1 - \ddot{\Omega} y), S_2 = \eta(\ddot{\eta}_1 + \ddot{\Omega} x), S_3 = 0;\ T_1 = -\psi^{-1}\psi_1 G_1 - Y(z) - \eta\ddot{\xi}_1 - q_4(t),$$

$$T_2 = -\psi^{-1}\psi_1 G_2 - \eta\left[\ddot{\eta}_1 + 4\lambda_1 \ddot{\Omega} X(z)\right] - q_3(t), T_3 = 0;\ G_1 = \cdot\left[x - q_1(t) - 2ª_1 X(z)\right],$$

$$G_2 = \cdot\left[y - q_2(t)\right],\ G_3 = -\left(g + 2ª_1¦_1 + 2ª_1 \Omega x\right). \qquad (1.6.16)$$

Для определения давления из (1.6.5) имеем:

$$P'(x, y, z; t) = P_0'(t) + \int \left(\mu^{-1} G_1 + S_1 + T_1\right) dx + \left(\mu^{-1} G_2 + S_2 + T_2\right) dy + \left(\mu^{-1} G_3 + S_3 + T_3\right) dz. \quad (1.6.17)$$

Из анализа (1.6.16) и (1.6.17) следует, что $\ddot{\Omega} = 0$. Тогда, обращаясь вновь к векторам уравнения (1.6.14), получаем: $rot\vec{A}_0 = 0, \frac{\partial \vec{A}_0}{\partial t} = 0, rot\vec{C}_0 = 0, [\vec{A}_0, \vec{C}_0] = 0$, и значит векторы $\vec{Q} = 0$ и $\vec{R} = 0$. Вектор $\vec{P} \neq 0$; тогда, следуя методу динамической возможности движения [107, 56, 110, 13], можно без труда показать, что движение при $\vec{F} = 0$ не может быть осуществлено, и что все условия магнитогидродинамической возможности движения выполняются.

Итак, из (1.6.14) получаем, что $\frac{\partial \ddot{}}{\partial t} = 0.$ Так как первые две составляющие векторов $\vec{A}_0$ и $\vec{C}_0$ равны нулю, то решая одно скалярное уравнение для третьей составляющей по z, из (1.6.13) для плотности получаем формулу

$$° = \mu^{-1} = \cdot^{-1}(c_0 + \cdot_1), \qquad (1.6.18)$$

где c_0 – произвольная постоянная.

Исходя из (1.6.17) и упростившихся соответствующим образом выражений величин, входящих в (1.6.17), для давления получается формула:

$$P' = P_0'(t) + \frac{c_0}{2}\left\{\left[x - q_1(t) - 2ª_1 \dot{\Omega}^{-1} \ln\frac{\cdot}{\Omega}\right]^2 + \left[y - q_2(t)\right]^2 -\right.$$

$$\left. -\dot{\Omega}^{-1}\left[g\lambda_3^{-1} \ln\frac{\Omega^2}{\psi} + 4\lambda_1 q_1(t) \ln\frac{\psi}{\Omega}\right] - \left(2\lambda_1 \dot{\Omega}^{-1} \ln\frac{\psi}{\Omega}\right)^2\right\} -$$

$$-\left[Y(z) + q_4(t)\right] x - q_3(t) y - Y_1(z) - \int 2ª_1¦_1 \cdot^{-1}(\cdot_1 + 2) dz. \qquad (1.6.19)$$

В силу линейных зависимостей $n(z)$ и $\Omega(z)$ от z интегралы $Y(z) = 2ª_1 \int \frac{\cdot_1 dz}{\Omega + 2ª_3}$ и

$Y_1(z) = g\int \frac{\cdot_1}{\cdot} dz$ берутся элементарно.

Итак, в случае $« \neq 0$ движение полностью характеризуется с помощью формул (1.6.1), (1.6.7'), (1.6.8), (1.6.15), (1.6.16), (1.6.19), причём, в отличие от [4, 5], $\Omega(z)$ и $n(z)$ являются не произвольными, а конкретными функциями аргумента z. Полученное решение описывает нестационарный магнитогидродинамический циклон для вязкой неоднородной с конечной проводимостью атмосферы.

1.6. I. Б. Пусть $« = 0$. Тогда, раскрывая скалярное произведение:

$$\mu = (\vec{V}, \vec{G}) = (\psi\xi_1 + \Omega B)x + (\Omega A + \psi\eta_1)y + (A\xi_1 + B\eta_1) = 0$$

и приравнивая нулю коэффициенты при x и y, для A и B получим выражения:

$$A = \Omega^{-1} \cdot ¦_1, \quad B = -\Omega^{-1} \cdot ¶_1. \qquad (1.6.20)$$

Из (1.6.11) и (1.6.20) следует, что

$$\frac{\partial ¶_1}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial ¦_1}{\partial t} = 0; \qquad (1.6.21)$$

т.е. $¶_1$ и $¦_1$ являются только функциями z. Из (1.6.15) и (1.6.20) и (1.6.21) легко получаем:

$$q_1 = const, q_2 = const, \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} = 0, \xi_1 = \Omega q_2, \eta_1 = -\Omega q_1 - 2\lambda_1 \Omega X. \qquad (1.6.22)$$

Так как $\ddot{\Omega} = 0$, то $X = \dot{\Omega}^{-1} ln(\Omega^{-1}\psi), \ddot{\xi}_1 = 0$. Анализируя совместно (1.6.8), (1.6.11), (1.6.15) и (1.6.22), не трудно показать, что

$$\ddot{\xi}_0 = \frac{4\pi}{v_m}\frac{\Omega}{n}(q_4 + Y), \ddot{\eta}_0 = -\frac{4\pi}{v_m}\frac{\Omega}{n}(q_3 + \ddot{\eta}_1), q_3 = const, q_4 = const. \qquad (1.6.23)$$

Ниже будет показано, что рассматриваемое движение $(« = 0)$ осуществляется при $ª_1 = 0$. Тогда(1.6.23) интегрируется легко, и для $¶_0$ и $¦_0$ будем иметь выражения:

$$\xi_0 = \frac{2\pi q_4}{v_m}\left[\dot{\Omega}\dot{n}^{-1}z^2 + c_1 z + c_2 + 2\dot{n}^{-1}n(\dot{n}\Omega_1 - \dot{\Omega}n_1)(ln\, n - 1)\right],$$
$$\eta_0 = -\frac{2\pi q_3}{v_m}\left[\dot{\Omega}\dot{n}^{-1}z^2 + d_1 z + d_2 + 2\dot{n}^{-1}n(\dot{n}\Omega_1 - \dot{\Omega}n_1)(ln\, n - 1)\right], \qquad (1.6.24)$$

где $n = n_0 z + n_1, \Omega = \Omega_0 z + \Omega_1, c_1, c_2, d_1, d_2, n_0 = \dot{n}, \Omega_0 = \dot{\Omega}, n_1, \Omega_1$ – постоянные. Коль скоро $ª_1 = 0$, имеем: $Y = 0,\ ¦_1 = -\Omega\, q_1,\ ¶_1 = \Omega\, q_2$, координаты центра вращения выражаются формулами:

$$a(z,t) = q_1 + A(z)cos(\Omega_0 z + \Omega_1)t + B(z)\sin(\Omega_0 z + \Omega_1)t,$$
$$b(z,t) = q_2 + A(z)\sin(\Omega_0 z + \Omega_1)t + B(z)\cos(\Omega_0 z + \Omega_1)t; \qquad (1.6.25)$$

компоненты скорости движения атмосферы и напряжённости магнитного поля равны соответственно:

$$V_1 = -(\Omega_0 z + \Omega_1)(y - q_2),\ V_2 = (\Omega_0 z + \Omega_1)(x - q_1),\ V_3 = 0,$$
$$H_1 = -(n_0 z + n_1)y + ¶_0, \quad H_2 = (n_0 z + n_1)x + ¦_0, \quad H_3 = 0, \qquad (1.6.26)$$

т.е. имеем стационарное распределение.

Перейдём к определению удельного объёма и давления. Из (1.6.5) и (1.6.9) $grad\,\ddot{}$ и $\frac{\partial \ddot{}}{\partial t}$ определяются по формулам:

$$grad\varphi = \frac{[\vec{Б},\vec{G}]}{(\vec{G},\vec{G})} + e^{\varphi}\frac{[\vec{G},\vec{J}]}{(\vec{G},\vec{G})} + \ell\vec{G}, \qquad (1.6.27)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}\vec{G} = [\vec{Б},\vec{V}] + e^{\varphi}[\vec{V},\vec{J}], \qquad (1.6.28)$$

где ℓ – произвольная скалярная функция координат и времени.

Из (1.6.13) и условия $\mu = (\vec{V},\vec{G}) = 0$ не трудно видеть, что $[\vec{Б},\vec{V}] = 0$ и $[\vec{G},\vec{J}] = 0$. Тогда, ввиду того, что $\vec{G} \neq 0$, следует, что

$$\frac{\partial \ddot{}}{\partial t} = 0. \qquad (1.6.29)$$

Дифференцируя сначала (1.6.27) по t, а затем умножая векторно на $\vec{G}$, и учитывая (1.6.29), получим:

$$\vec{P}_1 + e^{\varphi}\vec{R}_1 + \ell\vec{Q}_1 = 0. \qquad (1.6.30)$$

где

$$\vec{P}_1 = -\frac{\partial \vec{Б}}{\partial t} - \frac{(\vec{G},\partial\vec{G}/\partial t)\vec{Б} - (\vec{Б},\partial\vec{G}/\partial t)\vec{J}}{(\vec{G},\vec{G})}, \qquad \vec{Q}_1 = \left[\vec{G},\frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\right], \vec{R}_1 = \frac{\partial\vec{J}}{\partial t} + \frac{(\vec{J},\partial\vec{G}/\partial t)\vec{G} - (\vec{G},\partial\vec{G}/\partial t)\vec{J}}{(\vec{G},\vec{G})}.$$

Для нахождения удельного объёма будем исходить из (1.6.9) и (1.6.29):

$$Б_1 + \frac{\partial \ddot{}}{\partial y}G_3 - \frac{\partial \ddot{}}{\partial z}G_2 = e^{\ddot{}}J_1,$$
$$Б_2 + \frac{\partial \ddot{}}{\partial y}G_1 - \frac{\partial \ddot{}}{\partial z}G_3 = e^{\ddot{}}J_2,$$
$$\frac{\partial \ddot{}}{\partial x}G_2 - \frac{\partial \ddot{}}{\partial y}G_1 = 0,$$
$$\frac{\partial \ddot{}}{\partial t} = 0. \qquad (1.6.31)$$

Легко видеть, что третье уравнение является следствием первых двух уравнений. Подставляя значения компонентов соответствующих векторов в первые два уравнения (1.6.31), получаем следующую систему дифференциальных уравнений в частных производных:

$$(y-q_2)\frac{\partial}{\partial z}\left[\cdot\, e^{-\ddot{}} - \cdot_1\right] + \frac{g + 2\text{ª}_1\text{¦}_1 + 2\text{ª}_1\Omega x}{\cdot}\cdot\frac{\partial}{\partial y}\left[\cdot\, e^{-\ddot{}} - \cdot_1\right] = 0,$$

$$(x-q_1-2\text{ª}_1X)\frac{\partial}{\partial z}\left[\cdot\, e^{-\ddot{}} - \cdot_1\right] + \frac{g + 2\text{ª}_1\text{¦}_1 + 2\text{ª}_1\Omega x}{\cdot}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left[\cdot\, e^{-\ddot{}} - \cdot_1\right] = 0. \qquad (1.6.32)$$

Для разрешимости данной системы должно либо $\text{ª}_1 = 0$, либо $\Omega = 0$; (последний случай для нас не представляет интереса). Интегрируя (1.6.32) после сделанного допущения, будем иметь:

$$\text{µ} = {}^{\circ\,-1} = \cdot\, F(\pm)\left[1 + \cdot_1 F(\pm)\right]^{-1}, \qquad (1.6.33)$$

где $F(\pm)$ – произвольная функция своего аргумента $\pm$, равного

$$\sigma = \frac{1}{2}\left[(x-q_1)^2 + (y-q_2)^2 - 2g\lambda_3^{-1}\dot{\Omega}^{-1} ln\frac{\Omega^2}{\psi} + c\right],$$

где c – произвольная постоянная.

Для давления, исходя из (1.6.3), (1.6.16) и (1.6.32), получаем:

$$P'(x,y,z;t) = P_0'(t) - q_4 x - q_3 y - Y_1(z) + \int \frac{d\pm}{F(\pm)}. \qquad (1.6.34)$$

Как указывалось выше, $Y_1(z)$ берётся элементарно.

Таким образом, в отличие от [4, 1, 5] в рассматриваемом случае вязкой неоднородной с конечной проводимостью атмосферы конкретизирован вид функций $n(z)$ и $\Omega(z)$, а также других параметров изучаемой среды, и всех интегралов, входящих в (1.6.19) и (1.6.32), кроме последних.

Полагая $¬_m = 0,\ ¦ \neq 0,$ из вышеприведённых формул получаем выражения, характеризующие движение с бесконечной проводимостью атмосферы, при этом с функции $n(z)$ снимаются всякие ограничения, а угловая скорость вращения атмосферы по-прежнему является линейной функцией z, а постоянные q_3 и q_4 при $« = 0$ обращаются в нуль. Функции $¶_0(z)$ и $¦_0(z)$ легко находятся из (1.6.8), принимая известный вид [5]. При $¬_m = 0$ и $¦ = 0$ ограничения снимаются с обеих функций $n(z)$ и $\Omega(z)$. Точно также при $« = 0$ постоянные q_3 и q_4 обращаются в 0 (это хорошо видно и из выражений (1.6.24), где имеем неопределённость вида $\frac{0}{0}$), и все полученные формулы переходят в формулы для идеальной с бесконечной проводимостью атмосферы. Если дополнительно и $\bar{H}$ положить равным нулю, то получим результаты [4].

Таким образом, полученные решения обобщают результаты известные результаты теории циклонических и антициклонических движений атмосферы, относящихся к классу незакручивающихся движений.

1.6. II. В настоящем пункте изучается класс закручивающихся движений, т. е. случай, когда

$$(\dot{G}, \vec{Б}) \neq 0 \text{ и } (\dot{G}, \vec{J}) \neq 0.$$

Составляющие векторов скорости и напряжённости магнитного поля соответственно записываются в виде:

$$V_1 = \frac{\partial a(z,t)}{\partial t} - \Omega(z)\left[y - b(z,t)\right],\ \ V_2 = \frac{\partial b(z,t)}{\partial t} + \Omega(z)\left[x - a(z,t)\right],\ \ V_3 = 0;$$
$$H_1 = -n(z)y + ¶_0(z,t),\ \ H_2 = n(z)x + ¦_0(z,t),\ \ H_3 = 0.$$

Как видно из выражения для удельного объёма, в отличие от случая идеальной проводящей среды, в случае вязкой проводящей атмосферы напряжённость магнитного поля можно устремлять к нулю, так как при этом $(\vec{G}, \vec{J})$ стремится к конечному пределу, и, следовательно, удельный объём имеет конечное значение. Выпишем значения компонентов определяющих векторов:

$$G_1 = \cdot\ x + A,\ \ G_2 = \cdot\ y + B,\ \ G_3 = -2ª_1\Omega x - \left(g + 2ª_{1}¦_1\right);$$

$$Б_1 = \dot{\psi}y + \dot{B}, Б = -\dot{\psi}x - \dot{A} - 2\lambda_1\Omega, Б_3 = 0;$$

$$J_1 = \dot{\psi}_1 y + \dot{B}_1 - \eta\dddot{\eta}_1 - \eta\ddot{\Omega}x, J_2 = -\dot{\psi}_1 x - \dot{A}_1 + \eta\dddot{\xi}_1 - \eta\ddot{\Omega}y, J_3 = 2\eta\ddot{\Omega} \qquad (1.6.11)$$

Используя (1.6.11) и (1.6.10), для удельного объёма получим выражение:

$$m = \circ^{-1} = \frac{\sim_0 x + {}_0 y + ¥_0}{\sim_1 x^2 + {}_1 y^2 + \sim x + y + ¥}, \qquad (1.6.35)$$

где

$$\alpha_0 = \psi\dot{B} - B\dot{\psi}, \beta_0 = A\dot{\psi} - \psi\dot{A} - 2\lambda_1\Omega\psi, \gamma_0 = A\dot{B} - B\dot{A} - 2\lambda_1\Omega B;\ \alpha_1 = -\eta\psi\ddot{\Omega},$$

$$\beta_1 = -\eta\psi\ddot{\Omega};\ \alpha = \psi B_1 - B\psi_1 - \eta\ddot{\eta}_1\psi - \eta A\ddot{\Omega} - 4\lambda_1\eta\Omega\ddot{\Omega}, \beta = A\dot{\psi}_1 - \psi\dot{A}_1 - \eta B\ddot{\Omega} + \eta\psi\ddot{\xi}_1,$$

$$\gamma = A\dot{B}_1 - B\dot{A}_1 - A\eta\ddot{\eta}_1 + B\eta\ddot{\xi}_1 - 2g\eta\ddot{\Omega} + 4\lambda_1\eta\eta_1\ddot{\Omega}.$$

Запишем (1.6.31) в раскрытом виде:

$$Б_1 = mJ_1 + m^{-1}\dot{m}G_2 - m^{-1}G_3\frac{\partial m}{\partial y}, Б_2 = mJ_2 - m^{-1}\dot{m}G_1 - m^{-1}G_3\frac{\partial m}{\partial x},$$

$$0 = mJ_3 - m^{-1}G_1\frac{\partial m}{\partial y} - m^{-1}G_2\frac{\partial m}{\partial x}, \qquad (1.6.31)$$

Используя (1.6.11) и (1.6.35) и третье уравнение системы (1.6.31) и приравнивая нулю коэффициенты при одинаковых степенях x и y и свободные члены, получим систему уравнений, связывающую между собой $\sim_i$, $_i$ и другие величины, водящие в (1.6.11). Анализ показывает, что

$$\frac{\partial m}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial m}{\partial y} = 0, \qquad (1.6.36)$$

т. е. m есть функция только z и t.

Из (1.6.4) имеем

$$\frac{\partial m}{\partial t} + V_1\frac{\partial m}{\partial x} + V_2\frac{\partial m}{\partial y} = 0, \qquad (1.6.37)$$

Учитывая (1.6.36), получаем, что

$$\frac{\partial m}{\partial t} = 0. \qquad (1.6.38)$$

Итак, m есть функция только z.

Подставим теперь в первые два уравнения системы (1.6.31) значения входящих в них величин, используя (1.6.11), и также приравняем нулю коэффициенты при одинаковых степенях x и y и свободные члены. Имеем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\dot{\psi} - m\dot{\psi}_1 - \psi m^{-1}\dot{m} = 0,\ \dot{A} - mA_1 - Am^{-1}\dot{m} + 2\lambda_1\Omega + m\eta\ddot{\eta}_1 = 0,$$

$$\dot{B} - m\dot{B}_1 - Bm^{-1}\dot{m} + m\eta\ddot{\eta}_1 = 0,\ m\eta\ddot{\Omega} = 0. \qquad (1.6.39)$$

Отсюда, как видим, угловая скорость вращения атмосферы подчиняется условию $\ddot{\Omega} = const$ Точно также, как и выше, можно показать, что $\ddot{\Omega} = 0$, т. е. что угловая скорость вращения атмосферы меняется линейно с высотой, и что $\ddot{n} = 0$.

Приступим к интегрированию системы уравнений (1.6.39). Из первого уравнения для удельного объёма получается формула:

$$m = \cdot\ (c_0 + \cdot\ _1)^{-1} = \Omega(\Omega + 2ª_3)\left(c_0 + \frac{n^2}{4®}\right)^{-1}, \qquad (1.6.40$$

где c_0 – произвольная постоянная.

В случае идеальной проводящей среды $c_0 = 0,$ так как при $\vec{H} = 0$знаменатель (1.6.40) обращается в нуль. В настоящем же случае вязкой проводящей жидкости при $\vec{H} = 0$ знаменатель: $(\dot{G}, \vec{J}) = (\dot{G}, rot\vec{S}) \neq 0,$ и плотность её не может обратиться в нуль, поэтому $c_0 \neq 0,$ и, следовательно, c_0 учитывает вязкость атмосферы.

Продолжая интегрирование остальных дифференциальных уравнений системы (1.6.39). получим

$$Am^{-1} = A_1 - \eta\ddot{\xi}_1 - Y_1(z) + c_1(t), \quad (1.6.41)$$

$$Bm^{-1} = B_1 - \eta\ddot{\eta}_1 + c_2(t), \quad (1.6.42)$$

где

$$Y_1(z) = 2\lambda_1\dot{n}\dot{\Omega}^{-1}\{c_0\dot{n}^{-1} + \dot{n} + (z - \Omega\dot{\Omega}^{-1})\cdot[2(n - \dot{n}z) + \dot{n}(z - \Omega\dot{\Omega}^{-1})]\}ln(\psi\Omega^{-1}) -$$
$$-2\lambda_1\dot{n}\dot{\Omega}^{-1}\left\{\frac{\dot{n}}{2}z^2 + [2(n - \dot{n}z) - \dot{n}(z - \Omega\dot{\Omega}^{-1})]z\right\};$$

$c_1(t),\ c_2(t)$ – произвольные функции времени.

Для определения давления используется система уравнений (1.6.3). Учитывая линейность Ω и n с высотой и значения векторов $\vec{S}$и$\vec{T}$:

$$S_1 = \eta\ddot{\xi}_1, S_2 = \eta\ddot{\eta}_1, S_3 = 0;\ T_1 = -\cdot_1 x - A_1,\ T_2 = -\cdot_1 y - B_1,\ T_3 = 0; \quad (1.6.43)$$

из (1.6.11), (1.6.40) – (1.6.43). вместо (1.6.3) имеем:

$$\frac{\partial P'}{\partial x} = c_0 x \_ c_1(t) - Y_1(z),\ \ \frac{\partial P'}{\partial y} = c_0 y + c_2(t),\ \ \frac{\partial P'}{\partial z} = -\cdot^{-1}(c_0 + \cdot_1)[g + 2ª_1(\Omega x + ¦_1)]. \quad (1.6.44)$$

Для давления после интегрирования (1.6.44) получается выражение:

$$P' = \frac{c_0}{2}(x^2 + y^2) + [c_1 t - Y_1(z)]x + c_2(t)y - \int \cdot^{-1}(c_0 + \cdot_1)[g + 2ª_1(\Omega x + ¦_1)]dz + P_0'(t). \quad (1.6.45)$$

Найденное решение, как следует (1.6.45), имеет циклонический или антициклонический характер, так как в рассматриваемом случае вязкой проводящей атмосферы изобары в горизонтальных плоскостях искривлены, в то время как для идеальной проводящей атмосферы соответствующие изобары прямолинейны, и, следовательно, циклоническое или антициклоническое движения для неё не осуществляются. Как отмечалось выше, в формулах для плотности или для удельного объёма и давления вязкость среды учитывается посредством постоянной c_0.Полагая $c_0 = 0,$ или ¦ и $¬_m$ равными 0, с последних снимается условие их линейности с высотой, и все выведенные формулы переходят в известные [1, 5].

Собирая вместе полученные выше результаты для класса закручивающихся движений вязкой неоднородной с конечной проводимостью атмосферы, получаем:

$$V_1 = -\Omega(z)y + ¶_1(z,t),\ V_2 = \Omega(z)x + ¦_1(z,t),\ V_3 - 0;$$
$$H_1 = -n(z)y + ¶_0(z,t),\ H_2 = n(z)x + ¦_0(z,t),\ H_3 = 0;$$
$$\omega - \rho^{-1} - \left(c_0 + \frac{n^2}{4\pi}\right)^{-1}\Omega(z)[\Omega(z) + 2\lambda_3]; \ddot{\Omega}(z) - 0, \ddot{n}(z) - 0;$$
$$P'(x, y, z; t) = P_0'(t) + \frac{c_0}{2}(x^2 + y^2) + [c_1(t) - 2Y_1(z)]x - \int \cdot^{-1}(c_0 + \cdot_1)(g + 2ª_1¦_1)dz. \quad (1.6.46)$$

Из (1.6.46) легко получить обобщение известного решения Альвена-Чандрасекхара [110]. Полагая $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ и $a,\ b,\ ¦_0,\ \Omega$ и n – константы, имеем:

$$\xi_1 = \Omega b, \eta_1 = -\Omega a, \xi_0 = -nb, \eta_0 = -na, c_1 = c_2 = 0;$$

$$V_1 = -\Omega(y-b),\ V_2 = \Omega(x-a),\ V_3 = 0;\quad H_1 = -n(y-b),\ H_2 = n(x-a),\ H_3 = 0. \quad (1.6.47\ )$$

Для зависимости между $\vec{V}$ и $\vec{H}$ тогда имеем

$$\vec{V} = \Omega\{4\pi\rho[\Omega(\Omega + 2\lambda_3) - c_0\rho^{-1}]\}^{-1/2}\vec{H}, \qquad (1.6.48)$$

а для давления имеем:

$$P' = P_0 + \frac{H_0^2}{8®} + \frac{c_0}{2}\left(x^2+y^2\right) - 4ª_1 ·^{-1}\left(c_0 + ·_1\right)xz - ·^{-1}\left(c_0 + ·_1\right)\left(g + 2ª_1¦_1\right)z. \qquad (1.6.49)$$

Полагая $¦ = 0$ или $c_0 = 0$, или $ª_1 = 0$, получим соответствующие формулы, справедливые для идеальной проводящей атмосферы:

$$\vec{V} = \Omega[4\pi\rho\Omega(\Omega + 2\lambda_3)]^{-1/2}\vec{H}, P' = P_0 + \frac{H_0^2}{8\pi} - \rho g z.$$

При отсутствии массовых сил и $ª_3 = 0$ получаем решение Альвена-Чандрасекхара:

$$\vec{V} = \frac{\vec{H}}{\sqrt{4\pi\rho}}, P' = P_0{}' = P_0 + \frac{H_0^2}{8\pi}.$$

Как видим, (1.6.46) содержит в себе специальные решения магнитной гидродинамики, описывающие движения, возможные только в проводящей жидкости [19, 5].

Таким образом, для обоих классов движений полученные решения совпадают всеми основными свойствами магнитогидродинамических циклонов и антициклонов, представляющие собой вращающиеся и перемещающиеся в пространстве крупномасштабные вихри, изобарические поверхности которых имеют форму параболоидов вращения; при минимуме в центре изобар найденное движение будет определять циклон, а при максимуме – антициклон.

1.7. Движение вязкой проводящей среды в нейтральных точках магнитного поля Земли

Механизм образования проводящих слоёв в верхней атмосфере Земли или в атмосфере Солнца, возникновение областей с неоднородным содержанием заряженных частиц и связанные с ними возмущения электромагнитных полей привлекает внимание как геофизиков, так и астрофизиков [20-22]. Как известно, в нейтральных точках магнитного поля создаются благоприятные условия для свободного проникновения заряженных частиц в магнитосферу.

В настоящем параграфе методами условий магнитогидродинамической возможности движения [23] исследуются все возможные движения заряженных частиц, как проводящей жидкости, задаваемые следующими распределениями скоростей и напряжённости магнитного поля в окрестностях нейтральной точки:

$$V_1 = k(z)x + ¶_0(z,t),\ V_2 = -k(z)y + ¦_0(z,t),\ V_3 = 0;$$
$$H_1 = n(z)x + f(z,t),\ H_2 = -n(z)y + ¥(z,t),\ H_3 = 0, \qquad (1.7.1)$$

где $k(z)$, $¶_0(z,t)$, $¦_0(z,t)$, $n(z)$, $f(z,t)$ и $¥(z,t)$ – произвольные функции своих аргументов.

Легко проверить, что выражения (1.7.1) удовлетворяют уравнению индукции Максвелла и соленоидальности магнитного поля:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + (\vec{V},\nabla)\vec{H} - (\vec{H},\nabla)\vec{V} = \nu_m \Delta \vec{H}, \quad div\vec{H} = 0. \qquad (1.7.2)$$

Используя (1.7.1) и (1.7.2), не трудно получить следующие уравнения для $f(z,t)$ и $¥(z,t)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - ¬_m \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - kf = -n¶_{0,} \quad \frac{\partial ¥}{\partial t} - ¬_m \frac{\partial^2 ¥}{\partial z^2} - k¥ = n¦_{0,} \qquad (1.7.3)$$

где, как и ранее, конечность значения $¬_m \neq 0$ накладывает известное ограничение:

$$\ddot{n}(z) = \frac{\partial^2 n(z)}{\partial z^2} = 0. \qquad (1.7.4)$$

Наряду с (1.7.2) используются основные уравнения движения:

$$gradP' = e^{-\varphi}\vec{G} + \vec{S} + \vec{T}, \qquad (1.7.5)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (\vec{V}, grad\varphi) = 0. \qquad (1.7.6)$$

Составляются скалярные произведения $(\vec{G},\vec{B}),(\vec{G},\vec{J})$, вычисляются компоненты основных векторов и затем рассматриваются все магнитогидродинамически возможные движения, которые опускаются в виду их громоздкости, и во избежание повторения. Из (1.7.1) следует, что мера диссипативности $\mu = (\vec{V},\vec{G}) \neq 0$, и, следовательно, рассматриваемый случай относится к нормальным движениям.

В случае $(\vec{G},\vec{B}) = 0, (\vec{G},\vec{J}) = 0$, опуская промежуточные выкладки, для давления и плотности получаем выражения:

$$P'(x,y,z;t) = P_0{}'(t) + \frac{c_0}{2}[(x+q_1)^2 + (y+q_2)^2] + \eta\frac{\ddot{k}}{2}[(x-q_1)^2 - (y-q_2)^2] + \\ + q_3x + q_4y - c_0g\int\psi^{-1}dz - g\int\psi^{-1}\psi_1 dz; \rho = \psi^{-1}(c_0+\psi_1), \qquad (1.7.7)$$

где q_i – произвольные функции времени, $\ddot{k}(z) = 0$, интегралы берутся элементарно.

При $(\vec{G},\vec{B}) \neq 0$, $(\vec{G},\vec{J}) \neq 0$ удельный объём находится непосредственно:

$$\omega = \frac{(\vec{G},\vec{B})}{(\vec{G},\vec{J})}.$$

Анализ показывает, что плотность не зависит от времени, а есть лишь функция высоты и выражается формулой

$$° = ·^{-1}(c_0 + ·_1).$$

После интегрирования уравнений движения для давления получается:

$$P'(x,y,z;t) = P_0{}'(t) - \frac{c_0 - \eta\ddot{k}}{2}x^2 - \frac{c_0+\eta\ddot{k}}{2}y^2 + q_1x + q_2y - g\int\psi^{-1}(c_0+\psi_1)dz. \qquad (1.7.8)$$

Полученные соотношения являются обобщением формул, выведенных для идеальной жидкости [24], и содержат, в отличие от последней, качественно новые результаты. В обоих рассматриваемых классах движений вязкость накладывает ограничение на поле скоростей и на магнитное поле, а именно, на функции $n(z)$ и $k(z)$. В отличие от идеальной жидкости давление зависит от x и y квадратично, а не линейно.

Используя (1.7.1) и (1.7.2) и определяя вихри от скорости и напряжённости магнитного поля, видим, что они отличны от 0, т. е. рассматриваемые движения и магнитные поля являются вихревыми (имеем горизонтальные вихри). Для векторных линий скорости $\vec{V}$, напряжённости магнитного поля $\vec{H}$, вихря скорости $\vec{\Omega}$, вектора плотности электрического тока $\vec{j} = (c/4\pi) rot \vec{H}$ будем иметь следующие формулы:

для $\vec{V}$:

$$y = (c + ¦_0 x)(¶_0 + 2kx)^{-1}, \ z = const; \qquad (1.7.9)$$

для $\vec{H}$,

$$y = (c_1 + ¥ x)(f + 2nx)^{-1}, \ z = const; \qquad (1.7.10)$$

для $\vec{\Omega}$,

$$(y - \dot{\eta}_0 \dot{k}^{-1})^2 - (x + \dot{\xi}_0 \dot{k}^{-1})^2 = c_2 - (\dot{\xi}_0 \dot{k}^{-1})^2 + (\dot{\eta}_0 \dot{k}^{-1})^2, z = const; \qquad (1.7.11)$$

для $\vec{j}$:

$$(y - \dot{\gamma}\dot{n}^{-1})^2 - (x - \dot{f}\dot{n}^{-1})^2 = c_3 - (\dot{f}\dot{n}^{-1})^2 + (\dot{\gamma}\dot{n}^{-1})^2, z = const; \qquad (1.7.12)$$

где $c, \ c_1, \ c_2, \ c_3$ – произвольные постоянные.

Из (1.7.9) видно, что линии тока представляют собой равностороннюю гиперболу с асимптотами, параллельными осям OX и OY, с центром в точке $\left(-\frac{¶_0}{2k}, \frac{¦_0}{2k}\right)$. Для силовых линий магнитного поля из (1.7.10) также получаем равностороннюю гиперболу с асимптотами, параллельными осям OX и OY, с центром в точке $\left(-\frac{f}{2n}, \frac{¥}{2n}\right)$. Вихри скорости и напряжённости магнитного поля, (1.7.11) и (1.7.12), дают гиперболы, наклонённые к осям OX и OY под углом 45^0 с центрами, соответственно расположенными в точках $(-\dot{\xi}_0 \dot{k}^{-1}, \dot{\eta}_0 \dot{k}^{-1})$ и $(-\dot{f}\dot{n}^{-1}, \dot{\gamma}\dot{n}^{-1})$. Функции $f, ¥, k, n, ¶_0, ¦_0$, входящие в (1.7.1) и (1.7.2), могут быть определены из условий (1.7.3) и (1.6.15), подбирая соответствующим образом произвольные функции q_1, q_2, q_3, q_4. Для этого также нужно привлечь формулу для плотности.

Так как плотность жидкости есть функция только высоты, то можно заключить, что изотермические поверхности являются горизонтальными плоскостями, а изобарические поверхности не являются горизонтальными (см. (1.7.7), (1.7.8)). Движение. Таким образом, бароклинное. По теореме Бьеркнеса в жидкости постоянно будут возникать и разрушаться вихри. Во всех рассматриваемых движениях жидкости изобары , пересекаясь с горизонтальными плоскостями, представляют собой концентрические окружности с центрами в точках $(-q_1, -q_1, z)$.

Анализируя поведение давления на горизонтальных плоскостях для обоих классов движений, получаем, что в центре изобар давление жидкости имеет максимум, если постоянные c_0 и $\eta\ddot{k}$ удовлетворяют следующим условиям:

$$1) c_0 > 0, \eta\ddot{k} > 0, c_0 > \eta\ddot{k}; \ 2) c_0 > 0, \eta\ddot{k} < 0, c_0 > |\eta\ddot{k}|;$$

давление имеет минимум при условиях

$$3) c_0 < 0, \eta\ddot{k} < 0, |c_0| > |\eta\ddot{k}|; \ 4) c_0 < 0, \eta\ddot{k} > 0, |c_0| > |\eta\ddot{k}|;$$

в оставшихся четырёх случаях:

$$5)c_0 > 0, \eta\ddot{k} > 0, c_0 < \eta\ddot{k};\ 6)c_0 > 0, \eta\ddot{k} < 0, c_0 < |\eta\ddot{k}|;$$

$$7)c_0 < 0, \eta\ddot{k} < 0, |c_0| < |\eta\ddot{k}|;\ 8)c_0 < 0, \eta\ddot{k} > 0, |c_0| < |\eta\ddot{k}|;$$

изобарическая поверхность имеет седлообразную форму.
Зная μ и P, из уравнения газового состояния можно получить изотермические поверхности.
Перейдём к анализу уравнения притока энергии, поддерживающего движение жидкости:

$$\varepsilon = c_v R^{-1}\frac{dP}{dt} + c_p P(\omega R)^{-1}\frac{d\omega}{dt} \qquad (1.7.13)$$

где c_p, c_v – удельные теплоёмкости атмосферы соответственно при постоянных давлении и объёме, R – универсальная газовая постоянная.
Учитывая согласно полученному выше результату равенство $\frac{d\mu}{dt} = 0$ и исследование (1.7.13) на экстремум, получаем следующие условия, налагаемые на постоянные $c_0, \eta\ddot{k}$ и k.
Пусть пока $k > 0$. Приток энергии в центре изобар имеет максимум, если

$$1)c_0 > 0, \eta\ddot{k} < 0, c_0 < |\eta\ddot{k}|;\ 2)c_0 < 0, \eta\ddot{k} < 0, |c_0| < |\eta\ddot{k}|;$$

давление имеет минимум при условиях

$$3)c_0 > 0, \eta\ddot{k} > 0, c_0 < \eta\ddot{k};\ 4)c_0 < 0, \eta\ddot{k} > 0, |c_0| < \eta\ddot{k};$$

в оставшихся четырёх случаях:

$$5)c_0 > 0, \eta\ddot{k} > 0, c_0 > \eta\ddot{k};\ 6)c_0 > 0, \eta\ddot{k} < 0, c_0 > |\eta\ddot{k}|;$$

$$7)c_0 < 0, \eta\ddot{k} < 0, |c_0| > |\eta\ddot{k}|;\ 8)c_0 < 0, \eta\ddot{k} > 0, |c_0| > \eta\ddot{k};$$

При $k < 0$ максимумы и минимумы меняются местами. Не останавливаясь на деталях анализа, отметим, что экстремальные значения давления и притока энергии удаляются друг от друга в горизонтальных плоскостях. Если в центре изобар давление имеет максимум или минимум, то приток энергии не имеет ни максимума, ни минимума (седлообразная поверхность) и наоборот. Как видим, распределение давления и притока энергии в сходящемся течении тесно взаимосвязаны между собой, когда рассматривается проводящая жидкость.

В заключение ещё раз отметим, что наличие вязкости обычной и магнитной меняет распределение основных характеристик проводящей среды независимо от класса рассматриваемого движения. Этим заканчивается рассмотрение всех магнитогидродинамически возможных движений вязкой сжимаемой проводящей жидкости типа сходящихся течений.

1.8. Об условиях магнитогидродинамической возможности крупномасштабных движений в нижней ионосфере

Выше были развиты условия магнитогидродинамической возможности движения проводящей атмосферы, для которой индуцированное магнитное поле играет существенную роль. Такая постановка задачи представляет интерес для исследования сред, характеризующихся высокой проводимостью с большими значениями магнитного числа Рейнольдса, как, например, верхняя и внешняя ионосфера, магнитосфера и атмосфера Солнца.

В нижней ионосфере, где проводимость сравнительно низка и магнитное число Рейнольдса мало, для крупномасштабных движений индуцированное магнитное поле играет ничтожно малую роль, и, следовательно, результаты развитого выше метода требуют соответствующей модификации. Ионосферная среда на рассматриваемых уровнях представляет собой частично ионизированную плазму, пассивную заряженную примесь, которая мгновенно реагирует на всякое изменение динамического режима нейтральной компоненты ионосферы.

Динамике крупномасштабных движений в ионосфере посвящено мало работ [9, 5]. Поэтому каждая новая работа, в которой предпринимается попытка раскрытия механизма взаимодействия нейтральной и заряженной компонент, приобретает важное значение для динамики ионосферы.

В данном параграфе обобщаются вышеизложенные результаты применительно к проблеме крупномасштабных движений в ионосфере, которые далее детально анализируются в главе 2 и исследуются аналитическим и численным методами.

Для нижней ионосферы основные уравнения магнитной гидродинамики имеют вид (подробнее см. п. 2.2):

$$\rho\frac{d\vec{V}}{dt} = -\nabla P + \rho\vec{g} + 2\rho[\vec{V},\vec{\omega}] + \delta[\vec{V},\vec{\Omega}_H] - \lambda\vec{V}_\perp + \eta\Delta\vec{V} + \left(\xi+\frac{\eta}{3}\right)\nabla div\vec{V}, \qquad (1.8.1)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div(\rho\vec{V}) = 0. \qquad (1.8.2)$$

Уравнение (1.8.1) показывает, что действие электромагнитной силы $c^{-1}[\vec{j},\vec{H}]$, фигурирующей в первом уравнении, сводится к анизотропному трению $\vec{F}_{тр} = -\lambda\vec{V}_\perp$, где а – коэффициент электродинамического затухания, появление гироскопической силы $\vec{F} = \delta[\vec{V},\vec{\Omega}_H]$, воздействующей подобно силе Кориолиса $\vec{F}_K = 2[\vec{V},\vec{\omega}]$, где ¢ $= \frac{eN}{c}$ – гироскопический коэффициент.

После определения скорости из (1.8.1) и (1.8.2) напряжённость электрического поля $\vec{E}$, плотность электрического тока $\vec{j}$ и индуцированное магнитное поле $\vec{h}$ находятся по формулам:

$$\vec{E} = c^{-1}[\vec{V},\vec{H}_0], \vec{j} = \frac{\sigma_1}{c}[\vec{V},\vec{H}_0] + \frac{\sigma_2}{cH_0}\left[\vec{H}_0[\vec{V},\vec{H}_0]\right], rot\vec{h} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}. \qquad (1.8.3)$$

Для того, чтобы система (1.8.1) - (1.8.3) была замкнута, необходимы ещё два уравнения: притока тепла и уравнения состояния. Однако, стремясь к наибольшей общности результатов, аналогично [1], они не используются, и, таким образом, выведенные условия магнитогидродинамической возможности будут общими для нижней ионосферы. Тогда, согласно развитому выше методу, основные уравнения и соотношения таковы:

$$\vec{J} = \rho\vec{B} + [\vec{G}, grad\rho], \qquad (1.8.4)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div(\rho\vec{V}) - 0, \qquad (1.8.5)$$

$$\rho(\vec{G},\vec{B}) = (\vec{G},\vec{J}), \qquad (1.8.6)$$

$$P = P_0(t) + \int\left(\circ\vec{G} + \vec{S}\right)d\vec{\ell}, \qquad (1.8.7)$$

где $\vec{G} = \vec{g} + 2[\vec{V},\vec{\omega}] - \frac{d\vec{V}}{dt}, \vec{B} = -rot\vec{G}, \vec{J} = rot\vec{S}, \vec{S} = \lambda\vec{V}_\perp + \delta[\vec{\Omega}_H,\vec{V}] + \eta\Delta\vec{V}.$

1.8. I. Фундаментальное уравнение эволюции крупномасштабного вихря в ионосфере

Как показывают теоретические оценки и экспериментальные наблюдения, для крупномасштабных движений член с ускорением в левой части уравнения (1.8.1) пренебрежимо мал по сравнению с остальными, и, следовательно, для указанных типов движений уравнение (1.8.1) не позволяет непосредственно из него получить прогностическое уравнение. Эта трудность может быть преодолена, если вместо уравнения (1.8.1) рассмотреть уравнение вихря скорости, для которого производная по времени от вихря скорости для крупномасштабных движений является одним из главных членов, и, следовательно, становится возможным составление прогностических уравнений и осуществление численного интегрирования при отсутствии полных сведений о действующих силах.

Выведем из условий магнитогидродинамической возможности движения кинематическое соотношение, определяющее скорость изменения вихря в ионосфере. Вводя вихрь $\vec{\Omega} = rot\vec{V}$, основное динамическое условие (1.8.4) в раскрытом виде можно переписать следующим образом:

$$helm\left(\rho\vec{\Omega} + 2\rho\vec{\omega} + \delta\vec{\Omega}_H\right) = \lambda rot\vec{V}_\perp + \eta\Delta\vec{\Omega}. \qquad (1.8.8)$$

Для крупномасштабных движений справедливо приближение Буссинеска, по которому плотность $\circ$ входит под знак оператора $helm.$ Уравнение (1.8.8), обобщающее фундаментальную теорему Фридмана [1, 5], позволяет описать процесс образования и разрушения крупномасштабных вихрей в ионосфере. В частности, из (1.8.8) следует, что в ионосфере крупномасштабные вихри типа циклонов и антициклонов должны затухать во времени за счёт анизотропного трения $\left(ª \neq 0\right)$ и диффундировать в пространстве вследствие вязкости среды.

Для планетарных волн, масштабы которых значительно превосходят масштабы ионосферных циклонов и антициклонов, можно пренебречь затуханием в правой части (1.8.8) и получить следующее приближённое равенство:

$$helm\left(\vec{\Omega} + 2\vec{\omega} + NN_m^{-1}\vec{\Omega}_H\right) = 0, \qquad (1.8.9)$$

где N и $N_m -$ соответственно концентрация ионов и нейтральных частиц.

Это уравнение показывает, что векторные линии поля вектора $\left(\vec{\Omega} + 2\vec{\omega} + NN_m^{-1}\vec{\Omega}_H\right)$ сохраняются и движутся вместе с жидкостью, и поэтому являются новым лагранжевым инвариантом для крупномасштабных движений в ионосфере. Выражение (1.8.9) обобщает известное уравнение абсолютного вихря в динамической метеорологии и, как частный случай, содержат планетарные волны Россби. Как показывают простые расчёты, параметр $NN_m^{-1}\vec{\Omega}_H$, отражающий влияние ионосферной плазмы, сравним с параметром Кориолиса $2\vec{\mu}$, и, следовательно, в ионосферных условиях его роль в эволюции крупномасштабных вихрей также существенна, как и влияние силы Кориолиса. Из (1.8.9) при $(\vec{V},\nabla)\vec{\omega} = 0, (\vec{\omega},\nabla)\vec{V} = 0,$ $\vec{V} = \bar{u}\vec{i} + v_y(x,t)\vec{j}, \bar{u} = const, \vec{\Omega} = \Omega_z(x,t)\vec{k}, \vec{\omega} = \omega_z(y)\vec{k}, \vec{H}_0 = H_z(y)\vec{k}$ для меридиональной компоненты скорости ветра легко получается следующее упрощённое уравнение планетарных волн Россби:

$$\frac{\partial^2 v_y}{\partial t \partial x} + \bar{u}\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + {}_H v_y = 0, \qquad (1.8.10)$$

где ${}_H = \left(2\mu_0 - e\circ_n^{-1}c^{-1}N\,H_P\right)\frac{\cos ¨}{a}$ – обобщённый параметр Россби, ¨ – широта, a – радиус Земли, $\circ_n$ – плотность нейтральной атмосферы. В области E на высотах 110 – 130 км, где параметры $e\circ_n^{-1}c^{-1}N\,H_P$ и $2\mu_0$ становятся равным и, планетарные волны, распространяющиеся снизу вверх из тропосферы, должны разрушаться. Это объясняет экспериментальные выводы различных авторов о разрушении крупномасштабных волн в области E и последующем усилении турбулентности и генерации мелкомасштабных волн типа внутренних.

1.8. II. Ионосферные циклоны и антициклоны

Кинематическая форма плоских вращательных движений для крупномасштабных горизонтальных ветров в ионосфере (см. п. 1.6) имеет вид:

$$u = u\left(y,z,t\right), \quad v = v\left(x,z,t\right), \quad w = 0. \qquad (1.8.11)$$

Основные уравнения (1.8.1) и (1.8.2) для рассматриваемого случая сводятся к следующей системе:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v\frac{\partial u}{\partial y} + ª_{\perp 0}u - \Omega v = -\circ^{-1}\frac{\partial P}{\partial x} + \neg\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right). \qquad (1.8.12)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+ª_{\perp}v+\Omega u=-{\circ}^{-1}\frac{\partial P}{\partial y}+¬\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right). \qquad (1.8.13)$$

$${\circ}^{-1}\frac{\partial P}{\partial z}=-g, \qquad (1.8.14)$$

$$\frac{\partial ^\circ}{\partial t}+u\frac{\partial ^\circ}{\partial x}+v\frac{\partial ^\circ}{\partial y}=0. \qquad (1.8.15)$$

Система (1.8.12) – (1.8.15) позволяет описать многообразие атмосферных движений в ионосфере типа циклонов и антициклонов, и, как частные случаи, включает известные теоретические модели циклонов и антициклонов Фридмана А. А. и Кочина Н. Е. [1, 4].

Рассмотрим некоторые конкретные случаи ионосферных циклонических движений.

1.8. II.1 Простую модель циклона для области *E* можно получить из (1.8.12) – (1.8.15), полагая $^\circ = const$, v = 0, $\lambda \neq 0$, однородное вращение атмосферы с угловой скоростью μ : $u=-\mu y$, , $v=\mu x,\ w=0.$ Для давления будем иметь следующее уравнение:

$${\circ}^{-1}P=\frac{\mu(\mu+\Omega)}{2}(x^2+y^2)+(ª_{\perp 0}-ª_{\perp})\mu\, xy-gz+c, \qquad (1.8.16)$$

где $c-$произвольная постоянная. Полагая в этом уравнении $P=const,$ получим уравнение изобарической поверхности:

$$z=\frac{\mu(\mu+\Omega)}{2g}(x^2+y^2)+(ª_{\perp 0}-ª_{\perp})\frac{\mu}{g}xy+c_1. \qquad (1.8.17)$$

где $c_1=c-({}^\circ g)^{-1}P=const.$ Таким образом, изобарические поверхности представляют собой параболоиды вращения. В зависимости от того, в центре изобар будет минимум или максимум давления, получится модель стационарного циклона или антициклона. Одна из изобарических поверхностей будет служить свободной поверхностью циклона. Обозначая вертикальную толщину циклона через ℓ , которая определяется условиями: $x=0,\ y=0,\ z=\ell,$ будем иметь:

$$z=\ell+\frac{\mu(\mu+\Omega)}{2g}(x^2+y^2)+(ª_{\perp 0}-ª_{\perp})\frac{\mu}{g}xy.$$

Если толщина возмущённого слоя ионосферы, приходящего во вращательное движение циклонического характера, равна *L*, то зависимость между ℓ и *L* можно установить, вычисляя объём, занимаемый циклоном:

$$\ell=L-\frac{\mu(\mu+\Omega)}{4g}R^2 \qquad (1.8.18)$$

где $R-$радиус основания циклона.

1.8.II.2. Рассмотрим неоднородное вращение атмосферы: $u=\mu(z)y,\ v=\mu(z)x,\ w=0,$ когда плотность среды меняется с высотой $^\circ = {}^\circ(z)$. Из (1.8.12)-(1.8.14) получаем уравнения:

$$-\mu(\mu+\Omega)x-ª_{\perp 0}\mu y=-{\circ}^{-1}\frac{\partial P}{\partial x}-¬\frac{\partial^2\mu}{\partial z^2}y,\ -\mu(\mu+\Omega)y+ª_{\perp}\mu x=-{\circ}^{-1}\frac{\partial P}{\partial y}+¬\frac{\partial^2\mu}{\partial z^2}x,$$

$$°^{-1}\frac{\partial P}{\partial y} = -g.$$

Условия магнитогидродинамической возможности показывают, что в рассматриваемом случае движение возможно при $ª_{\perp 0} = ª_{\perp}$, т. е. наша модель неоднородного вращения применима к средним и высоким широтам. Основные характеристики неоднородного вращения следующие:

$$P = \frac{°(z)µ\left(µ + \Omega\right)}{2}(x^2 + y^2) - \int_0^z °(z) g dz + c_1, \; °(z) = \frac{c}{µ(z)[µ(z) + \Omega]}, \; µ(z) = µ_0 e^{-(ª/¬)^{1/2} z}. \quad (1.8.19)$$

Итак, получаем, что вихрь с высотой затухает с декрементом затухания, равным $(ª/¬)^{1/2}$, благодаря электродинамическому затуханию и турбулентной вязкости среды. Произведя численные оценки характерной толщины циклона $\Delta\ell = (ª/¬)^{1/2}$ при значениях ª и ¬, типичных для *E*-слоя ионосферы (например, ª = 10^{-5} с$^{-1}$, ¬ = 140 м^2 с$^{-1}$, [25, 14]), получим $\Delta\ell = 4 \div 6$ км, близкое к реальной ситуации значение толщины плоского вихря. Для циклона с такой толщиной и горизонтальной протяжённостью около 100 км, согласно (1.8.18), угловая скорость вращения циклона оказывается порядка 10^{-3} с$^{-1}$.

1.8.II.3..Рассмотрим распад единичного вихря в ионосфере под действием индукционного торможения и вязкости. Ввиду симметричности рассматриваемого движения, нелинейные члены в первом уравнении системы (1.8.4) оказываются равными нулю: $(\vec{V},\nabla)\vec{\omega} = 0, (\vec{\omega},\nabla)\vec{V} = 0$, где $\vec{\omega} = rot\vec{V}$. Тогда для проекции вектора вихря $µ_z = µ$ будем иметь в полярных координатах:

$$\frac{\partial µ}{\partial t} = \frac{v}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial µ}{\partial r}\right)0 - ªµ, \qquad (1.8.20)$$

с предельными условиями: $µ \to 0,\; r \to \infty$ и $µ \to 0,\; r > 0,\; t \to \infty$. Решение уравнения (1.8.20) имеет вид:

$$µ = \frac{\Gamma}{4®¬t}\exp\left(-\frac{r^2}{4¬t} - ªt\right), \qquad (1.8.21)$$

а для скорости получается выражение:

$$V = \frac{\Gamma}{2®r}e^{-ªt}\left[1 - \exp\left(-r^2/4¬t\right)\right], \qquad (1.8.22)$$

где *Г* – циркуляция скорости по окружности радиуса *r* нормального сечения вихревой трубки.

Из (1.8.21) и (1.8.22) видно, что учёт индукционного торможения в вязкой жидкости с одной стороны приводит к более быстрому затуханию скорости жидкости со временем, а с другой стороны – к ускорению движения и возникновению в определённый момент времени максимума скорости. Для фиксированного момента времени с удалением от центра вращения скорость на некотором расстоянии $r = r_m$ достигает максимального значения. Далее, вектор вихря скорости при фиксированном значении $r = a$ от начального момента достигает своего максимального значения в момент $t_m = (2ª)^{-1}\left[-1 + \left(1 + ª¬^{-1}a^2\right)^{1/2}\right]$, При $ª \to 0$, т. е. переходя к обычной вязкой среде, $t_m \to a^2/(4¬)$. С удалением от центра вихря к его краям максимальные значения скорости и вихря скорости уменьшаются, и в целом всё поле скоростей и вихря скорости со временем погашается и исчезает при $t \to \infty$. Практически время существования вихря находится в пределах от нескольких часов до суток в нижней ионосфере.

Более общий случай циклонических движений:

$$u = \mu\left(z\right) y + \P(z,t),\ v = \mu\left(z\right) x + \text{¦}(z,t),\ w = 0,$$

требует специального рассмотрения и представляет предмет дальнейшего исследования.

ЛИТЕРАТУРА к главе 1

1.Фридман А. А. Опыт гидромеханики сжимаемой жидкости. М. – Л., 1934.
2. Извеков Б. И.Об условиях динамической возможности движения вязкой сжимаемой жидкости. Математический сборник. 1924, ч. 32, № 1.
3. Кибель И. А. Введение в гидродинамические методы краткосрочного рогноза погоды. М.: Гостехиздат, 1957.
4. Кочин Н. Е. Теоретическая модель перемещающегося циклона. Журнал геофизики и метеорологии. 1924, № 1, с. 47.
5. Хантадзе А. Г. Некоторые вопросы динамики проводящей атмосферы. Тбилиси: Мецниереба, 1973.
6. Поляков В. М., Щепкин Л. А., Казимировский Э. С., Кокоуров В. Д. Ионосферные процессы. Новосибирск: Наука, 1968.
7. Баум Ф. А., Каплан С. А., Станюкович К. П. Введение в космическую газодинамику. М.: Госиздат. Физ.-мат. лит, 1958.
8. Гинзбург В. Л. Распространение электромаггитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
9. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М.: Наука, 1974, 256 с.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982.
11. Сыроватский С.И. Магнитная гидродинамика. УФН, 1957, т. 62, вып. 3, сс. 247-304.
12. Докучаев В. П. Движение ионизированного газа в верхней атмосфере. Изв. Вузов, Радиофизика, 1961, т. 4, № 1, сс. 5-39.
13. Франк-Каменецкий Д. А. О физической интерпретации магнитогидродинамического описания плазмы. / Рига: Знание/. Магнитная гидродинамика. 1967, № 3, сс. 7-18.
14. Blamont J. E., Barat J. Introduction d’un modele pour la structure des mouvements de l’atmosphere entre 85 et 110 km d’altitude. Ann. Geophys., 1967, t. 23, N 2.
15. Гинзбург Э. И., Жалковская Л. В. Турбулентные эффекты в нижней ионосфере. Известия вузов, Радиофизика, 1974, т. XIII, № 3,сс. 301-324.
16. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962.
17. Гвелесиани А. И. Условия динамической возможности движения вязкой сжимаемой жидкости в магнитной гидродинамике. Труды ИГ АН ГССР, 1973, т. XXX, сс. 99-117.
18. Гвелесиани А. И. Об одном случае движения в магнитной гидродинамике. Сообщения АН ГССР, 1974, т. 74, №3.
19. Гвелесиани А. И. Об условиях магнитогидродинамической возможности движения проводящей среды в верхней атмосфере. Симпозиум КАПГ по солнечно-земной физике. М.: Наука,1976, сс. 94-96.
20. Паркер Ю. П. Наука в космосе. /Сборник статей/ М., 1964, с. 243.
21. Ershkovich A. I., etc. Injection of solar wind particles into the magnetosphere in the neighbourhood of a neutral point. J. Atmos. Terr. Phys., 1967, v. 29, N 4.
22. Хантадзе А. Г. О движении проводящего газа в нейтральных точках магнитного поля. Труды ИГ АН ГССР, 1972, т. 28, сс. 30-36.

23. Гвелесиани А. И. К вопросу о движении вязкой проводящей жидкости в нейтральных точках магнитного поля. Труды ИГ АН ГССР, 1975, т. 35, сс. 131-142.
24. Ferraro V. C. A. Diffusion of ions in the ionosphere. J. Terr. Magn. Atm. Electr., 1945, v. 50, pp. 215-222.
25. Докучаев В. П. О влиянии магнитного поля Земли на ветры в ионосфере. Изв. АН СССР. Сер. Геофиз., 1959, N 5, сс. 781-787.

ГЛАВА 2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ВЕТРОВ В ИОНОСФЕРЕ

2.1. О динамике ветров и дрейфах в ионосфере

В настоящем параграфе анализируются результаты теоретических и экспериментальных работ, касающихся исследований движений нейтральной атмосферы со слабой примесью ионосферной плазмы, исследованийдрейфовых движений, движений неоднородностей и т. д., проведённых за последгние десятилетия. Большинство экспериментальных работ посвящено изучению движений, происходящихв проводящей атмосфере примерно между 60 и 250 км, в теоретических же исследованиях изучаемая область простирается до верхней границы области F. В рассматриваемом диапазоне высот в движениях проводящей атмосферы различают три вида: движения типа общей циркуляции, внутренних волн и турбулентность [1-11].

В общем случае на ионизованную компоненту верхней атмосферы действуют три категории сил: диффузионные процессы, электрические поля, генерируемые в динамо-области и магнитосфере, В зависимости от причин, вызывающих движение атмосферы, они могут быть длиннопериодными, типа общей циркуляции, именно на них сказывается прежде всего влияние геомагнитного поля и электропроводности среды, или короткопериодными, приливные движения, которые исследованы более полно, стимулируемые идеями Стюарта (динамо-теория) и лорда Кельвина (резонансная теория). Что касается движений ионосферной плазмы в целом или движений неоднородностей в проводящей атмосфере, то скорости дрейфа и ветра одинаковы вдоль $\vec{H}$, в остальных же случаях отличаются из-за наличия индукционного торможения в перпендикулярной к магнитной силовой линии плоскости. В нижней ионосфере степень ионизации плазмы мала, и она полностью увлекается нейтральным газом, что подтверждается экспериментальными наблюдениями за искусственно-созданными плазменными облаками [12, 13].

Теоретический анализ проблемы движения неполностью ионизованной плазмы на ионосферных уровнях при подном увлечении её нейтральным ветром сводится к решению уравнений движения нейтральной компонентя ионосферного газа, в котором наряду с другими силами обычной гидродинамики действует электромагнитная сила $\vec{F} = c^{-1}[\vec{j}, \vec{H}]$; в случае же неполного увлечения заряженных частиц течением нейтральной атмосферы рассматривается система уравнений переноса количества движения соответственно для ионов и электронов и нейтральных частиц. Причём, все три компоненты взаимодействуют между собой через соударения, благодаря чему нейтральные частицы испытывают ионное торможение, а они в свою очередь воздействуют на простанственно-временное распределение электронно-ионного газа. Большая роль индукционного торможения была выявлена в работах [14-16] и было выдвинуто предположение о связи движений ионосферной плазмы с наличием внешних электроческих полей.

Впервые уравнения магнитной гидродинамики были применены к условиям горизонтальных ветров в ионосфере [5], где в первом приближении была показана роль нейтральных ветров в перемещенияхплазмы в различных слоях ионосферы. Найденное в работе стационарное решение уравнений магнитной гидродинамики для слабопроводящей среды позволило корректно оцкнить влияние свойств проводящей атмосферы на поле скоростей, условия геострофичности ветра, увлечение электронно-ионного газа нейтральной атмосферой и получить ряд новых результатов, обусловленных магнитогидродинамическими силами.

Аналогичная задача решалась в работах [17, 18], в которых были получены выражения для зональной и меридиональной составляющих скоростей горизонтального ветра, их суточное изменение и сезонный ход. При этом были использованы новые спутниковые данные о распределении давления [19]; из-за приближённости уравнений движения автор воздерживается от расчётов вертикальной составляющей скорости. Величины горизонтальных составляющих скоростей оказываются порядка 100 м/с, что согласно [20] является довольно типичным для области F ионосферы. Согласно [18, 21] хорошее приближение к реальной картине системы ветров сможет дать численное решение нестационарных уравнений движения нейтральной атмосферы с учётом реального распределения ионосферной плазмы по высоте.

Большое значение для последующего развития теоретических исследованийи системы ветров на ионосферных уровнях имели модели нейтральной атмосферы, построенные на основе данных наблюдений с искусственных спутриков Земли и ракет [22, 23,19]. В [24, 21] проведены приближённые расчёты скоростей атмосферных ветровдля высот F2-слоя. Расчёты показали, что величины этих скоростей оказываются одного порядка со скоростями дрйфа ионизации, вызванные электрическими полями [24, 25]. Авторы [24] в своих расчётах показали, что градиенты давления нейтральной атмосферы вызывают интенсивные атмосферные ветры, а их скорости зависят от вязкости, силы Кориолиса и сил инерционного торможения. Здесь мы должны вновь вернуться к работам [17, 18], в которых указанные выше результаты, а также результаты работ [26-28, 5, 29-31] были учтены, и было показано, что выше h = 200 км суточные колебания скоростей ветра большой амплитуды создаются благодаря солнечному нагреву, и при этом к полудню ветер должен быть направлен к полюсу, а к полуночи – к экватору; дневные значения скоростей превышают ночные примерно в 2 –3 раза. На основании результатов [17, 18] проведены оценки максимальных концентраций ионов в F-области ионосферы, их уровней, а также сезонное изменение этих величин в работах [32, 33]. Вернёмся вновь к работе [21]: в ней описана глобальная система горизонтальных крупномасштабных ветров для лета и зимы с использованием модели нейтральной атмосферы Яккия-70, включая высоты максимума концентрации ионов N_m в области F. Полученные значения скоростей ветра использованы затем для расчёта периодических вариаций максимальных концентраций ионов в области F, находящихся в согласии с данными наблюдений. Расчёты показали существенную зависимость величины скорости ветра от значений N_m, в частности, при изменении концентрации ионов на один порядок средняя скорость ветра меняется в противоположную сторонув три слишним раз. При больших значениях N_m сила ионного торможения значительно превышает кориолисову и инерционную силы, и направление ветра близко к направлению движущей силы (в особенности к 15.00 ч, когда градиент давления направлен от точки максимального давления на экваторе через полюс к точке максимального давления на противоположной ночнойстороне ионосферы к 3.00 ч). На высоких широтах, когда сила Кориолиса сравнительно велика, ветер направлен на восток, на низких широтах, где превалирует инерционная сила над кориолисовой, ветер направлен на запад.

В описанных выше работах намечен путь для совместного решения уравнений движения и неразрывности для электронно-ионного газа в ионосфере. В [34] проведены такого рода расчёты применительно к F2-слою с использованием работ [35-39]. Соместное решение этих уравнений показало, что при учёте скорости горизонтального ветра на уровне максимума концентрации ионов в области F имеется хорошее согласие между расчётными и наблюденными значениями максимальных концентраций N_m в течение суток в разные периоды года, чем при неучёте ветра. Действительно, численное решение системы уравнений движения и баланса ионизации [35] показало, что такого рода ионосферные эффекты, как поднятие ночного слоя F2 и его поддержание, могут быть обусловлены дрейфом плазмы и нейтральным ветром, играющим большую роль в динамике ионосферы. Вместе с тем следует отметить общий недостаток рассмотренных выше работ, состоящий в том, что в них рассчитывалась система ветров на основании лишь глобальных вариаций давления по модели Яккия и не принимались в расчёт другие возможные причины атмосферных ветров, как градиенты давления ниже h = 150 км, электрические поля, гравитационные и приливные волны. В [34, 35] показано, что при решении более общей задачи, т. е. при учёте диффузии заряженных частиц и электрического поля, приближение к действительной ситуации в ионосфере будет бóльшим.

В работах [16, 40 - 42] также проводится идея учёта электрических полей наряду с нейтральными горизонтальными ветрами для объяснения проблемы поддержания ночного F2-слоя. В этом аспекте интересна работа [43], в которой на осне данных измерений вертикальных движений ионов, из простого уравнения движения нейтральной атмосферы и модели [22] рассчитаны скорости нейтрального ветра (меридионального) для различных высот. Авторы получили хорошее согласие с наблюдениями для зимних условий, а для лета и равноденствия согласие получается лишь при дополнительном учёте электрических полей.

В [44 – 46] теоретически рассматривается суточный ход колебаний скорости ветра в средней и верхней атмосфере. В [45] было показано, что суточные колебания плотности ионизации могут вызвать колебания зонального ветра с амплитудой до 240 м/с без учёта тормозящего действия ионов. В [46] эта задача решается с учётом силы инерции, вязкости и ионного торможения. Расчёты показали, что амплитуда колебаний ветра значительным образом зависит от распределения ионизации по высоте и может достигнуть 180 м/с.

В [47] совместно решаются уравнения движения и уравнение неразрывности для ионосферной плазмы для F2-слоя впервые и рассматривается перемещение ионизации с учётом диффузии, горизонтального движения нейтральной атмосферы, а также электрическое и магнитное поля. К аналогичным относится и работа [48], где описывается движение нейтральной атмосферы для различных сезонови активности Солнца с учётом квазистационарности уравнений движения, амбиполярной диффузии, гемагнитного поля, а температура электронов и ионов задаётся по известным моделям Эпштейна и Яккия [22, 49]. Выясняется сильная зависимость результатов расчёта от выбора модели нейтральной атмосферы. В [50] также решена комплексная задача взаимосвязи между динамикой нейтральной атмосферы и ионизацией, исходя из теории атмосферного динамо при учёте скорости вертикального дрейфа. Было показано, что хорошее согласие с наблюдениями получается при учёте ионного трения в уравнениях движения нейтральной атмосферы в моменты изменения направления меридионального ветра. Простые теоретические задачи решались в [51-53]. В [54] было показано, что в неоднородной по вертикали ионосфере меридиональные нейтральные ветры в Е области могут возбудить зональную составляющую скорости дрейфа как у плазмы в целом, так и у отдельных неоднородностей, особенно в тех случаях, когда ниже области Е расположен слой с высокой поперечной проводимостью.

В [55-58] рассматривались вопросы, связанные с распределением скоростей ветра в нижней ионосфере. Измерения скоростей перемещения искусственно созданных облаков натрия показали, что в интервале высот от 80 до 180 км модули меридиональной и зональной составляющих скоростей примерно одного порядка [50]; между высотами h = 110 и 140 км наблюдается вращение вектора скорости по часовой стрелке с высотой [51-53, 36, 54] с большими вертикальными градиентами скоростей. В [55] устанавливается зависимость между основными характеристиками ветра и профилем концентрации электронно-ионного газа по вертикали в натриевых облаках и показано, что большинство слоёв с повышенной концентрацией электронов не имеет чёткой зависимости от сдвига ветра.

В [56] рассматриваются эффекты влияния нейтрального ветра на F-область в низких широтах при равноденствии и максимуме солнечной активности, и показывается на основе совместного решения уравнений движения нейтрального ветра и баланса ионизации зависимость исчезновения и сохранения аномалии эпплтона от фазы нейтрального ветра; в частности, оказывается, что аномалия сохраняется тем дольше, чем раньше дстигается максимальная скорость в направлении к полюсу. В [57] решается наиболее полная система уравнений для многокомпонентной системы с учётом нелинейных членов и показывается необходимость их учёта при расчётах амплитуды и фазы нейтрального ветра, максимума электронной концентрации и его высоты [58, 59, 60, 17, 18]. В [53] расчёты для величин скоростей в области F показывают возрастание их с высотой до уровня главного максимума концентраций ионов в области F порядка 100 м/с. В [61] для нижней ионосферы получены СВ и ЮВ составляющие скоростей, соответственно равные 40 и 70 м/с.

Изучению турбулентности и волновых движений в ионосфере посвящены работы [4, 62-72]. Согласно [27, 5] индукционное торможение посредством магнитного поля, действующего на индукционные токи, влияет на структуру турбулентного потока. Из работ, посвящённых влиянию геомагнитного поля на турбулентное движение, следует отметить [4, 62-66]. Для оценки влияния магнитого поля Земли на турбулентное движение в ионосфере предлагаются обобщённое число Стюарта, равное отношению электромагнитной силы к силе инерции, и обобщённое число Гартмана. Увеличение числа Стюарта соответствует стабилизации движения и подавлению турбулентности. Расчёты, проведённые для D- и E-слоёв, показывают, что с увеличением высоты из-за уменьшения сил инерции уравнения движения линеаризуются относительно скорости и, следовательно, турбулентность не может воникать. Годом раньше Стюарт [67] получил теоретически, что на уровне h = 120 км турбулентность должна исчезнуть, а по [64] этот уровень равен h = 150 км, по [65, 66] он достигает h = 200 км. Как известно, на ионосферных уровнях вобуждаются различного типа волны [70]. По мнению некоторых авторов, [71, 72], потеря устойчивости этих волн порождает мелкомасштабную турбулентность. Некоторые же авторы ставят под сомнение существование в нижней ионосфере акустических [65] и внутренних гравитационных волн, хотя в пользу последнего говорит характер распределения горизонтальных составляющих ветра [73, 31, 74-76]. Вертикальный профиль ветра имеет волнообразную структуру с длиной волны, увеличивающейся от 10 до 30 км в интервале высот от h = 80 до 120 км. В [77] утверждается, что в верхней атмосфере турбулентность должна носить волновой характер. Экспериментальные исследования [12, 51-53, 78] обнаруживают волновой характер распределения турбулентности в слоях атмосферы от h = 70 до 120 км. В [79] на основе наблюдений за искусственными натриевыми облаками показывается, что между h = 85 и 110 км турбулентные явления локализованы и имеют слоистую структуру. Результаты экспериментальных и теоретических исследований турбулентности в нижней ионосфере сгруппированы в работе [65]. Из неё следует, что пока нет единого мнения о влиянии волнового движения на турбулентность в нижней ионосфере; что же касается природы изменения составляющих скоростей, то она может быть и волновой, но, как правило, флюктуации скорости приписываются развитой турбулентности. Здесь возможны три исхода: из-за слабости волновых движений пульсации скорости обусловлены только турбулентностью [69, 80]**;** происходит наложение волновых движений [81-83, 40, 41]; наложение турбулентности и волновых движений [84, 85, 80, 86].

Резюмируя результаты теоретических исследований по динамике ветров и дрейфов в ионосфере, можно отметить три главных направения: 1) рассматривается одно уравнение, а отсутствующие параметры берутся из эксперимента или по эмпирическим моделям; 2) другой приём состоит в уменьшении количества координат, считая, например, что важны только вертикальные градиенты; 3) линеаризация уравнений.

Работы, в которых дано наиболее полное решение уравнений движеня нейтральной атмосферы, содержащей ионосферную плазму в виде примеси для всей области F [10, 87]. В первой, [10], работе с использованием полных моделей ионосферы (собственные закрытые исследования) и последних моделей нейтральной атмосферы численными методами решается полная система уравнений и строится глобальная система ветров; во второй, [87], работе даётся глобальная трёхмерная картина крупномасштабных ветров и анализируются достижения эксперимента и теории.

Однако, ещё не построена полная ветровая модель ионосферы и не изучена детально даже для фиксированной высоты глобальная картина горизонтальных крупномасштабных ветров для различных сезонов, времён суток и активности яполнца. В теоретических же исследованиях крупномасштабных ветров в последние годы господствующее положение заняли численные методы решения уравнений движения нейтральной атмосферы с примесью ионосферной плазмы, и можно без преувеличения сказать, что они полностью вытеснили аналитические методы.

Наряду с другими, эти вопросы будут подробно обсуждаться и анализироваться ниже. В частности, будет показано, что упрощённая система уравнений, содержащая лишь главные члены, фактически включает все элементы общей циркуляции атмосферы в глобальном масштабе и даёт возможность получить те основные выводы, которые были сделаны при решении полных неупрощённых уравнений численными методами [10, 87], и наконец, в заключительной главе впервые дать простую количественную модель глобальной трёхмерной зонально-меридиональной циркуляции верхней атмосферы на уровнях областей E и F ионосферы.

2.2. Исходные уравнения движения

Так как здесь нас интересует лишь скорость движения атмосферы, то будет рассматриваться лишь уравнение движения без приведения полной системы уравнений магнитной гидродинамики.

В случае, когда температура нейтральной атмосферы и электронно-ионного газа заданы, так же как *P* и *ρ* (например, из модели Яккия-70), то скорость ветра в ионосфере однозначно определяется из уравнения:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho^{-1}\nabla P + \vec{g} + 2[\vec{V},\vec{\omega}] + 2\Omega_0[\vec{V},\vec{H}_0] - \lambda_{\perp 0}\vec{V}_\perp + \nu\Lambda\vec{V} + \rho^{-1}\left(\xi + \frac{\eta}{3}\right)\nabla div\vec{V}, \quad (2.2.1)$$

где $\vec{\omega}$ – угловая скорость вращения Земли; $\vec{H}_0$ – напряжённость магнитного поля Земли; $\Omega_0 = H_0(2\,°\,c^2)^{-1}$ – гироскопический эффект; $\lambda_{\perp 0} = \sigma_1 H_0^2(\rho c^2)^{-1}$ – коэффициент электродинамического затухания; $\vec{V}_\perp = \vec{V} - (\vec{V},\vec{H}_0)\vec{H}_0/H_0$; $\sigma_1 = e^2N\{\nu_{em}[m_e(\omega_e^2+\nu_{em}^2)]^{-1} + {}$ $+\neg_{im}\left[m_i\left(\mu_i^2+\neg_{im}^2\right)\right]^{-1}\}$ – поперечная проводимость плазмы; $\sigma_2 = e^2N\{\omega_e[m_e(\omega_e^2+\nu_{em}^2)]^{-1} - {}$ $-\omega_i[m_i(\omega_i^2+\nu_{im}^2)]^{-1}\}$ проводимость Холла; $N_i = N_e = N$ – плотность электронов и ионов; $e,\ m_e\ \neg_{em},\ \omega_e = eH_0(m_e c)^{-1}$ – соответственно электрический заряд, масса, число столкновений с нейтральными частицами и гирочастота электрона; соответствующие значения для ионов; ¶, ¦, ¬ – коэффициенты вязкости ионосферы.

Так как в дальнейшем нас будут интересовать крупномасштабные ветровые процессы в ионосфере, имеющие горизонтальный масштаб (*L*) порядка 1000 км и более, вертикальный масштаб порядка шкалы высот (*H*), временной масштаб порядка полусуток, то согласно методу Кибеля И. А. [88] и Чарни Ж. Г. [89] можно произвести упрощения (2.2.1), выделив главные члены, содержащие все основные свойства движений большого масштаба; члены на один или два порядка меньшие отбрасываются. Имеем: H / L ~ 10^{-2} << 1, для характерной скорости горизонтального ветра оценки дают порядок v = L / τ = 150 м/с. Из уравнения неразрывности для отношения вертикальной скорости w к горизонтальной v получим: $wv^{-1} = HL^{-1} \sim 10^{-2} << 1$, вывод, подтверждаемый экспериментальными данными измерений в нижней ионосфере [90, 91, 7], а также численными решениямиуравнений движения [87]. Таким образом, простой анализ методами подобия даёт правильный и важный вывод о том, что крупномасштабные ветры в ионосфере являются квазигоризонтальными. Эти горизонтальные движения, вызывающие вертикальный дрейф ионосферной плазмы, играют важную роль в динамике F-слоя ионосферы, в процессах переноса и перераспределения зарядов в нём.

После проведённых оценок в однокомпонентной формулировке уравнения движения крупномасштабных горизонтальных ветров упрощаются и в декартовой системе координат записываются в виде:

$$\frac{du}{dt} + \lambda_{\perp 0} u + \Omega v = -\rho^{-1}\frac{\partial P}{\partial y} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2},$$
$$\frac{dv}{dt} + \lambda_{\perp} v - \Omega u = -\rho^{-1}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 v}{\partial z^2},$$
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\vec{V}) = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g; \qquad (2.2.2)$$

где

$$\lambda_{\perp 0} = \sigma_1 H_0^2/\left(\rho c^2\right), \lambda_{\perp} = \sigma_1 H_z^2/\left(\rho c^2\right), \Omega = 2\omega_z - \sigma_2 H_0 H_z\left(\rho c^2\right)^{-1}, \ \omega_z = \omega\sin\varphi, \ H_z = H_0\cos\theta,$$

$H_0 = 0{,}5H_p\left(1+3\sin^2\varphi\right)^{1/2}$, φ – широта, θ – угол между напряжённостью магнитного поля и вертикалью, H_0 и H_p – значения H на широте φ и на полюсе.

В многокомпонентной формулировке имеем следующие уравнения для крупномасштабного горизонтального ветра:

$$\frac{du}{dt} - \frac{N_i}{N}\nu_{im}(u_i - u) = -\rho^{-1}\frac{\partial P}{\partial x} + 2\omega_z v + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2},$$

$$\frac{dv}{dt} - \frac{N_i}{N}\nu_{im}(v_i - v) = -\rho^{-1}\frac{\partial P}{\partial y} - 2\omega_z u + \nu\frac{\partial^2 v}{\partial z^2},$$
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\vec{V}) = 0, \qquad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g; \qquad (2.2.3)$$

где $u_i = (1- \;)u + \sim v + u_D, \quad v_i = (1- \;)v - \sim u + v_D, \ u_D = \; cH_0^{-1}E_y - \sim cH_0^{-1}E_x,$
$v_D = \; cH_0^{-1}E_x - \sim cH_0^{-1}E_y, \sim = \nu_{im}\Omega_H^{-1} \;, \; = \left[1+\left(\nu_{im}\Omega_H^{-1}\right)^2\right]^{-1}, \ \Omega_H = eH_0\left(m_i c\right)^{-1}.$

Полученные уравнения не только просты по сравнению с исходными уравнениями, но главный результат этого упрощения состоит в том, что с помощью обозначений

$$\Phi = u + iv, \ m^2 = \lambda + i\Omega, \ G = -\rho^{-1}\left(\frac{\partial P}{\partial x} + i\frac{\partial P}{\partial y}\right)$$

они сводятся к параболическому уравнению типа

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \nu\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + w\frac{\partial \Phi}{\partial z} + m^2\Phi = G,$$

решение которого легче, чем решение исходных уравнений Навье-Стокса. Это уравнение будет исходным при аналитическом решении конкретных задач для ионосферы.

В сферической системе координат из (2.2.2) легко находим формулы для зональной и меридиональной составляющих горизонтального ветра:

$$u = \left[{}^{\circ} r \left(\Omega^2 + ª_{\perp 0} ª_{\perp} \right) \right]^{-1} \left(\Omega \frac{\partial P}{\partial \bar{}} - \frac{ª_{\perp}}{\sin \bar{}} \frac{\partial P}{\partial \cdot} \right), \; v = -\left[{}^{\circ} r \left(\Omega^2 + ª_{\perp 0} ª_{\perp} \right) \right]^{-1} \left(ª_{\perp 0} \frac{\partial P}{\partial \bar{}} + \frac{\Omega}{\sin \bar{}} \frac{\partial P}{\partial \cdot} \right),$$

где r, $\bar{}$, $\cdot$ – соответственно расстояние от центра Земли до рассматриваемой точки, дополнение широты, долгота. Эти формулы являются рабочими формулами в п.п. 2.5 – 2.6 при построении глобальной системы крупномасштабных ветров в ионосфере.

Переходим к рассмотрению аналитических решений уравнений квазигидродинамики для конкретных случаев движений в ионосфере с различными механизмами взаимодействия между слоями ионосферы.

2.3. Нестационарное распределение крупномасштабных ветров в ионосфере при наличии вертикальных скоростей

Рассматривается взаимодействие крупномасштабного горизонтального ветра с вертикально перемещающимися волновыми движениями, источники которых могут располагаться как в нижних слоях атмосферы (вывод сделан в п. п. 2.6, 2.7 из анализа полученной системы крупномасштабных ветров в глобальном масштабе на основе обнаруженных в ней струйных течений и слоёв ионосферы с нарушенными условиями геострофичности ветра выше максимума концентрации слоя Е днём и выше слоя F1 ночью).

Зададим скорость вертикального перемещения волны с амплитудой v_{0z} и частотой μ в виде:

$$w_0(t) = v_{0z}\left[1 + £\left(e^{i\mu t} + A'' e^{-i\mu t}\right)\right], \qquad (2.3.1)$$

где $£$ – параметр малости, A' и A'' – вещественные постоянные, удовлетворяющие условиям: $£A' \le 1$, $\varepsilon A'' \le 1$.

В применяемом ниже методе решения уравнений движения (2.3.2)- (2.3.3), аналогичном методу Лайтхилла, параметры A' и A'' играют существенную роль при анализе особенностей нестационарного процесса, в частности, временных колебаний составляющих скорости ветра (форма годографа скорости во времени и расположения профилей скоростей по значениям величин A' и A''). Во избежание громоздкости решения в (2.3.1) опускается второй член в круглых скобках в ущерб общности; однако ниже показывается, что определяющую роль в рассматриваемой задаче играет параметр М с ясным физическим содержанием: даёт соотношение между вязкостными величинами проводящей атмосферы и скоростью волны. Таким образом, величина М отображает взаимодействие между крупномасштабными горизонтальными движениями проводящей атмосферы и вертикально перемещающимися волнами. Поэтому его можно назвать параметром взаимодействия.

Полагая атмосферу однородной по высоте, поле скоростей ветра зависящим лишь от высоты и времени, а дополнение широты и долготу – выступающими в роли параметров, то из уравнения неразрывности и уравнений движения соответственно получаем, что вертикальная скорость является лишь функцией времени (см. выбор (2.3.1)), и горизонтальные градиенты давления также являются функциями только времени.

Итак, рассматриваемая система уравнений следующая:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + w_0(t)\frac{\partial u}{\partial z} + 2\omega_z V + v_i(u - u_i) = -(\rho_0 r_0 \sin\theta)^{-1}\frac{\partial P}{\partial \psi}; \qquad (2.3.2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + w_0(t)\frac{\partial V}{\partial z} + 2\omega_z V + v_i(V - v_i) = -(\rho_0 r_0)^{-1}\frac{\partial P}{\partial \theta}; \qquad (2.3.3)$$

где

$$u_i = (1-\beta)u + \alpha V + u_D, v_i = (1-\beta)V - \alpha u + v_D, \qquad (2.3.4)$$

$$u_D = -\beta c\frac{E_\theta}{H_0} - \alpha c\frac{E_\psi}{H_0}; \qquad v_D = \beta c\frac{E_\psi}{H_0} - \alpha c\frac{E_\theta}{H_0}; \qquad (2.3.5)$$

Согласно п. 2.2 вместо (2.3.2) и (2.3.3) имеем:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + w_0(t)\frac{\partial\Phi}{\partial z} = -(\rho_0 r_0)^{-1}\left(\frac{\partial P}{\partial\theta} + i\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial P}{\partial\psi}\right) + v_i(u_d + iu_d) - m\Phi + \nu\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}, \qquad (2.3.6)$$

где

$$m = i\left(2\mu_z - \sim\right) - \neg_i. \qquad (2.3.7)$$

Для исключения градиента давления и дрейфовой скорости введём выражение для комплексной скорости ветра $\Phi_g(t)$ выше пограничного слоя, которое получается из (2.3.6) в отсутствие вязкостных сил:

$$\frac{d\Phi_g}{dt} = -(\rho_0 r_0)^{-1}\left(\frac{\partial P}{\partial\theta} + i\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial P}{\partial\psi}\right) + v_i(u_d + iu_d) - m\Phi_g \qquad (2.3.8)$$

Учитывая вышесказанное, будем иметь

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + w_0(t)\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{d\Phi_g}{dt} + m\left(\Phi_g - \Phi\right) + \nu\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \qquad (2.3.9)$$

Для решения дифференциального уравнения (2.3.9) сформулируем предельные условия. Для этого рассматриваемую область ионосферы условно разделим на два слоя: нижний слой, в котором существенна вязкость среды и в котором могут существовать течения с резко выраженными границами, - и верхний слой, в котором влиянием вязкости можно пренебречь [88, 89, 9]. Для нижнего слоя будем пользоваться уравнением Навье-Стокса (2.3.9), а для верхнего – уравнением Эйлера (2.3.8), которое в дальнейшем используется в качестве верхнего граничного условия.

Таким образом, уравнение (2.3.9), согласно принятой схеме, должно удовлетворять условиям:

1) прилипания скорости ветра на нижней проницаемой границе, где помещается начало системы координат:

$$\Phi(0,t) - 0, z - 0; \qquad (2.3.10)$$

2) обращения скорости ветра в скорость невозмущённого трением ветра при достаточно больших z:

$$\Phi(\infty,t) = \Phi_g(t), z \to \infty \qquad (2.3.11)$$

Так как рассматривается периодическая во времени задача, начальное условие можно не учитывать. Вводя безразмерные величины:

$$z' = \frac{|v_{0z}|}{\nu}z, t' = \frac{v_{0z}^2}{4\nu}t, \omega' = \frac{4\nu}{v_{0z}^2}\omega, \varphi = \frac{\Phi}{\Phi_g}, \Phi_g' = \frac{\Phi_g}{\Phi_{0g}}, L = \frac{4\nu m}{v_{0z}^2}, \qquad (2.3.12)$$

и опуская в дальнейшем штрихи, из (2.3.9) - (2.3.11) будем иметь:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + \left(1 + \varepsilon A' e^{i\omega t}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{L}{4}\left(\Phi_g - \varphi\right) - \frac{1}{4}\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\frac{1}{4}\frac{d\Phi_g}{dt}; \quad \ddot{}(0) = 0, \quad \ddot{}(\infty) = \Phi_g. \qquad (2.3.13)$$

Решение уравнения (2.3.13) ищется в виде:

$$\varphi(z,t) = 1 + \varepsilon e^{i\omega t} - F_1(z) - \varepsilon e^{i\omega t}F_2(z) \qquad (2.3.14)$$

Подставляя (2.3.14) в (2.3.13) и приравнивая члены с одинаковыми степенями £ (пренебрегая членами второго порядка), получим два уравнения для определения $F_1(z)$ и $F_2(z)$:

$$\frac{d^2F_1}{dz^2} + \frac{dF_1}{dz} - \frac{L}{4}F_1 = 0,$$

$$\frac{d^2F_2}{dz^2} + \frac{dF_2}{dz} - \frac{1}{4}(L + i\omega)F_2 = -A'\frac{dF_1}{dz}, \qquad (2.3.15)$$

с граничными условиями:

$$F_1(0) = 0, \quad F_1(\infty) = 0; \quad F_2(0) = 1, \quad F_2(\infty) = 0.$$

Решая уравнения (2.3.15) с учётом (2.3.14), после разделения действительной и мнимой частей, для составляющих скорости u и v получаются следующие формулы:

$$\frac{u}{u_g} = 1 - e^{-Az}\cos Bz + \frac{v_g}{u_g}e^{-Az}\sin Bz + £\left[\left(f_2 + \frac{v_g}{u_g}f_1\right)\cos\mu t + \left(\frac{v_g}{u_g}f_2 - f_1\right)\sin\mu t\right],$$

$$\frac{v}{v_g} = 1 - e^{-Az}\cos Bz - \frac{u_g}{v_g}e^{-Az}\sin Bz - £\left[\left(\frac{u_g}{v_g}f_2 + f_1\right)\sin\mu t - \left(f_2 - \frac{u_g}{v_g}f_1\right)\cos\mu t\right], \qquad (2.3.16)$$

где

$$f_1(z) = -c_1Be^{-Az}\sin Bz - c_1Ae^{-Az}\cos Bz + (1 + c_1B)e^{-A_1z}\sin B_1z + c_1Ae^{-A_1z}\cos B_1z,$$

$$f_2(z) = 1 + c_1Be^{-Az}\cos Bz - c_1Ae^{-Az}\sin Bz - (1 + c_1B)e^{-A_1z}\cos B_1z + c_1Ae^{-A_1z}\sin B_1z;$$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left(1 + M'\right) + \frac{1}{2}\left[\left(1 + M'\right)^2 + \left(\Omega - M''\right)^2\right]^{1/2}\right\}^{1/2},$$

$$B = \frac{1}{2}\left\{-\frac{1}{2}\left(1 + M'\right) + \frac{1}{2}\left[\left(1 + M'\right)^2 + \left(\Omega - M''\right)^2\right]^{1/2}\right\}^{1/2},$$

$$A_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left(1 + M'\right) + \frac{1}{2}\left[\left(1 + M'\right)^2 + \left(\Omega + \mu - M''\right)^2\right]^{1/2}\right\}^{1/2},$$

$$B_1 = \frac{1}{2}\left\{-\frac{1}{2}\left(1 + M'\right) + \frac{1}{2}\left[\left(1 + M'\right)^2 + \left(\Omega + \mu - M''\right)^2\right]^{1/2}\right\}^{1/2},$$

где

$c_1 = 4\mu^{-1}A'$, $M' = \; M$, $M'' = \sim M$, $\Omega = M\Omega_z$, $\Omega_z = \frac{2\mu_z}{¬}$, $M = 4¬¬_i v_{0z}^{-2}$; M – безразмерный параметр, учитывающий взаимодействие ионизованной компоненты с нейтральным ветром.

В одномерном случае при отсутствии силы Кориолиса и эффекта Холла полученное решение переходит в решение магнитной гидродинамики [90], в стационарном же случае в отсутствии электромагнитных сил и просачивания на нижней границе $(w_{0z}(t) = 0)$ – в решение Экмана-Оккерблома. При наличии электромагнитных сил и постоянной скорости просачивания жидкости на нижней границе получаются результаты [91]. В отсутствии вязкостных сил полученные формулы (2.3.16) обобщают результаты работ [27, 8, 17, 7].

Формулы (2.3.16) описывают периодическое ветровое движение в ионосфере, вектор скорости которого на данной высоте совершает круговое движение и имеет период, равный периоду гармонической составляющей вертикальной скорости. Ориентация круга зависит от высоты, широты и частоты колебаний; при этом колебание скорости происходит со сдвигом фаз и одновременным изменением амплитуды с высотой.

С использование формул (2.3.16) были рассчитаны соответствующие величины ионосферы в диапазоне областей *E* и *F* и построены вертикальные профили скоростей и графики годографов скоростей. В табл. 2.1 и 2.2 представлены типичные значения необходимых параметров *E* и *F* слоёв ионосферы и величин, рассчитанных по ним и входящим в найденное решение (2.3.16).

Результаты численных расчётов представлены на рис. 2.1-2.4. Как уже отмечалось выше, параметр A' используется для классификации нестационарных и стационарных кривых составляющих скоростей. Равенство его нулю ($A' = 0$) означает наличие в ионосфере постоянных вертикальных потоков атмосферы, отличие от нуля ($A' \neq 0$) означает поступление в ионосферу волнового возмущения. На рис. 2.1-2.3 пунктирные кривые соответствуют первому случаю ($A' = 0$), сплошные случаю $A' = 1$. Одновременно кривые классифицируются для слоёв E, $F1$ и $F2$ с помощью параметра взаимодействия *M*, меняющегося в широком диапазоне значений (рис.2.1-2.3).

Таблица 2.1. Типичные значения использованных параметров ионосферы.

Слой ионосферы	$¬_{im}$, с$^{-1}$	Ω_H, с$^{-1}$	¬, см^{2}с$^{-1}$	N_i, см$^{-3}$	N_m, см$^{-3}$
E	5×10^3	3×10^2	10^5	10^5	10^{11}
F	1	3×10^2	10^6	10^5	10^{10}

Таблица 2.2 Численные значения коэффициентов в поле скоростей (2.3.16).

Слой ионосферы	α	β	A	B	A_1	B_1
E	0	0	1,00	0,01	1,05	0,235
F1	0,5	0,5	1,81	0,47	1,78	0,386
F2	0	1	1,00	0,01	1,05	0,235

Интересен тот факт, что при наличии лишь дрейфового движения со скоростью, не зависящей в данном случае от времени (мы уже отмечали выше этот случай, когда $A' = 0$), кривые зональных скоростей располагаются выше сплошных кривых; кривые же меридиональных скоростей - ниже. На рис. 2.1 кривые стационарных скоростей располагаются значительно выше нестационарных. На рис. 2.2 значение стационарных меридиональных скоростей меньше нестационарных значений.

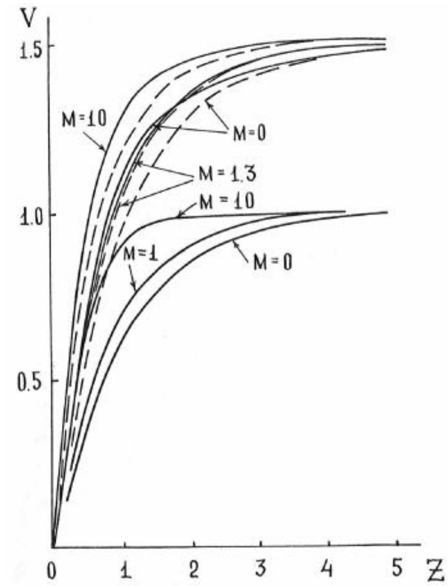


Рис. 2.1

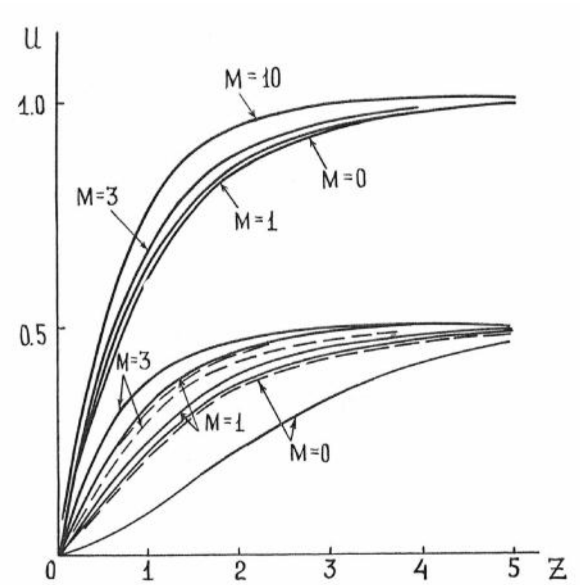


Рис. 2.2

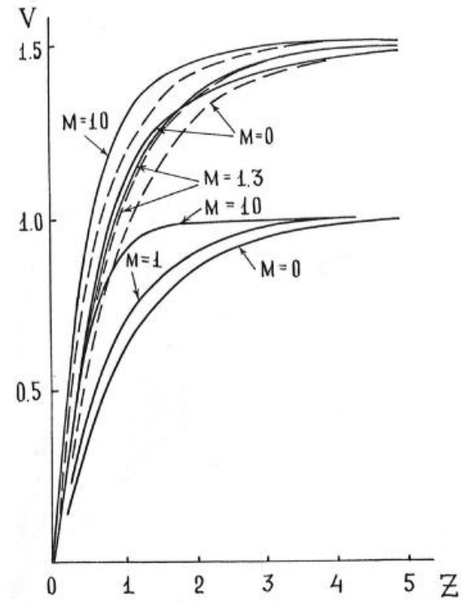


Рис. 2.3

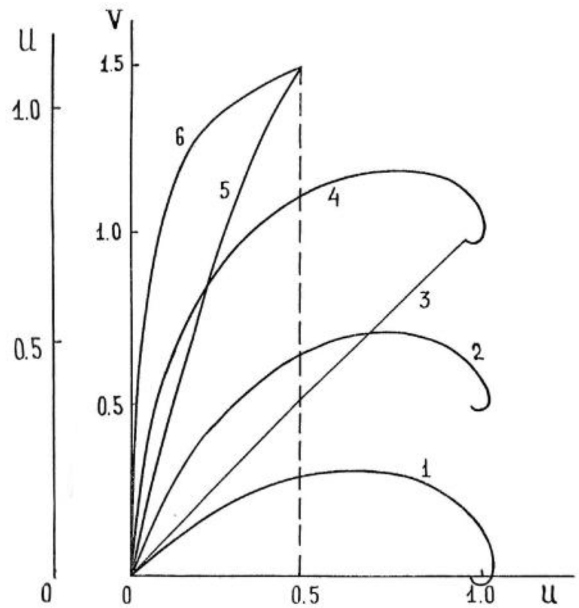


Рис. 2.4

Как видно из рисунков, кривые скоростей наиболее чётко располагаются по параметру *M*. При этом относительное расхождение между отмеченными кривыми убывает с увеличением величины *M*, стремясь к некоторому пределу, определяемому фазой колебаний, соответствующей данному,

мгновенному полю скоростей. Именно этим обстоятельством обусловлено отмеченное выше смещение стационарных и нестационарных скоростей друг относительно друга. При стремлении времени к бесконечности указанные группы кривых сближаются, совпадая в пределе; с увеличением же высоты происходит возрастание амплитуды и убывание фазы, приводящие к совпадению скорости ветра с предельным значением (2.3.11).

Графики дают также наглядную информацию о зависимости величины характерной толщины течения ветра от *M* (с увеличением *M* толщина слоя существенно уменьшается –заполнение профилей скорости), вертикального завихрения ветра – по годографам скоростей с увеличением *M* меняющим направление закручивания скорости. В слое *E* кривые не зависят от *M* ввиду полного увлечения плазмы ветром. Анализ кривых вышеприведённых рисунков показывает, что изменение характера движения атмосферы обусловлено соотношением между динамическими величинами и инерционными силами, величиной и направлением вертикальных скоростей атмосферы. Разобраться в запутанной картине профилей скоростей на различных высотах помогло поведение параметра *M*. Но когда речь заходит о направлении скорости вертикальных движений, параметр *M* вряд ли внесёт какую-либо ясность. Роль вектора скорости проявляется в суммарном эффекте заполнения профилей горизонтальных скоростей (см. рис. 2.1-2.3), в выявлении характерных толщин слоёв ионосферы, в которых происходит существенное изменение горизонтальных составляющих скоростей. Для рассматриваемого диапазона значений *M*, типичных для нижней и верхней ионосферы ($0 < M < 10$): при отрицательных скоростях происходит сужение, а при положительных – расширение характерного слоя. Физическое толкование эффекта удивительно просто (математически – условие неразрывности среды): в первом случае происходит отсасывание газа из слоя, во втором – всасывание. Вследствие этого в первом случае слой будет заполняться ионизованной компонентой сверху, а во втором обедняться из-за притока нейтральной компоненты снизу. Этот очень важный вывод вносит ясность в картину колеблющейся концентрации ионов в нижней ионосфере. Этот вывод теории будет развит наиболее успешно в п. 2.4 для стационарного [92] и нестационарного [93] случаев. Сделав численные оценки на основе приближённого решения, полученного в данной задаче, будем иметь: данное решение справедливо для вертикальных скоростей (w) в интервале от 0 до 1 м/с; толщина характерного слоя меняется примерно от 0,5 до 30 км; искривление годографа скорости обусловлено учётом магнитной и молекулярной вязкостей.

В следующем параграфе рассматривается один из механизмов взаимодействия между нейтральным ветром и ионосферной плазмой и показывается определяющая роль динамики нейтральной атмосферы в перераспределении ионизованной компоненты, в отличие от других параграфов данной главы, в которых в первую очередь исследуется влияние ионосферной плазмы на горизонтальные крупномасштабные движения нейтральной атмосферы.

2.4. О возникновении ветрового сдвига и спорадического E_S – слоя в турбулентной части нижней ионосферы

В теории спорадического E_S – слоя в среднеширотной ионосфере, основанной на идее ветрового сдвига, выбор профиля скоростей в слое был либо произволен, либо же для упрощения расчётов задавался в виде синусоидальной формы [94, 95, 4]. Эксперименты и теоретические расчёты показывают, что нижние слои области *E* ионосферы являются турбулизованными. В отличие от [81-83, 85], где пульсации скоростей целиком приписывались волновым процессам, в ряде последних работ по изучению ветровой структуры, турбулентности и спорадических слоёв [96] специальными комплексными экспериментами в области *E* был показан резко выраженный синусоидального типа характер вертикального распределения горизонтальных составляющих скорости ветра и волнообразное высотное распределение турбулентности, подтверждая ранее обнаруженное в [12] существование нескольких перемежающихся горизонтальных турбулентных слоёв.

В настоящем параграфе показано, что в нижней части области *E*, где ионосфера сильно турбулулизована, одновременный учёт турбулентности и силы Кориолиса естественным образом порождает синусоидальные профили скоростей горизонтального ветра, в то время как в её верхней части, где турбулентность подавлена, возникновение спорадических слоёв с повышенной ионизацией не должно происходить.

Будем исходить из стационарного уравнения горизонтального ветра:

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2} + i\left(°«^{-1}\mu_z\right)\Phi = G, \qquad (2.4.1)$$

где $\Phi = u + iv$ – комплексная скорость; u – зональная скорость, положительная в направлении с запада на восток; v – меридиональная составляющая скорости, положительная в направлении с севера на юг; $G = -«^{-1}\left(\partial P/\partial x + i\partial P/\partial y\right)$ – комплексный градиент давления; « – коэффициент турбулентного трения; x, y, z – прямоугольные координаты, отсчитываемые соответственно вдоль осей, направленных на юг, восток, вертикально вверх.

Учитывая, что в области *E* ветер турбулизован и имеет слоистую структуру [12], можно для каждого турбулентного слоя (толщины *H*) граничные условия выразить в виде:

$$\Phi(0) = 0, \quad \Phi(H) = 0. \qquad (2.4.2)$$

В дальнейшем, для простоты, ограничимся рассмотрением влияния зонального градиента давления, хотя нахождение решения с учётом зонального и меридионального градиентов давления не представляет трудности.

Для удовлетворения уравнения неразрывности необходимо, чтобы количество газа, подтекающего к нижней границе слоя, равнялось количеству оттекающего газа от его верхней границы, т. е. когда выполняется условие:

$$G(H) = -G(0) = G_0 = \frac{1}{2°μ_z}\frac{\partial P}{\partial y},$$

где G_0 – средний зональный градиент давления в каждом слое.

Воспользуемся типичной для области *E* линейной аппроксимацией горизонтального градиента давления [4].

$$G(z) = H^{-1}\left[G(H) - G(0)\right]z - G(0). \qquad (2.4.3)$$

При этом легко показать, что уравнение (2.4.1) при условиях (2.4.2) имеет точное решение. Разделяя действительную и мнимую части, для зональной и меридиональной составляющих скорости ветра, аналогично [97] будем иметь:

$$u(z)/G_0 = ch®(1 - z/L)\sin(®z/L),$$
$$v(z)/G_0 = 0,5e^{®}\left(1 - z/L\right) - sh®(1 - z/L)\cos(®z/L), \qquad (2.4.4)$$

где $L = H/2$ – полутолщина турбулентного слоя ионосферы.

Для определения абсолютной величины скорости $c = (u^2 + v^2)^{1/2}$ и угла наклона θ получим

$$c = G_0\left\{\left[0,5e^{®}\left(1 - z/L\right)\right]^2 - e^{®}(1 - z/L)sh®(1 - z/L)\cos(®z/L)\right\}^{1/2}; \qquad (2.4.5)$$

$$tg¯ = \frac{u}{v} = \frac{ch®(1 - z/L)\sin(®z/L)}{0,5e^{®}\left(1 - z/L\right) - sh®(1 - z/L)\cos(®z/L)}. \qquad (2.4.6)$$

Из анализа (2.4.6) видно, что $¯ = 0$ при $z = 0,\ 2L,\ 4L, ...;$ при $z = L$ для $tg¯$ получаем неопределённость вида 0/0; раскрывая её по правилу Лопиталя, будем иметь $tg¯ = 0,21$, т. е. угол наклона $¯ = 12^0$. Скорость c достигает максимума в рассматриваемом слое *H* дважды: при z / L ≈ 0,4 и 1,6 и трижды проходит через нулевые значения: $z/L = 0,1$ и 2 (рис. 2.5). Толщина турбулентного слоя *H* легко выражается через коэффициент турбулентного обмена « и параметр $μ_z$ по формуле:

$$H = ®\left[«/\left(°μ_z\right)\right]^{1/2}. \qquad (2.4.7)$$

Из (2.4.7) видно, что если величина « увеличивается с высотой, то верхняя полутолщина возмущённого слоя атмосферы L должна вытягиваться. А скорости u и v – уменьшаться по величине.

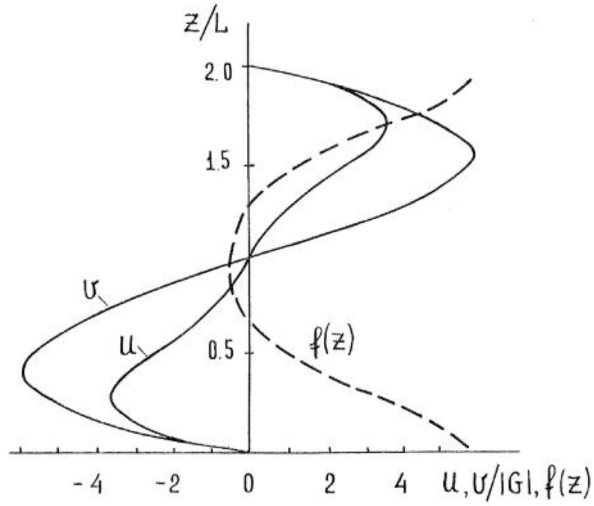


Рис. 2.5

На рис. 2.5 представлены высотные профили составляющих скоростей. Оба профиля, как видно из графиков, имеют синусоидальный характер и на границах слоя имеют наибольшие градиенты скоростей.

Прежде чем перейти к рассмотрению вопроса об образовании об образовании спорадического E_S – слоя, разберём несколько подробнее особенности данного турбулентного слоя. Наблюдения показывают, что турбулентные движения возникают в слоях толщиной от 50 м до 2 км [98, 4]. На фотографиях искусственных облаков натрия, выполнявших в экспериментах Дж. Бламона и Дж. Барата [12] роль трассеров, ясно видны резко очерченные границы турбулентного и ламинарного слоёв между уровнями 80 и 110 км. Попытки объяснить эти явления предпринимались рядом авторов [84, 12, 65, 62]. Характеризуя среду турбулентным числом Рейнольдса, Бламон и Барат косвенным методом определяют коэффициент турбулентного обмена. Прежде, чем делать какие-либо сопоставления, выведем расчётные формулы для основных параметров спорадического E_S – слоя. Согласно [4] в слое E должны выполняться следующие соотношения:

$$\text{µ}_H \cos \text{¡} >> \text{¬}_{en}, \quad \Omega_H \cos \text{¡} << \text{¬}_{in}, \quad \Omega_H \text{¬}_{en} << \text{µ}_H \text{¬}_{in}, \quad \Delta = \frac{\Omega_H \sin \text{¡}}{\text{¬}_{in}} \frac{G_0 L}{\text{®} D} >> 1.$$

Для концентрации электронов в спорадическом E_S -слое используется формула из [4]. Полагая, что N_0 – средняя концентрация в слое, используя (2.4.7) и (2.4.4), для концентрации плазмы и толщины спорадического слоя и для коэффициента турбулентного обмена соответственно будем иметь выражения:

$$N(z) \approx N_0 \left[2\text{®}\,\Delta_1\right]^{1/2} \exp\left[\Delta_1\left(\cos 2\text{®}\, z / H - 1\right)\right]; \qquad (2.4.8)$$

$$\Delta z = H\left[2\text{®}\,\Delta_1^{1/2}\right]^{-1}; \qquad (2.4.9)$$

$$v = H^2 \text{®}^{-2} \text{µ} \sin \text{¨}; \qquad (2.4.10)$$

где

$$N_0 = H^{-1}\int_0^H N(z)dz, \quad \Delta_1 \approx 4\Delta.$$

Формулы (2.4.7) - (2.4.10) могут быть использованы при практической работе исследователями ионосферы. Для более полного представления распределения концентрации среды внутри слоя ионосферы приведём полную формулу для её расчёта:

$$N(z) = R\exp\left[\Omega_H \sin \text{¡} \left(\text{¬}_{in} D\right)^{-1} \int -u dz,\right] =$$

$$= R\exp\left\{\Omega_H \sin ¡ \left(2®¬_{in}D\right)^{-1} LG_0\left[sh®\left(1-\frac{z}{L}\right)\sin\frac{®z}{L}+ch®\left(1-\frac{z}{L}\right)\cos\frac{®z}{L}\right]\right\}, \quad (2.4.11)$$

где $R-$ постоянная [4], $D-$ коэффициент амбиполярной диффузии.

Очевидно, что постоянные интегрирования можно приравнять нулю. Выше, в формуле (2.4.8) значение гиперболического косинуса усреднено в слое. Сравнивая (2.4.9) с полученной в работе [4] формулой, нетрудно видеть, что роль длины волны, введённой в [4], играет толщина турбулентного слоя (2.4.7). Приведём результаты расчётов толщины турбулентного и спорадического слоёв, используя данные измерений [12], для широты $¨ = 60^0$, коэффициента турбулентного обмена, равные 28 и 140 м^2/с соответственно в турбулентных слоях толщиной в 850 и 1600 м. Будем иметь следующие значения названных толщин: (а) Н = 740 м, $\Delta z = 170$ м при Δ = 10; $\Delta z = 80$ м при Δ = 50; (б) Н = 1570 м, $\Delta z = 390$ м при Δ = 10; $\Delta z = 170$ м при Δ = 50. Бламон Дж. и Барат Дж. [12] измеряли толщины турбулентных слоёв. К сожалению, в их работе отсутствуют данные о спорадическихм слоях, толщины которых могли быть рассчитаны нами по формуле (2.4.9) и сопоставлены с их измерениями. Согласие между теорией и измерениями [12] толщин турбулентных слоёв, как видно из приведённых выше данных довольно хорошее; порядок толщин спорадических слоёв также достаточно близок к измеренным значениям [4].

Что касается распределения плазмы внутри спорадического слоя, то, как следует из анализа формулы (2.4.11), плазма распределяетсятаким образом, что в середине слоя её концентрация минимальна, а с приближением к границам слоя сильно уплотняется, достигая максимального значения на его границах. Благодаря существенному повышению концентрации заряженных частиц по сравнению со сравнительно слабым слоем E, спорадический E_S- слой мгновенно обнаруживается наземными средствами наблюдений, создавая трудности при зондировании более высоких слоёв ионосферы. Из полученных выше формул также следует, что толщины E_S -слоёв с приближением к полюсу должны уменьшаться [4]. Таковы результаты стационарного решения задачи.

Используя принятые выше обозначения, уравнение движения и предельные условия запишем в виде

$$2µ_z\frac{\partial\Phi}{\partial t}-¬\frac{\partial^2¨}{\partial z^2}+m^2\Phi=-G \qquad (2.4.12)$$

$$\Phi(z,0)=\Phi_0(z),\quad \Phi(0,t)=0,\quad \Phi(H,t)=0. \qquad (2.4.13)$$

Решение (2.4.12), (2.4.13), как обычно, в виде суммы стационарного решения и нестационарного решения уравнения (2.4.12) без правой части:

$$\Phi(z,0)=\Phi(z)+¨(z,t),$$

где предельные условия для ¨ запишутся следующим образом:

$$¨(z,0)=\Phi(z)-\Phi_0(z)=¨_0(z),$$
$$¨(0,t)=\Phi(0)=0,\quad ¨(H,t)=\Phi(H)=0.$$

С помощью преобразований $¨ = (-m^2t)$, $· = Z(z)T(t)$ рассматриваемая задача сводится к задаче Штурма-Лиувилля. Опуская промежуточные выкладки, окончательно для нестационарного вертикального профиля скоростей в турбулентном слое ионосферы получаем выражение [99]:

$$u(z,t)=u(z)+\cos 2µ_z t\frac{2}{H}\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[-\left(\frac{®n}{H}\right)^2 vt\right]\sin\frac{®n}{H}z\int_0^H u(z)\sin\frac{®n}{H}zdz-$$

$$-\sin 2\mu_z t\,\frac{2}{H}\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[-\left(\frac{\text{®}n}{H}\right)^2 \nu t\right]\sin\frac{\text{®}n}{H}z\int_0^H v(z)\sin\frac{\text{®}n}{H}zdz;$$

$$v(z,t)=v(z)+\cos 2\mu_z t\,\frac{2}{H}\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[-\left(\frac{\text{®}n}{H}\right)^2 \nu t\right]\sin\frac{\text{®}n}{H}z\int_0^H v(z)\sin\frac{\text{®}n}{H}z\,dz+$$

$$+\sin 2\mu_z t\,\frac{2}{H}\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[-\left(\frac{\text{®}n}{H}\right)^2 \nu t\right]\sin\frac{\text{®}n}{H}z\int_0^H u(z)\sin\frac{\text{®}n}{H}zdz. \qquad (2.4.14)$$

Как показывают расчёты, характерные времена установления стационарного поля скоростей ветра при типичных значениях параметров области *E* - порядка нескольких часов и превосходят, как и следовало ожидать, характерные времена спорадических E_S - слоёв [4].

Таким образом, в силу слабой ионизации области *E* ионосферы, движение нейтральной компоненты предопределяет динамику области *E*; в силу турбулентного состояния ионосферы на рассматриваемых уровнях возникновение ветрового сдвига в области *E* является её естественным свойством; сдвиг горизонтального ветра удовлетворительно может объяснить формирование и глобальное распределение спорадических E_S - слоёв. Знание наблюдаемых толщин спорадических слоёв для среднеширотной ионосферы может оказаться достаточным и для определения толщин турбулентных слоёв, в которых они возникли, и для количественного расчёта такого важного параметра, как коэффициент турбулентного обмена. И наоборот, знание, например, толщины турбулентного слоя позволит определить с достаточной точностью значение коэффициента турбулентного обмена и толщину спорадического E_S - слоя.

В последующих параграфах детально исследуется роль ионосферной плазмы в динамике крупномасштабных ветров нейтральной атмосферы и строится глобальная картина системы горизонтальных крупномасштабных ветров в ионосфере для различных сезонов и времён суток и сопоставляются результаты с достижениями последних лет.

2.5. Особенности зональной циркуляции верхней атмосферы. О геострофичности ветра в ионосфере

Здесь и далее, как отмечалось в п. 2.2, расчёты u и v проводились с использованием моделей нейтральной атмосферы и ионосферы для значения экзосферной температуры $T_Э = 600\ {}^0K$ на ЭВМ–220 М.

Детально изучается циркуляция атмосферы для случаев:

$$N_i=0,\ \frac{\partial P}{\partial \overline{\ }}\neq 0, \frac{\partial P}{\partial \cdot}=0;\quad N_i=0,\ \frac{\partial P}{\partial \overline{\ }}\neq 0,\ \frac{\partial P}{\partial \cdot}\neq 0;\qquad N_i\neq 0,\ \frac{\partial P}{\partial \overline{\ }}\neq 0,\ \frac{\partial P}{\partial \cdot}=0;$$

$$N_i\neq 0,\ \frac{\partial P}{\partial \overline{\ }}\neq 0,\ \frac{\partial P}{\partial \cdot}\neq 0;$$

В настоящем параграфе будут рассмотрены первые три случая.

(а). Начнём с первого случая:

$$N_i=0,\ \frac{\partial P}{\partial \overline{\ }}\neq 0, \frac{\partial P}{\partial \cdot}=0;$$

в этом случае рассчитывается зональная составляющая скорости ветра и меридиональная составляющая равная нулю, приведены ниже:

$$u=\left(2^{\circ}\ r\,\mu\ \cos\overline{\ }\right)^{-1}\frac{\partial P}{\partial \overline{\ }},\quad v=0.$$

Исключая экватор и полюс, как недостаточно корректные области, для расчётов будет рассматриваться система ветров в области широт от 15 до 75^0. Аналогичную задачу для нижней атмосферы (тропосферы) впервые решал Н. Е. Кочин, доказавший, что там имеет место чисто зональная циркуляция. Однако, ввиду недостатка данных измерений и самой специфики нижней атмосферы, им был получен довольно широкий разброс в направлениях скоростей, обстоятельство, приведшее И. А. Кибеля, М. Е. Швеца и др. [65] к рассмотрению незональной циркуляции атмосферы в глобальном масштабе. В настоящей же работе используются модели атмосферы, полученные с помощью непрерывных спутниковых измерений, а также ракетных данных. Как ни парадоксально, настоящие расчёты крупномасштабной системы ветров в верхней атмосфере корректнее отражают реальную картину в глобальном масштабе.

Расчёты зональных скоростей проводились для различных сезонов обоих полушарий в разное время суток для нижней и верхней ионосферы. При равноденствии в полдень, во всей толще ионосферы, ветры являются восточными (в терминологии метеорологии верхней атмосферы), убывающие вдоль меридиана от экватора к полюсу, различным образом в $E, F1$ и $F2$ слоях ионосферы в количественном отношении: диапазон изменения скоростей между указанными выше широтами на высоте слоя E составляет около 30 м/с, затем медленно возрастает, достигая максимума над слоем $F1$ (в области долины), равного примерно 65 м/с на высоте h = 210 км с более медленным убыванием, чем в слое E; на уровне слоя $F2$ и выше, рассматриваемый диапазон скоростей занимает промежуточное положение между приведёнными выше значениями: на высоте около h = 400 км он равен примерно 50 м/с. Независимо от широты скорости достигают максимума в высотном профиле на одной и той же высоте h = 210 км. Если нормировать скорости и их диапазоны, рассмотренные выше по отношению к их максимальным значениям, то высотные их профили окажутся идентичными. В случае полуночи в равноденственной ионосфере ветры на всех широтах и высотах являются западными возрастающими от экватора к полюсу. Величины скоростей превосходят дневные значения, а диапазоны между экватором и полюсом оказываются дважды бóльшими дневных значений: в частности, на уровне слоя E диапазон скоростей равен примерно 60 м/с; над уровнем первого максимума области $F1$ (та же высота h = 210 км) равен максимальному значению ~ 140 м/с (на этой высоте на всех широтах, как и в дневной равноденственной ионосфере зональные скорости достигают своих максимальных значений); на верхней границе рассматриваемого слоя ионосферы над максимумом $F2$ широтный перепад скоростей составляет около 120 м/с. Здесь также нормированные профили скоростей и их широтных перепадов идентичны между собой.

Расчёты, проведённые для лета, показали, что широтный ход зональных скоростей отличен от равноденственного, а именно: в полдень в летнем северном полушарии и в зимнем южном полушарии вблизи экваториальной аномалии около ¨ $= 25^0$ (от полюса к экватору) убывающие по величине восточные ветры, здесь обращаясь в нуль, меняют направление движения на противоположное и растут в направлении к экватору. Описанная картина повторяется в южном полуночном зимнем полушарии. В силу описанных особенностей летняя полуденная (зимняя полуночная) ионосфера характеризуется чрезвычайно большими широтными градиентами скорости, приводящими к перепаду скоростей, в несколько раз превышающим равноденственные значения. Полуденная зимняя ионосфера (полуночная летняя) подобна дневной равноденственной ионосфере с полным сохранением восточной (западной) зональности циркуляции ветров.

Таким образом, симметричная картина ветров в равноденственной ионосфере характерна для обоих полушарий в любое время суток; она нарушается в дневной летней и ночной зимней ионосфере. Ночные значения скоростей превосходят дневные в последнем случае значительно на уровне главного максимума $F2$ концентрации плазмы области F. Заметим, между прочим, что отмеченная выше область максимума скоростей, одинаковая для всех сезонов, и возрастание скоростей с приближением к уровню $F2$-слоя, а в первом случае вблизи слоя $F1$, в ночной ионосфере, характеризуются спадом концентрации плазмы в ночном $F2$-слое и полным исчезновением слоя $F1$ ночью. Об эффектах торможения движения и поворотах вектора скорости,

Вызываемых действием электродинамических сил, возникающих в движущейся в геомагнитном поле проводящей атмосферы говорилось подробно в главе I и предыдущих двух параграфах. В рассматриваемом случае задача сложнее и требует детального исследования, намеченного в конце п. 2.2. Выявить завуалированные в моделях атмосферы и ионосферы особенности крупномасштабных ветровых движений и циркуляции проводящей атмосферы и взаимодействия различных слоёв ионосферы – наша основная задача (см. п. 2.7).

Расчёты, проведённые для различных долгот (или, что то же, локальных времён), дали возможность построения и анализа глобальной системы крупномасштабных горизонтальных ветров в нижней и верхней ионосфере (слои E и $F2$). Выявлены весьма важные моменты даже в этой простой кочиновской модели зональной циркуляции нейтральной атмосферы: отмечено, что между 19.00 и 20.00 ч вечера и около 9.00 ч утра происходит соответственно растекание и стекание ветров.

(б). Случай, когда

$$N_i = 0, \ \frac{\partial P}{\partial \overline{\ }} \neq 0, \ \frac{\partial P}{\partial \cdot} \neq 0;$$

даёт для зональной и меридиональной составляющих следующие расчётные формулы:

$$u = \left(2^{\circ}\, r\, \mu\, \cos \overline{\ } \right)^{-1} \frac{\partial P}{\partial \overline{\ }}, \quad v = \left({}^{\circ}\, r\, \mu \sin \, 2\overline{\ } \right)^{-1} \frac{\partial P}{\partial \cdot}.$$

Расчёты, проведённые по вышеприведённым формулам, показали, что поведение меридиональных составляющих во многом сходно с поведением зональных скоростей; вертикальные профили их идентичны и имеют максимумы на той же высоте, что и зональные ветры вблизи слоя F1 в предыдущей задаче (типичная форма профилей возникает при решении дифференциальных уравнений вида

$$\frac{d^2 f}{dz^2} + a_1 \frac{df}{dz} + a_2 f = 0$$

для полупространства при нулевых граничных условиях. Такая задача может быть решена при корректном обосновании граничных условий. В ночной ионосфере меридиональная (зональная) скорость растёт (убывает) от полюса к экватору, а в дневной ионосфере – обратна картина. В силу отмеченных выше свойств составляющих скоростей годографы скоростей представляются в виде отрезков прямых.

Глобальная система крупномасштабных ветров представлена на рис. 2.6. Из её анализа наглядно следует, что в утреннее время ветры переходят через полюс (в обоих полушариях) вдоль меридиана в вечернюю ионосферу, путь к которому был намечен в модели чисто зональной циркуляции. Этот важный для последующего исследования результат позволит нам впоследствии довольно чётко определить роль ионосферной плазмы в крупномасштабных движениях проводящей атмосферы (см. рис. 2.7, 2.8, 2.28 – 2.30), состоящей в повороте всей системы ветров влево с соответствующей корректировкой величины и направления скоростей. Другой важный вывод, вытекающий из пунктов (а) и (б), состоит в том, что ветры в ионосфере являются существенно незональными. Геострофичность ветра сохраняется во всём изучаемом диапазоне высот.

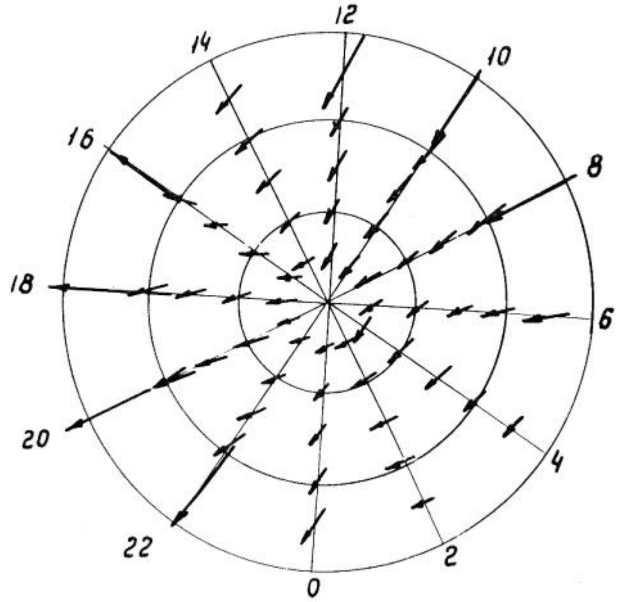


Рис. 2.6

(в) Третий случай, когда $N_i \neq 0$ и детально исследуется роль ионосферной плазмы в движениях нейтральной атмосферы в глобальном распределении скоростей системы ветров, высотным ходом составляющих горизонтального ветра, условия сохранения и нарушения геострофичности ветра на различных высотах в разное время суток и в зависимости от сезона и др.

Рассматривается случай

$$N_i \neq 0,\ \frac{\partial P}{\partial —} \neq 0,\ \frac{\partial P}{\partial \cdot} = 0,$$

для которого поле скоростей определяется по формулам:

$$U = \Omega\left[\,°\, r\left(\Omega^2 + ª_{\perp 0}ª_{\perp}\right)\right]^{-1}\frac{\partial P}{\partial —},\quad V = -ª_{\perp}\left[\,°\, r\left(\Omega^2 + ª_{\perp 0}ª_{\perp}\right)\right]^{-1}\frac{\partial P}{\partial —}.$$

Расчёты, проведённые для U и V для высоты $h = 270$ км, позволяющие построить глобальную систему крупномасштабных горизонтальных ветров для различных сезонов, показывают, что детом и в равноденствие ветер проходит через полюс с дневной стороны примерно около 11.00 – 12.00 ч и переходит на ночную сторону, отклоняясь от меридиана к долготе 21.00 – 22.00 ч. Хотя течения через полярную шапку как такового пока ещё нет, однако, уже в этой модели намечены правильные пути для его возникновения примерно в указанное время суток. Расчёты, проведённые для зимы $(¢ = -20^0)$, показывают, что скорости на ночной стороне почти на порядок превосходят значения скоростей на дневной стороне. По-видимому, это расхождение вызвано различной степенью ионизации ионосферы ночью и днём (увеличение которой днём должно приводить к дополнительному торможению и изменению направления потока нейтрального газа. А уменьшение её ночью – к обратному эффекту). Ввиду малости зональной составляющей скорости, превалирует меридиональный ветер, подверженный сильным колебаниям по широте. Так же, как и в известных моделях Коула Г. и Кинга Дж [68], Веста Р. [263], Блюма П. В. и Харриса И. [145], в период равноденствия на экваторе господствуют в основном зональные ветры, а летом и зимой во все времена суток зональный и меридиональный ветры примерно одного порядка, за исключением

2.00, 4.00 и 14.00 ч, когда зональными ветрами практически можно пренебречь. Зимой картина обратная. И скорость V направлена к северному полюсу. Интересно, что, например, при $¢ = -20^0$ в любое время суток экватор пересекается меридиональными потоками ветра (рис. 2.7 – 2.8).

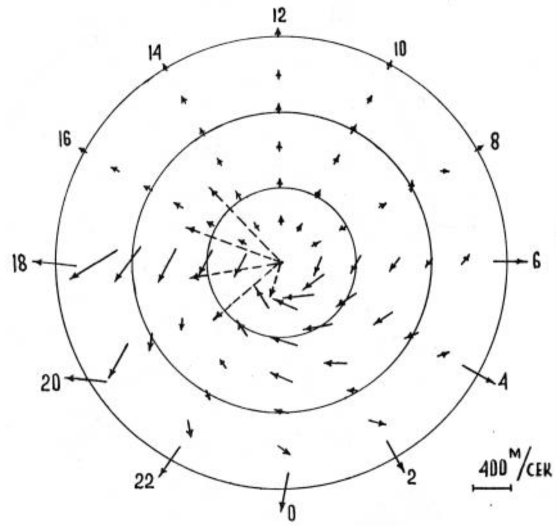


Рис. 2.7

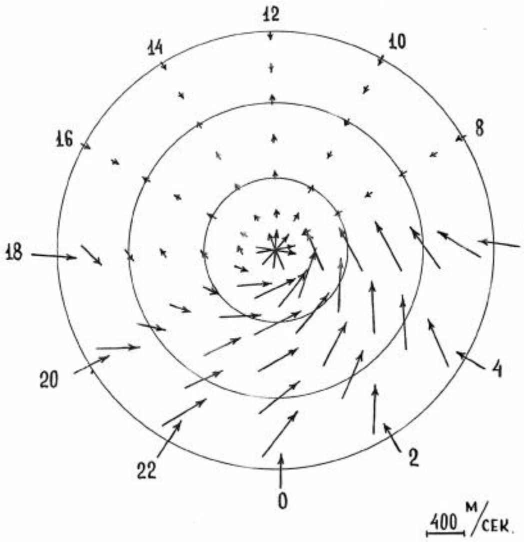


Рис. 2.8

Рассмотрим высотный ход составляющих скоростей ветра U и V. В качестве примера приведём графики изменения V с высотой на различных широтах (рис. 2.31). Летом до уровней $250 < h < 280$ км кривые высотных профилей скоростей $U(h)$ и $V(h)$ смещены друг относительно друга и располагаются в порядке возрастания амплитуд скоростей на всех высотах от полюса к экватору. Зимой этот порядок нарушается, и кривые смещаются друг относительно друга без определённой закономерности, в особенности на высоких широтах. Независимо от времени года в ночной ионосфере максимумы зональных скоростей U_m лежат между 200 и 220 км, возрастая от экватора к полюсу, а максимумы меридиональных скоростей поднимаются от уровня h = 260 км до 380 км. На дневной стороне уровни максимумов скоростей опускаются на высоты 100 и 260 км соответственно; например, летом максимумы составляющих скоростей находятся U_m на высотах h ~ 130-140 км, V_m – примерно на h ~ 130, а вблизи экватора эти уровни опускаются до h ~ 90 км.

Отметим, что согласно ранним моделям Деба С., Йерга Д. и др. [21, 96, 129] скорости должны были бы монотонно возрастать с высотой. Здесь скорости имеют максимумы, причём, имеет место соотношение $UV^{-1} > 1$. Зимой и летом полуночные максимальные значения скоростей на порядок превосходят дневные значения, а в период равноденствия разница несущественна. Что находится в согласии с данными измерений [1, 7, 96, 145].

Перейдём к рассмотрению зависимости меридиональных скоростей от широты для высот: 200, 300 и 400 км. Для удобства сравнения некоторые из кривых построены с увеличенным масштабом (например, $V/5$ на рис. 2.9 и 2.10). На рис. 2.9 дана зависимость $V(\varphi)$ для полуночи равноденствия. На всех рассматриваемых высотах в полдень и в полночь для h ≥ 400 км поведение кривых одинаково: с приближением к полюсу они монотонно возрастают от нулевого значения на экваторе. Однако на меньших высотах (h = 200, 300 км) в полночь кривые $V(\varphi)$ вблизи широт φ = ± (15-30^0) проходят через чётко выраженный максимум (рис. 2.9). Затем с увеличением высоты этот максимум, сглаживаясь, перемещается к полюсу и на высоте h = 400 км совершенно исчезает.

Детали таковы: ход кривых $V(\varphi)$ зимой в 0.00 и 12.00 ч сходен с ходом кривых для равноденствия; пики и максимумы скоростей в этом случае, а также летом находятся вблизи широт φ = + (15-30^0), + 70^0. На южной широте летом в 0.00 ч на высотах h < 200 км скорость $V(\varphi)$

имеет два максимума, располагающихся над указанными широтами; с удалением к бóльшим высотам эти максимумы сближаются и на высоте h = 400 км сливаются на широте φ ≥ 65^0. Все кривые $V(\varphi)$ в южном полушарии при $\delta = +23{,}4^0$ и t = 0.00 ч проходят через нуль на широтах

φ = - (16-18^0), - 75^0. Такая ситуация характерна и для северного полушария на высотах h < 300 км.

А в случае ¢ $= -23,4^0$ и t = 12.00 ч скорости конечны и на широте φ = + 30^0 обращаются в нуль на всех высотах (рис. 2.9-2.14).

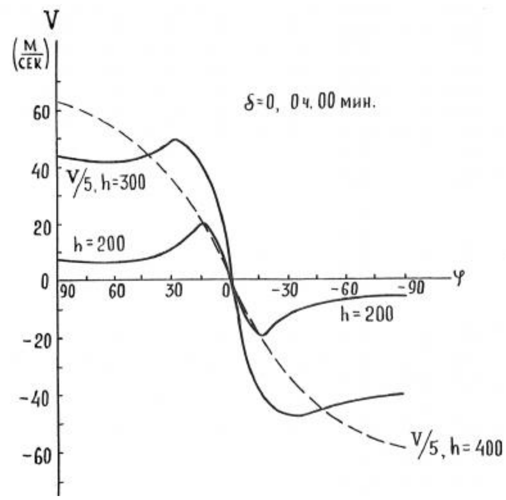


Рис. 2.9

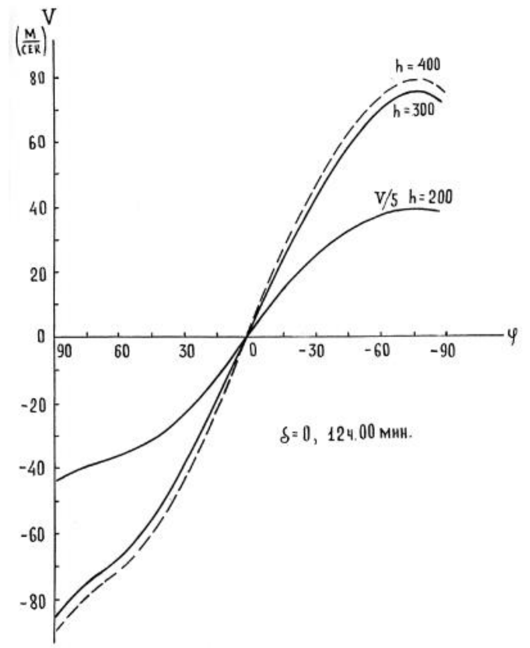


Рис. 2.10

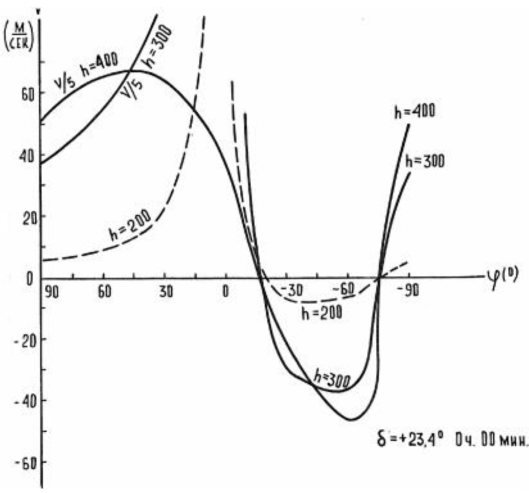


Рис. 2.11

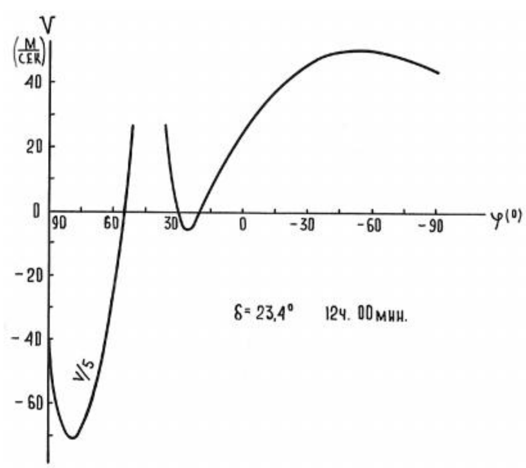


Рис. 2.12

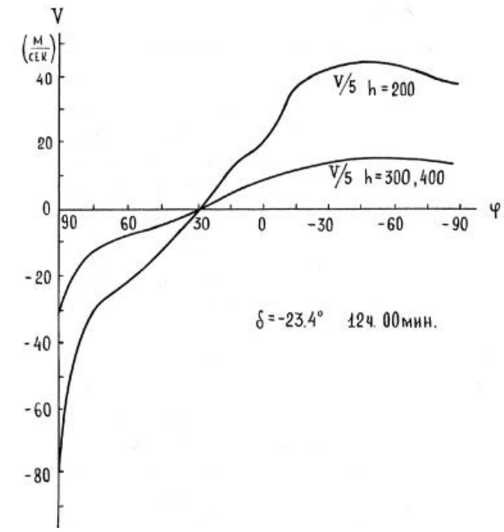


Рис. 2.13

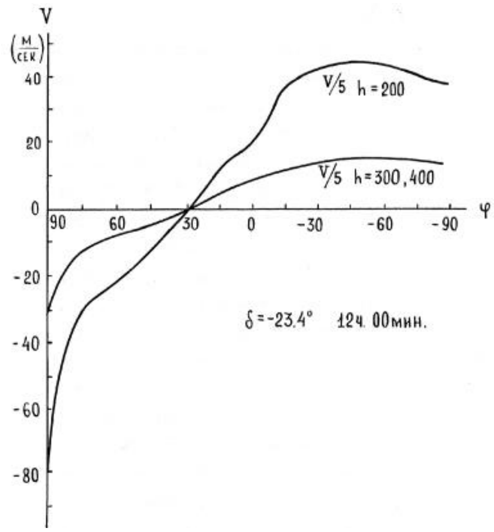


Рис. 2.14

Общее замечание, которое можно сделать из совместного рассмотрения результатов этих расчётов, таково, что при равноденствии все кривые проходят через экватор (т. е. $V = 0$), в то время как в другие сезоны скорости обращаются в нуль на других широтах, смещённых от экватора примерно на φ = ± 30^0.

Построение годографов скоростей позволяет представить более наглядно сезонный и широтный ходы U и V. В обоих полушариях, как и ранее, наиболее близкими оказываются скорости в период равноденствия [7, 96]. Довольно симметричная картина между кривыми наблюдается в одинаковые сезоны для северного и южного полушарий (рис. 2.15). Интересен тот факт, что при ¢ $= \pm 23,4^0$ и t = 0.00 ч на зимнем полушарии скорости U и V меняют знак на широтах φ = ± 15^0, обращаясь в нуль, как мы видели выше, между широтами φ = 15 и 30^0; в летнем же полушарии скорость сохраняет знак на всех широтах. В качестве примера приведём годографы скоростей для ¢ $= +23,4^0$ и t = 0.00 ч, построенные для обоих полушарий. Видна чёткая последовательность кривых в летнем полушарии, нарушаемая, как известно из вышеизложенного, в зимнем полушарии. Такое же нарушение в последовательности годографов для различных широт отмечается также в дневной равноденственной ионосфере из-за появления максимумов скоростей на промежуточных широтах. Общее замечание о широтном ходе скоростей: в летнем полушарии скорости убывают с приближением к полюсу, в зимне – наоборот, возрастают от экватора к полюсу (рис. 2.15 – 2.18).

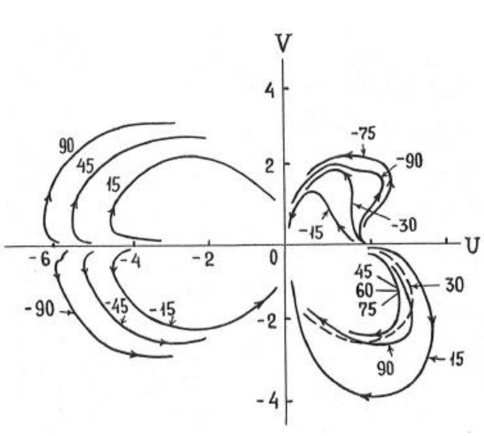


Рис. 2.15

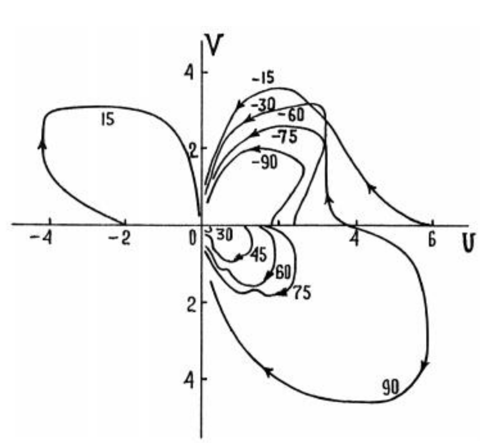


Рис. 2.16

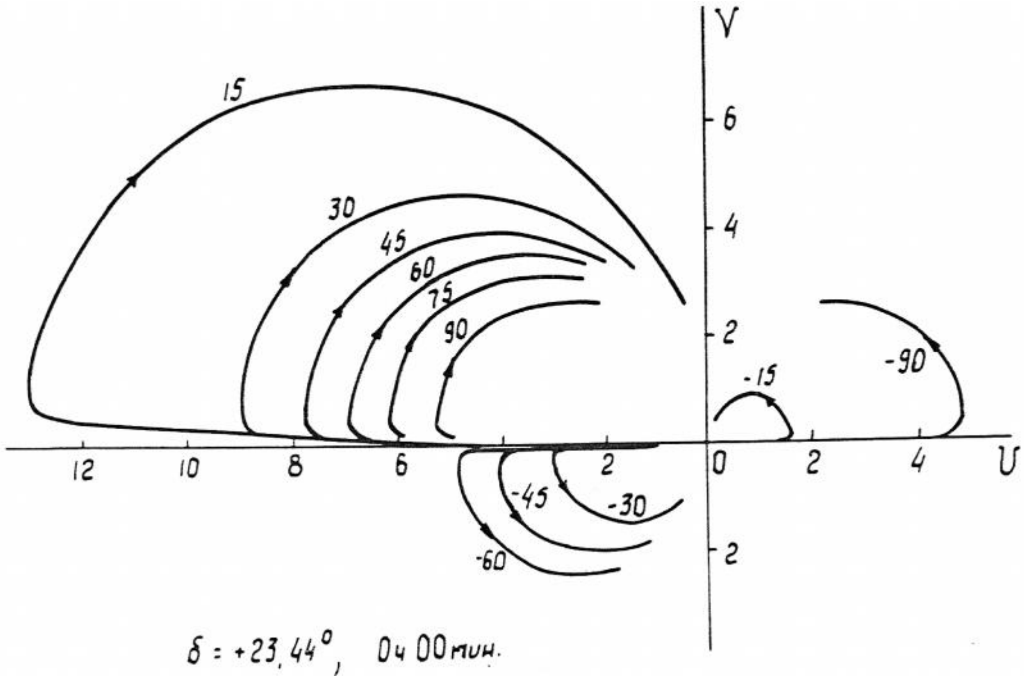


Рис. 2.17

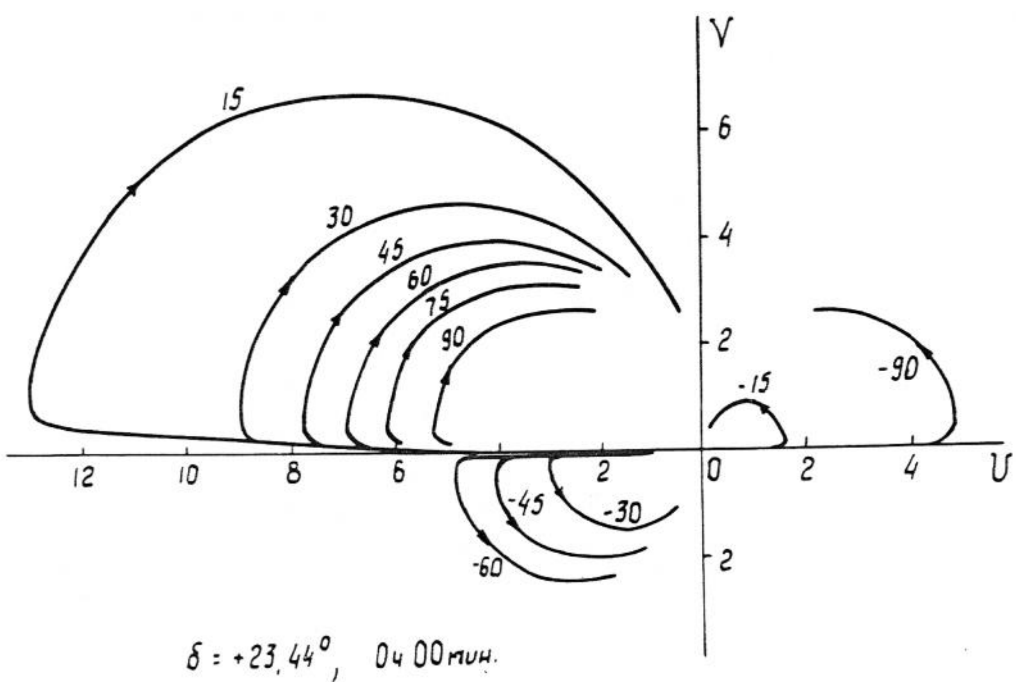


Рис. 2.18

Дальнейший анализ полученных результатов проводится построением плоской глобальной системы ветров, показывающих высотно-широтный характер распределения скоростей и широтно-временное (долготное) их распределение на фиксированных высотах h = 110 и 270 км. Анализ показывает, что независимо от времени года (¢ $= \pm 23,4^0$ и ¢ $= 0^0$) полуночная картина ветров, за исключением приэкваториальной области,везде одинакова. Хорошо видна зональная циркуляция выше h = 200 км. Нарушение геострофичности выше h = 200 км ясно видно по появлению меридиональной составляющей скорости – своего рода индикатора степени геострофичности ветра [21].

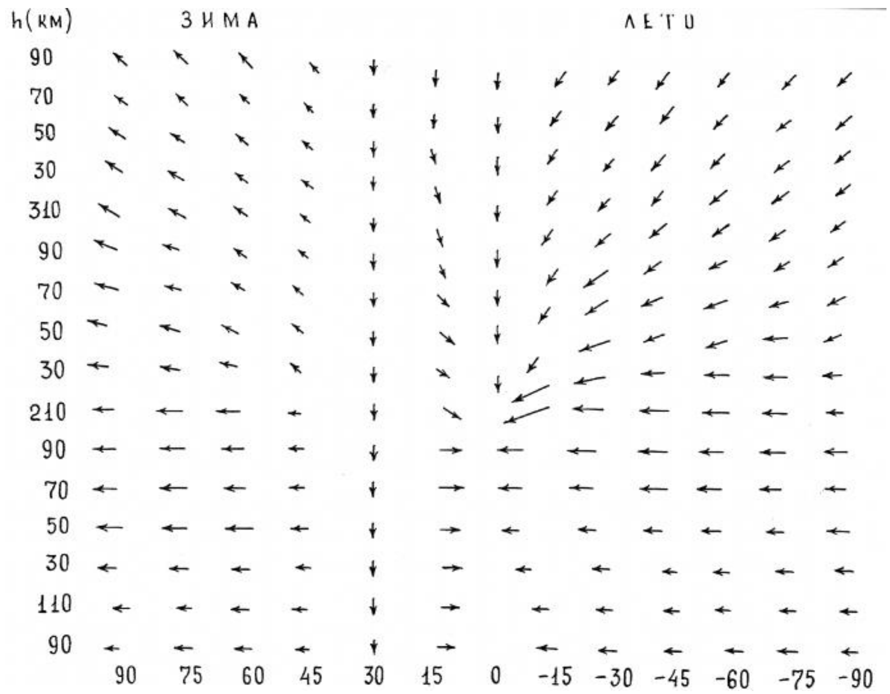


Рис. 2.19

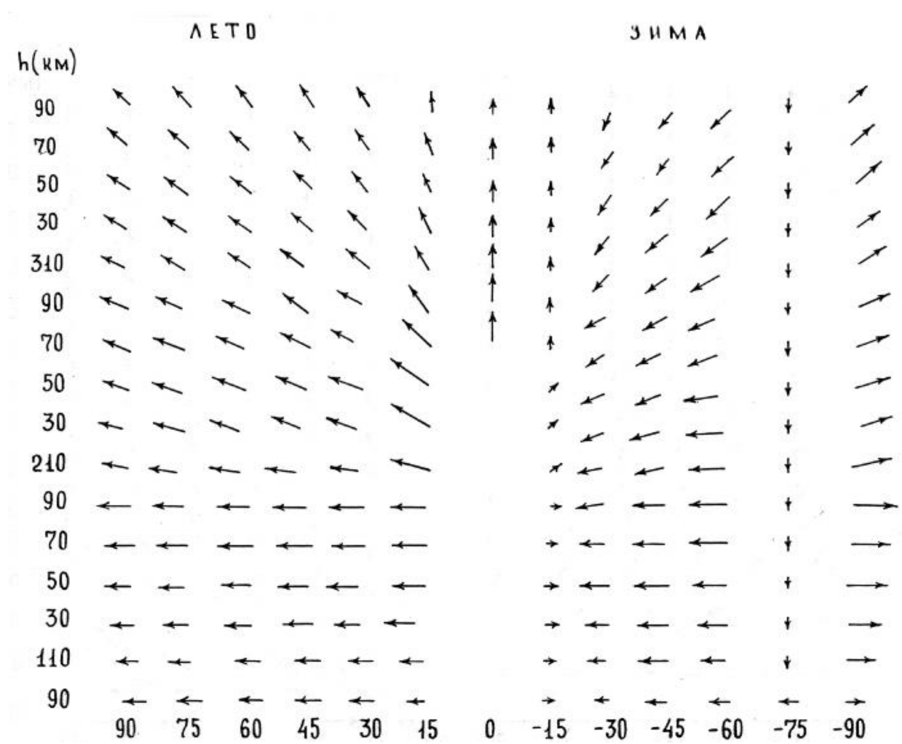


Рис. 2.20

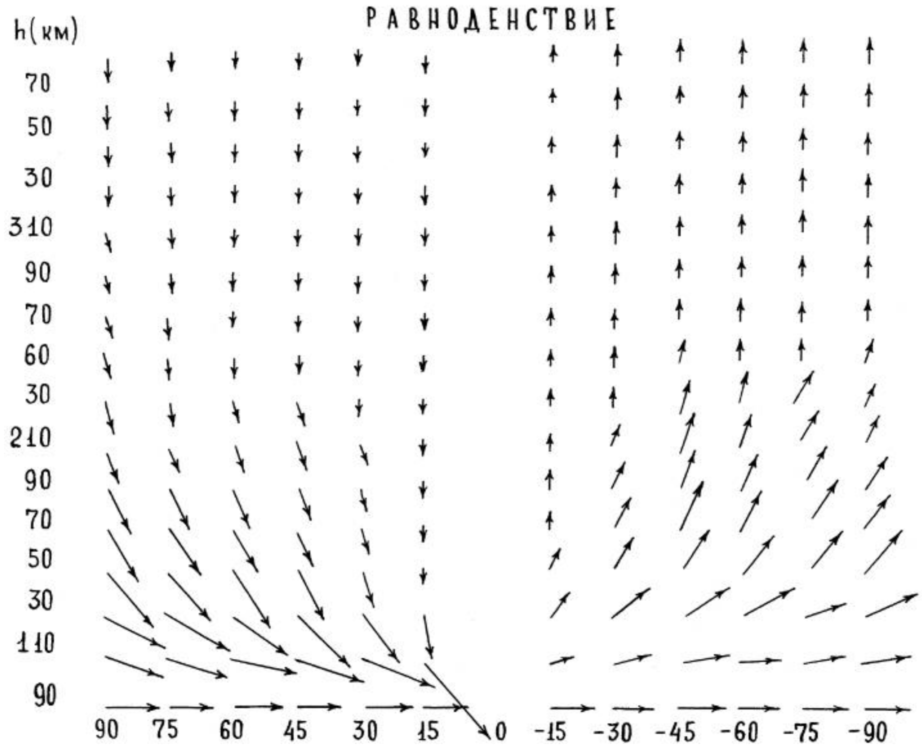


Рис. 2.21

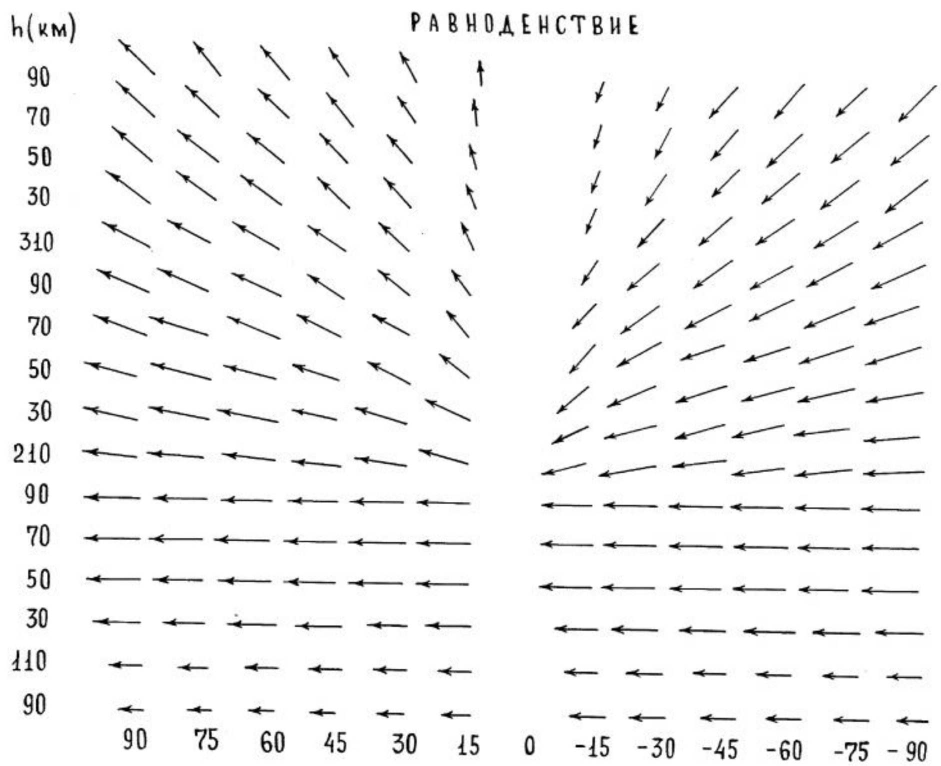


Рис. 2.22

Из высотно-широтных распределений скоростей ветра хорошо видно, что в южном зимнем полушарии ($¢ = +23,4^0$ и t = 0.00 ч) в полночь происходит поворот ветра на широтах φ = –20 и –70^0, на которых скорость обращается в нуль; максимальные значения скорости достигаются на широте около φ = –60^0. Что касается периода равноденствия, то при ¢ $= 0^0$ и t = 0.00 ч скорости ветра, убывая от полюса к экватору, в обоих полушариях обращаются в нуль на экваторе (сравни с горизонтальными циркуляцилнными схемами [1, 96]). В северном зимнем полушарии происходит поворот ветра и обращение скорости в нуль только близ широты φ = +25^0. В этот же период (¢ $= -23,4^0$ и t = 0.00 ч) в южном полушарии, а также летом (¢ $= +23,4^0$ и t = 0.00 ч) в северном полушарии скорости растут от полюса к экватору; только вместо северо-восточных имеем юго-восточные ветры (рис. 2.19-2.28). Как видим, поворот ветра, порождающий атмосферные циркуляции, характерен для зимних полушарий и не наблюдается на летних. Описанная циркуляция отражает некоторые детали известных моделй Йерга Д., Казимировского Э. С., Коханского А. [96, 208]. Из анализа высотно-широтного распределения скоростей при ¢ $= 0^0$ и t = 12.00 ч следует, что геострофичность ветра выше h = 130 км нарушается.

Перейдём к анализу плоских глобальных картин ветров на высотах *h* = 110 и 270 км. Из них видно, что вектор скорости совершает вращательное или колебательное движение с различной частотой на различных высотах и широтах. В нижней ионосфере эти колебания на всех широтах одинаковы и имеют период, равный 24 ч. В северном полушарии, однако, в приэкваториальной области период колебаний возрастает примерно в 1,5 – 2 раза. В южном же полушарии в верхней ионосфере с приближением к полюсу, начиная от широты около – 60^0, период колебаний становится равным примерно 12 ч. Такое изменение периода колебаний ветра обнаруживается экспериментально [96], а также получается теоретическим путём [114]. Это совпадение не является случайным, ибо изменение периода колебаний скорости обусловлено широтным эффектом, и равенство нулю долготного градиента давления не представляется мешающим фактором (скорее наоборот).

Для анализа широтных эффектов необходимо привлечь рис. 2.23-2.27, рассматриваемые в п. 2.6.

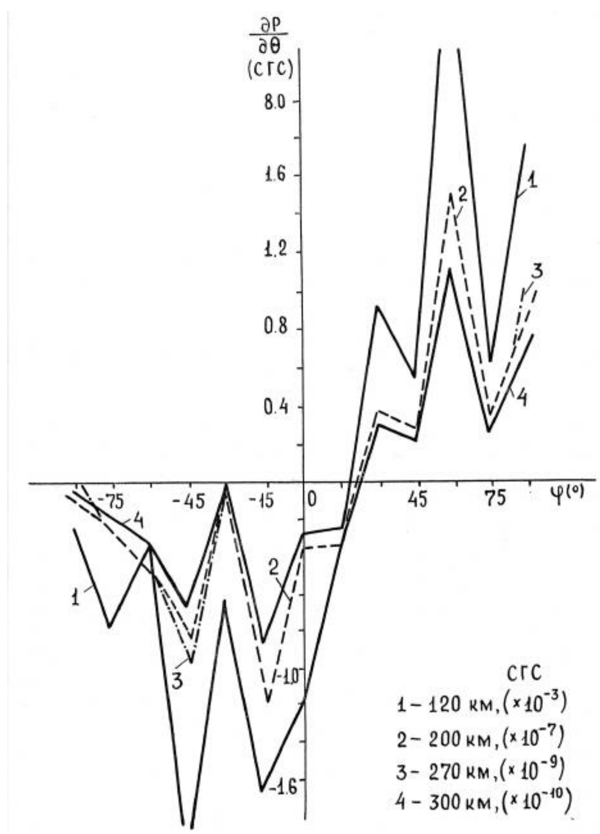


Рис.2.23

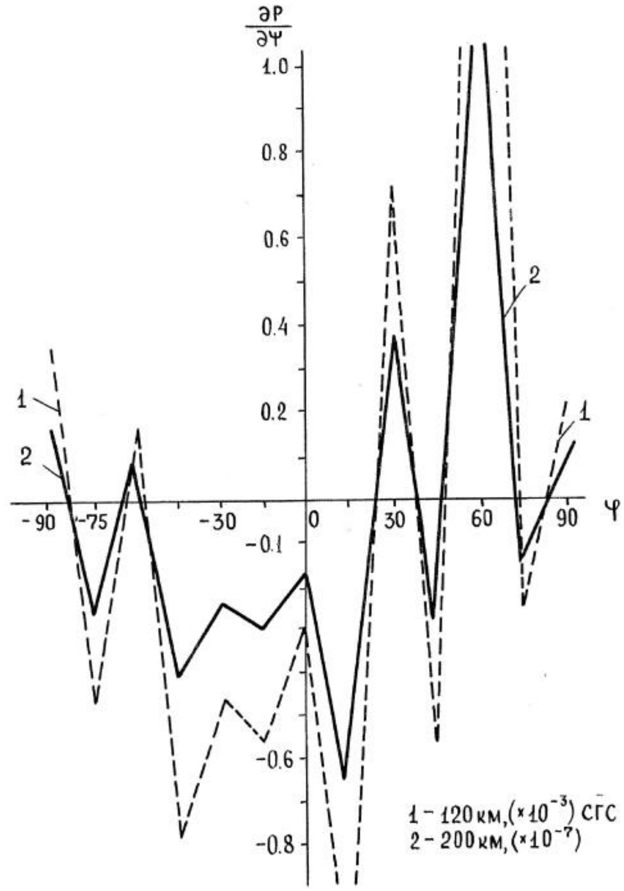


Рис. 2.24

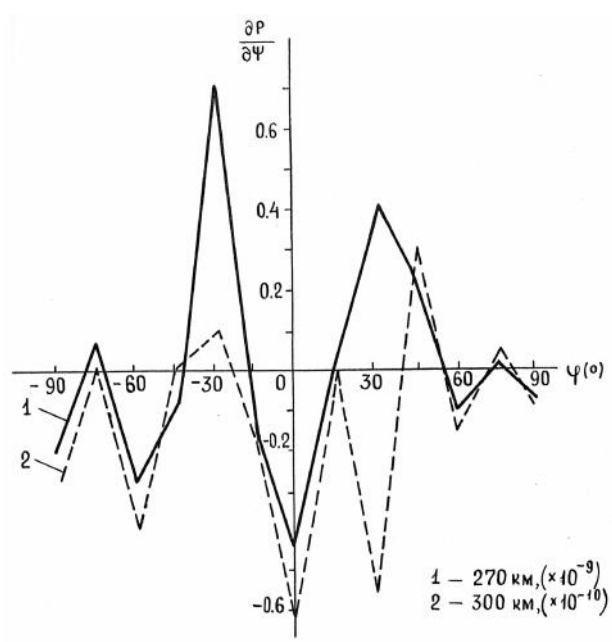
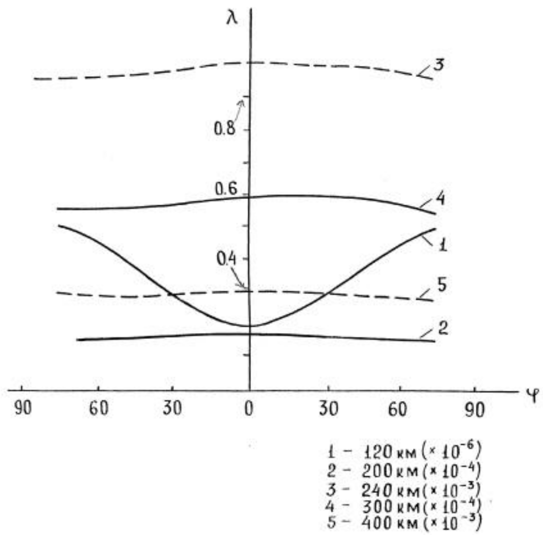


Рис. 2.25



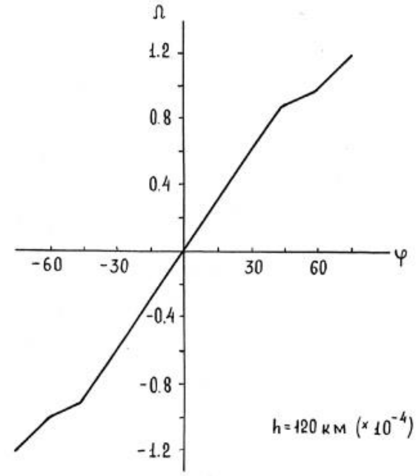
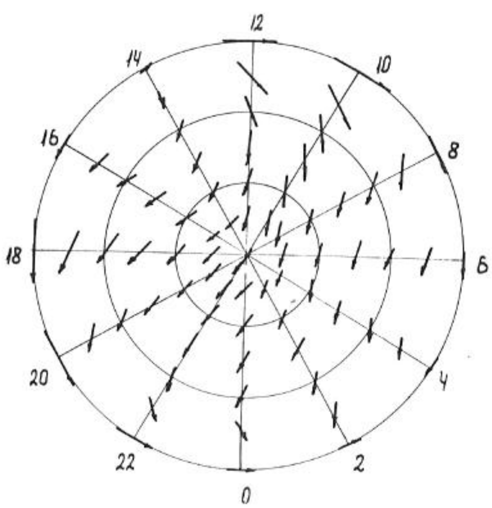


Рис. 2.26 Рис. 2.27



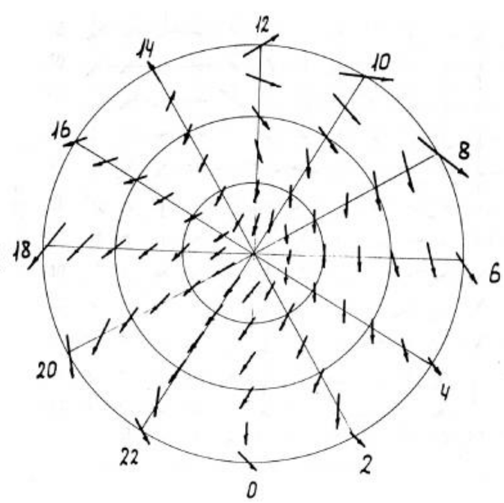


Рис. 2.28 Рис. 2.29

Из анализа упомянутых рисунков и рис. 2.9-2.14 однозначно объясняются широтные максимумы горизонтальных составляющих ветров величиной и характером изменения градиентов давления по меридиану: широты максимумов скорости соответствуют широтам максимальных пиков градиентов давления (см. рис. 2.23-2.25)

Области стекания и растекания ветров, обнаруженные в настоящей модели на различных высотах и широтах, довольно чётко разграничены соответственно областями максимума концентрации плазмы области *E* и главного максимума области *F* и значениями широт 0^0, 30^0, $–30^0$, $–75^0$. В случае, когда основная роль принадлежит нейтральной компоненте (нижняя ионосфера), в особенности в ночной ионосфере, меридиональные компоненты в равноденственной ионосфере существенно уступают зональным компонентам по величине, а в нижних слоях и вовсе исчезают. Иная картина в верхней ионосфере: примерно на уровне главного максимума концентрации области *F* превалируют меридиональные ветры. В полдень, во всей толще ионосферы, вплоть до уровня главного максимума концентрации плазмы области *E* доминируют меридиональные составляющие скорости ветра (рис. 2.21 - 2.22). Внимательного изучения требуют летняя и зимняя системы ветров (рис. 2.19 - 2.20). Здесь в области экватора над первым максимумом концентрации области *F* выше 200 км происходит перетекание ветров через экватор, а ниже 200 км ветры чисто зональные. Таким образом, стекание ветров к экватору в эти сезоны не происходит. Однако зимой как в южном, так и в северном полушариях стекание ветров происходит на других широтах: в южном полушарии вблизи $–75^0$ в верхней ионосфере, в северном полушарии – вблизи 30^0 также в верхней ионосфере выше слоя

$F1$. Здесь мы привели результаты, которые не могут быть получены из других глобальных картин как приведённых здесь, также из известных работ других авторов. Глобальные системы крупномасштабных горизонтальных ветров (рис. 2.6-2.8, 2.28-2.30) могут дать лишь наглядное представление о циркуляционных движениях проводящей атмосферы на уровне главного максимума (так они построены) и стеканиях и растеканиях атмосферы на различных долготах. О важных физических выводах, какие можно сделать с помощью указанных выше обеих схем системы ветров, будет сказано в заключительном параграфе настоящей главы (п. 2.7). Нам осталось рассмотреть случай, когда долготный градиент давления также отличен от нуля ($\partial P/\partial \cdot \neq 0$). Решением этой задачи мы завершим цикл исследований движений проводящей атмосферы с помощью упрощённой системы уравнений движения для горизонтальных крупномасштабных ветров.

Выше мы уже видели, что учёт ионосферной плазмы в виде примеси в нейтральной атмосфере сам по себе уже приводит к нарушению зональности ветра в верхней атмосфере без наложения условия отличия от нуля долготного градиента давления ($\partial P/\partial \cdot \neq 0$).

2.6. Особенности незональной циркуляции верхней атмосферы

Рассмотрим более общий случай движения проводящей атмосферы, когда концентрация плазмы и оба градиента давления отличны от нуля:

$$N_i \neq 0,\ \frac{\partial P}{\partial ¯} \neq 0,\ \frac{\partial P}{\partial \cdot} \neq 0;$$

Для составляющих скоростей ветра будут использованы формулы [28, 47]

$$U = \left[° r \left(\Omega^2 + ª_{\perp 0} ª_{\perp} \right) \right]^{-1} \left[\Omega \partial P/\partial ¯ - \left(ª_{\perp} / \sin ¯ \right) \partial P/\partial \cdot \right], \qquad (2.6.1)$$

$$V = -\left[° r \left(\Omega^2 + ª_{\perp 0} ª_{\perp} \right) \right]^{-1} \left[ª_{\perp} \partial P/\partial ¯ + \left(\Omega / \sin ¯ \right) \partial P/\partial \cdot \right], \qquad (2.6.2)$$

где U, V – зональная и меридиональная составляющие скорости, $°$ – плотность воздуха, r – расстояние от центра Земли до рассматриваемой точки, $¯$, $\cdot$ – соответственно дополнение широты и долгота, $ª_{\perp 0} = \pm_1 H_0^2 / \left(° c^2 \right)$, $ª_{\perp} = \pm_1 H_z^2 / \left(° c^2 \right)$, $\Omega = 2\mu_z - \pm_2 H_0 H_z / \left(° c^2 \right)$, $\mu_z = \mu \sin ¨$, $H_z = H_0 \cos ¡$, $H_0 = 0,5 H_p \left(1 + 3\sin^2 ¨ \right)^{1/2}$, $¨$ – широта, $¡$ – угол между напряжённостью магнитного поля и вертикалью, H_0 и H_p – соответственно значения H на широте $¨$ и на полюсе.

Величины. входящие в выражения для U и V, рассчитывались с использованием модели нейтральной атмосферы и простой модели ионосферы [3].

На рис. 2.23-2.27 для лета $¢ = +23,4^0$ и $t = 12$ ч приведены высотно-широтные изменения величин, входящих в уравнение движения. Хорошо видно, как существенно уменьшаются с высотой широтный ($\partial P/\partial ¯$) и зональный ($\partial P/\partial \cdot$) градиенты давления. Причём, зональные градиенты $\partial P/\partial \cdot$ несколько раз (4 или 5) меняют знак от полюса к экватору. Примерно столько же раз колеблется величина $\partial P/\partial ¯$ меридионального (широтного) градиента совершенно одинаково на всех высотах; лишь один раз в северном полушарии , вблизи широты $¨ = 20^0$ меридиональный градиент давления меняет свой знак. Следует отметить, что зональный градиент давления ($\partial P/\partial \cdot$) в нижней ионосфере до высоты h = 200 км меняется в противофазе с изменением меридионального градиента давления ($\partial P/\partial ¯$) по широте на уровне главного максимума концентрации электронно-ионного газа и выше.

Что касается величин Ω и $ª$, то, как видно из расчётов, величина Ω, независимо от высоты, монотонно растёт от экватора к полюсам. Только в северном полушарии $\Omega > 0$, но на экваторе обращается в нуль, а в южном полушарии $\Omega < 0.$. Величина ª растёт с высотой, оставаясь постоянной на всех широтах для $h \geq 200$ км, величина ª на высоте $h = 120$ км растёт одинаково от экватора к полюсам.

Результаты численных расчётов U и V приведены на рис. 2.28 – 2.33. Начнём с рассмотрения глобальной системы ветров для высоты 270 км (система ветров, полученная для нижней ионосферы на высоте 110 км, почти не отличается от полученной в п. 2.5, поэтому рассматривать её здесь не будем) для условий равноденствия, лета и зимы в северном и южном полушариях (рис. 2.28, 2.29). Как видно из полученных данных, рассматриваемое приближение даёт непрерывное течение атмосферы через полюса, независимо от времени года. Картина ветров, полученная Коулом Г. и Кингом Дж. [68] для равноденствия и наша (рис. 28) почти одинаковы. Разница в том, что согласно настоящей схеме ветер, дующий вдоль меридиана в направлении полюса, около 12 .00 ч дня имеет чётко выраженное направление. Сначала восточный на экваторе, вектор скорости ветра поворачивается на северо-восток (около широты $\varphi = 15^0$) и примерно с широт $\varphi \sim (30\text{-}40)^0$ дует в направлении полюса, но на широте $\varphi = 75^0$ вновь поворачивается в том же направлении, и на полюсе дует вдоль долготы t = 22.00 ч (местное время условно называется долготой). Точно в направлении полюса на широте $\varphi = 75^0$ ветер дует около 11.00 ч. В отличие от известных схем, в рассматриваемом случае ветер, дующий с дневной стороны ионосферы на ночную через полюс, отклоняется вправо на два часа. Идентичная картина наблюдается и на южном полушарии: здесь также около 12.00 ч ветры дуют вдоль меридиана в сторону южного полюса и затем на ночной стороне вдоль меридиана около 22.00 ч ветры направлены от южного полюса к экватору.

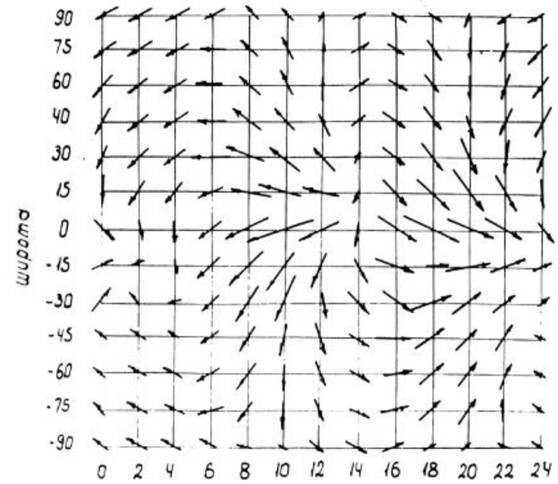
Таким же образом по рис. 2.28 и 2.29 можно проследить за изменением величины и направления ветра на остальных долготах. Как хорошо видно из этих рисунков, в период равноденствия, как и в модели Коула и Кинга [68], ветры дуют вдоль экватора. Зимой и летом ветры пересекают экватор, как и в модели Блюма П. В. И Харриса И. [145], причём, в 2.00, 4.00 и 14.00 ч ветер дует вдоль меридиана к полюсу, а в остальное время суток имеются меридиональные составляющие скорости, направленные к полюсу. Летом картина ветров обратная: в 2.00, 4.00 и 14.00 ч ветер дует вдоль меридиана от северного полюса, а на остальных долготах имеется меридиональная составляющая скорости, направленная от полюса. Следует отметить, что при $\delta = 0^0$ в промежутке между 12.00 и 14.00 ч в северном полушарии зональные ветры меняют направление на диаметрально противоположное и, примерно, около 23.00 ч происходит их встреча. При $\delta = +\,23,\,4^0$ на низких широтах в общих чертах для северного полушария ситуация такая же (рис. 2.29); несколько искажается эта картина в южном полушарии: зональные ветры расходятся здесь примерно около 11.00 ч и сходятся между 23.00 и 24.00 ч.

Как мы видели [21, 112], расчёты, проведённые для случая $\partial P / \partial \cdot\ = 0$, не дают вышеописанную картину перетекания нейтральной атмосферы полярную область, в в рассматриваемом случае на полюсе вектор скорости вращался с суточным периодом.

Из рис. 2.30 более наглядно видна общая циркуляция ветров в глобальном масштабе. В целом поле скоростей качественно верно отражает глобальную картину движущих сил, полученную в работах [145, 154, 263, 158]. Полученная циркуляция ветров в северном и южном

полушариях приводит к возникновению приэкваториальных струйных течений: сужающейся струи на дневной стороне вблизи широты $¨ = -10^0$ и расходящейся струи на ночной стороне ионосферы вблизи широты $¨ = 10^0$.

Были проведены расчёты зависимости скоростей зонального ветра от высоты для различных широт в периоды равноденствия и летнего солнцестояния для северного полушария. В случае $¢ = 0^0$ в полночь за исключением экватора и широты $¨ = 15^0$, на всех широтах превалирует восточный зональный ветер. В рассматриваемом интервале высот с приближением к экватору скорости ветра умеьшаются. $¨ = 30^0$ на высоте h = 340 км $U \approx 0$, а выше ветер становится западным, $U > 0$, и растёт с высотой по мере приближения к экватору. Для $¨ = 15^0$ переход от восточного ветра к западному происходит на высоте h = 240 км. Выше скорость ветра возрастает дважды, принимая экстремальные значения, и затем убывает с высотой. Точно так же на убыль идёт и скорость на экваторе, только здесь все $U > 0$ выше h = 220 км и амплитуда их больше.



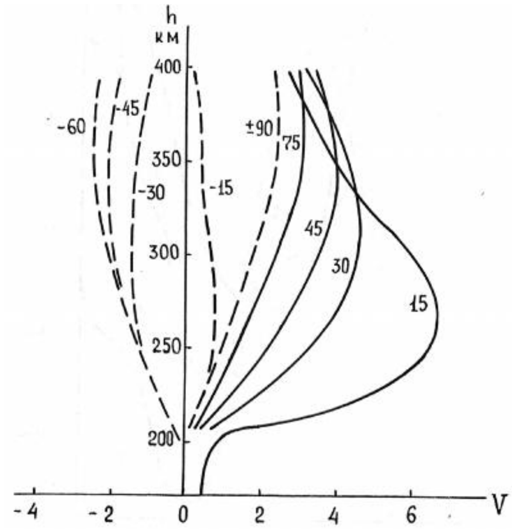
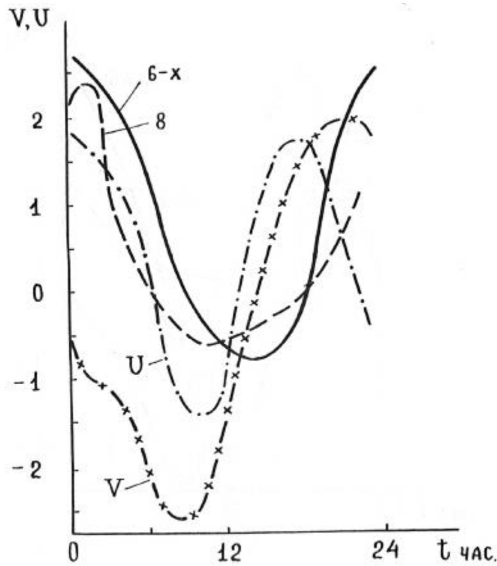


Рис. 2.30 Рис. 2.31



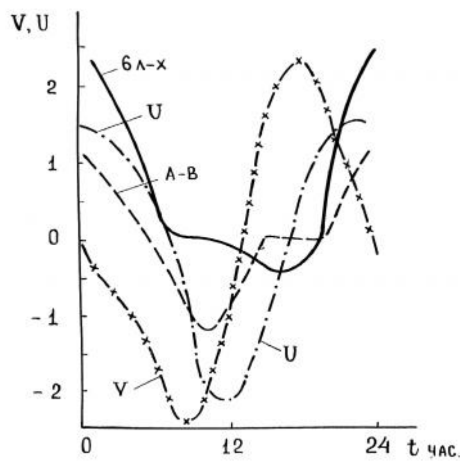


Рис. 2.32 Рис. 2.33

На широтах φ от 15^0 до 90^0 зональная скорость имеет два максимума: первые максимумы скоростей лежат между высотами h = 170 и 210 км, вторые же между высотами h = 280 и 300 км. Днём при $\delta = 0^0$ и t = 12.00 ч зональные ветры меняют знак на диаметрально противоположные. Из их анализа следует, что ниже h = 210 км на всех широтах ветры западные. Причём, максимумы скоростей лежат также, как и в ночной равноденственной ионосфере между высотами h = 170 и 210 км, а вторые максимумы независимо от направления ветра – между высотами h = 280 и 310 км.

Для периода летнего солнцестояния в высотном профиле скоростей более отчётливо выражен нижний максимум, для всех широт расположенный между высотами h = 180 и 190 км; верхний максимум выражен слабо, скорее всего это перегиб. В полдень также наблюдается тенденция к выпучиванию вертикального профиля скоростей в нижней её части и опусканию уровня максимума скорости. Например, по сравнению со значением высоты максимума зональной составляющей скорости для широты $\varphi = 15^0$ в период равноденствия ($\delta = 0^0$) полуденное летнее ($\delta = +23,4^0$) значение этой высоты на данной широте уменьшается от значения h = 280 км до значения 230 км. Кроме того, при подъёме вверх поворот ветра с западного на восточный летом происходит раньше, чем при $¢ = 0^0$; причём, во всей приэкваториальной зоне вплоть до широты $¨ = 30^0$ господствуют зональные ветры.

Детали поведения меридиональных составляющих скоростей можно хорошо проследить, анализируя кривые рис. 2.9 – 2.14 и глобальные системы ветров (рис. 2.28 – 2.30). При равноденствии, как показывает анализ, скорости ограничены и не претерпевают разрывов в экваториальной области, как вслучае полуночной зимней ($¢ = -23,4^0$) ионосферы; скорости также ограничены для полудня зимы ($¢ = -23,4^0$, t = 12.00 ч); летом зональные ветры дают о себе знать в любое время суток ($¢ = +23,4^0$, 0.00 ч ≤ t ≤ 24.00 ч). Общая тенденция для ночной ионосферы такова: независимо от времени года максимумы меридиональных скоростей в нижней ионосфере смещены к экватору, а в верхней ионосфере – к высоким широтам (отметим, между прочим, сравнительно высокий уровень главного максимума концентрации области F вблизи экватора и относительно низкое расположение его в высокоширотной ионосфере). Что же касается дневной ионосферы, то здесь независимо от сезона и высоты, т. е. и в нижней и в верхней ионосфере, максимумы скоростей имеют тенденцию смещаться к высоким широтам. Последнее обстоятельство ещё более усиливает значение сделанного выше в скобках замечани. Мы не будем более останавливаться на этом вопросе, так как этот вопрос детально изучен в монографии [115], отметим лишь для полноты замечания, что перетекание ветров с дневной стороны ионосферы на ночную, как известно, приводит к возникновению вертикальной скорости $W = V\,sin\,I\cos I$, (где $I -$ магнитное наклонение) заряженной компоненты, прямо пропорциональной меридиональной скорости.

Дальнейшая схема исследований проста: упомянутые выше графики скоростей меридионального ветра сравниваются с результатами расчётов для чисто нейтральной атмосферы. При этом выясняется, что в последнем случае горизонтальные составляющие скорости (обе) не имеют особенностей на аномальных широтах. Однако, лишь после того, как были проанализированы рис. 2.15 – 2.18 с годографами скоростей и высотно-широтные изменения ветров на рис. 2.19 – 2.22, стало возможным утверждать, что свойства крупномасштабных ветровых движений определяются поведением нейтральной атмосферы, начиная снизу (h = 90 км) до уровня E-слоя (днём) и до уровня слоя F1 (ночью), там, где годографы скоростей загибаются (рис. 2.15 – 2.18) и где нарушаются условия сохранения геострофичности ветра (рис. 2.19 – 2.22).

До тех пор, пока соблюдаются условия геострофичности ветра, обе компоненты скорости, зональная и меридиональная, изменяются по высотетсовершенно одинаково. Именно по этой причине годографы скоростей в указанной выше области геострофичности ветра представляют отрезки прямой линии. На более высоких уровнях, где существенно возрастает роль меридиональной составляющей скорости (своего рода индикатора геострофичности ветра), годографы скоростей загибаются резко и образуется система крупномасштабных вихревых движений ветра в глобальном масштабе. При этом обнаружена интересная деталь: в нижней ионосфере вектор скорости совершает колебания с периодом, возрастающим от T = 0, 5 суток на полюсе в направлении к экватору до T = 1,5 – 2,0 суток; в верхней же ионосфере – порядка суток для всех широт. В последнем случае повороту вектора скорости может препятствовать гироскопическая сила, присущая атмосфере, действие которой подобно действию силы Кориолиса и направлено в противоположную сторону. Построенные годографы скоростей, глобальная система ветров, высотные и суточные изменения составляющих скоростей в глобальном масштабе были сопоставлены с экспериментальными и теоретическими результатами [1, 197, 145, 263, 158, 168, 31, 32] (в частности, на рис. 2.32, 2.33 приводятся экспериментальные кривые [137], расчётные [145] и наши соответственно для лета и равноденствия). Оказывается, что более полные модели вносят незначительные коррективы в полученные результаты.

В следующем параграфе обсуждаются наиболее важные результаты, проливающие свет на механизм динамического взаимодействия слоёв ионосферы между собой, что послужило основой для построения в третьей главе трёхмерной модели глобальной циркуляции верхней атмосферы на ионосферных уровнях.

2.7. Особенности динамического взаимодействия различных слоёв ионосферы при крупномасштабных движениях в верхней атмосфере

Развивая далее результаты пп. 2.5, 2.6, будем исходить из анализа также и матерималов пп. 2.3, 2.4. В частности, из анализа глобальной системы крупномасштабных горизонтальных ветров (см. рис. 2.28 – 2.30) в областях стекания (конвергенции) ветров в период между 0.00 и 4.00 ч для удовлетворения уравнения неразрывности должны появляться восходящие движения среды, а в областях между 12.00 и 16.00 ч, где происходит растекание (расхождение, дивергенция) ветров – нисходящие движения (здесь указан общий временной интервал, присущий всем сезонам; для каждого сезона он примерно одинаков и равен 2 часам).

Таким образом, возникновение восходящих и нисходящих вертикальных токов происходит в определённое время суток, с другой стороны указывает нагдядно на механизм образования вертикальных движений проводящей атмосферы, которые играют существенную роль в динамике в целом и взаимосвязи различных слоёв верхней атмосферы (пп. 2.3 – 2.4). Общее заключение, которое можно сделать на основе настоящих исследований, состоит в том, что в ионосфере в общем случае движение является трёхмерным, и появление вертикальной скорости обусловлено влиянием заряженной компоненты. Причём, этот эффект анизотропной проводимости плазмы усиливается с подъёмом в более высокие слои ионосферы. Постановка теоретической задачи ясна: нужно рассмотреть трёхмерную задачу вихревого движения проводящей атмосферы с учётом лишь главных членов, отбросив инерционные, нелинейные и вязкостные члены, сохранив силы тяжести, Кориолиса и электродинамические (гироскопическую и индукционного торможения) силы. Действительно, для чисто нейтральной атмосферы, где нет крупноасштабных явно выраженных областей дивергенции и конвергенции, движение является двумерным. Из анализа рис. 2.28 – 2.30, а также из рис. 2.19 – 2.22 следует, что на ионосферных уровнях должны существовать крупномасштабные вихри как с вертикальной, так и горизонтальной осью вращения типа циклонов и антициклонов, детально исследованные в Главе I.

Причём, в областях дивергенции происходит вынос (“обеднение”) плазмы, а в областях конвергенции – приток плазмы к центру конвергенции. То-есть, крупномасштабный ветер в ионосфере естественным образом создаёт условия для образования наблюдаемых в ионосфере крупномасштабных плазменных неоднородностей.

На рис. 2.19 – 2.22 хорошо видно образование вертикальной циркуляции, создающей крупномасштабные вихри, вращающихся в дневных условиях, для всех сезонов, против часовой стрелки, а в ночных – против часовой стрелки. При этом размеры вихря больше днём, чем ночью. Так как в чисто зональной циркуляции, хотя и большие скорости, в высотном ходе скоростей имеется максимум между слоями F1 и F2 независимо от сезона, то решающую роль играет именно меридиональная компонента, сильно меняющая картину крупномасштабных вихрей, обнаруживаемых с помощью рис. 2.19 – 2.20. Мы видим, что при равноденствии условия геострофичности днём нарушаются в области E (такая же ситуация – летом и зимой), а ночью над максимумом слоя F1. В отмеченных слоях ионосферы создаются условия для возникновения акустико-гравитационных волн, так как именно здесь нарушается геострофичность ветра. Указанные выше вертикальные вихри при вращении против часовой стрелки способствуют возникновению направленной вверх вдоль оси вихря составляющей скорости, и направленной вниз сосавляющей скорости – при вращении вихря по часовой стрелке. Этот механизм способствует перекачке плазмы из одних слоёв ионосферы в другие; причём, в первом случае – это слой E, а во втором – в качестве поставщиком плазмы служат слои F1 и F2.

Особое внимание следует обратить на вертикальные циркуляционные ячейки, обнаруженные с помощью рис. 2.19 и 2.20 на зимних северном и ожном полушариях, охватывающих всю толщу ионосферы и порождаемых в южном полушарии растеканием ветров вблизи широты ¨ $= -75^0$ и на экваторе ¨ $= 0^0$ и стеканием ветров вблизи экваториальной аноалии, а на северном полушарии – растеканием ветров вблизи экваториальной аномалии и стеканием ветров на экваторе. Как уже омечалось выше, дивергенция и конвергенция потоков воздуха приводит к двум эффектам: к нисходящим и восходящим потокам соответственно и перекачке плазмы из одних слоёв ионосферы в другие. Все три рассмотренные широты характеризуются аномальными свойствами в распределении плазмы, не противоречащие настоящей динамической модели ионосферы. Рассмотренные в пп. 1.8, 2.3, 2.5, 2.6 случаи в смысле взаимодействия между слоями приводят к переносу плазмы, движение же, рассмотренное в п. 2.4, отличается той особенностью, что перекачка плазмы из окружающей среды (сверху и снизу) внутрь E_S-слоя приводит уплотнение плазмы на краях слоя с образованием провала в его середине. Поэтому в спорадических E_S-слоях наблюдаются очень высокие концентрации заряженных частиц.

Впервые сделанные выше выводы аналитически и численно подтверждаются предлагаемой ниже простой трёхмерной динамической моделью верхней проводящей атмосферы на уровнях E- и F-областей ионосферы.

ЛИТЕРАТУРА к главе II

1. Баум Ф. А., Каплан С. А., Станюкович К. П. Введение в космическую газодинамику. М.: Госиздат. Физ.-мат. лит, 1958.
2. Бауэр 3. Физика планетных ионосфер. М.: Мир, 1976.
3. Ветер в ионосфере. (Сб. переводов статей / под ред. Э. С. Казимировского), Л.: Гидрометеоиздат, 1969.
4. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М.: Наука, 1974, 256 с.
5. Докучаев В. П. Движение ионизированного газа в верхней атмосфере. Изв. Вузов, Радиофизика, 1961, т. 4, № 1, сс. 5-39.
6. Казимировский Э. С. Измерение дрейфов в Е и F областях ионосферы и значение их для физики ионосферы (обзор). Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. М.: Наука, 1976, вып. 38, сс. 80 – 99.
7. Поляков В. М., Щепкин Л. А., Казимировский Э. С., Кокоуров В. Д. Ионосферные процессы. Новосибирск: Наука, 1968.
8. Хантадзе А. Г. Некоторые вопросы динамики проводящей атмосферы. Тбилиси: Мецниереба, 1973.
9. Хвостиков И. А. Высокие слои атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1964.
10. Blum P. W., Harris I. Full non-linear treatment of the global thermospheric wind system. I, II. J. Atmos. Terr. Phys., 1975, v. 37, p. 193-212, 213-235.
11. Creekmore S. P., Straus J. M., Harris R. M., Ching B. K., Chin Y. T. A global model of thermospheric denamics. I, II. J. Atmos. Terr. Phys., 1975, v. 37, pp. 491-515; 1245-1253.
12. Blamont J. E., Barat J. Introduction d’un modele pour la structure des mouvements de l’atmosphere entre 85 et 110 km d’altitude. Ann. Geophys., 1967, t. 23, N 2.
13. Murgatroyd R. J. Winds in the mesosphere and lower thermosphere. Proc. Roy. Soc., 1965, v. 288, N 1415.
14. Maeda H. Horizontal winds and ionization drifts in the ionosphere. Ion. Res. Com., Rep. Ion. Space Res., 1959, v. 13, pp. 79-90.
15. Maeda H. The physics of the ionosphere. Phys. Soc. London, 1963, p. 187.
16. Martyn H. Electrical current in the ionosphere. III. Ionization drift due to winds and electric field. Phyl. Trans. Roy. Soc., 1953, A 246, N 913, pp. 306-320.
17. Гейслер Дж. Атмосферные ветры в среднеширотной области F ионосферы. В кн.: Ветер в ионосфере (перев. и ред. Казимировского Э. С.). Л.: Гидрометеиздат, 1969, с. 29.
18. Гейслер Дж. Численное исследование системы ветров в средней термосфере. В кн.: Ветер в ионосфере (перев. и ред. Казимировского Э. С.). Л.: Гидрометеиздат, 1969, сс. 71-87.
19. Jacchia L. G. New static models of the thermosphere and exosphere with empirical temperature profiles. G. Smith. Astrophys. Observ. Spec. Rep. 1970, N 313, 87 p.
20. King-Hele D. G. The rotational speed at the upper atmosphere determined from changes in satellite orbits. Plan. Space Sci., 1967, v. 12, N 9.
21. Коул Г., Кинг Дж. Атмосферные ветры на высотах 100-700 км и их воздействие на ионосферу. В кн.: Ветер в ионосфере (перев. и ред. Казимировского Э. С.). Л.: Гидрометеиздат, 1969, с. 51.
22. Jacchia L. G., Slowey J. W. Diurnal and seasonal latitudinal variations in the upper atmosphere. Plan. Space Sci., 1968, v. 16, N 4, pp. 509-524.

23. Jacchia L. G. Space research. Y, North Holland, Amsterdam, 1965, p. 1965.
24. King J. W., Kohl H. Upper atmospheric winds and ionospheric drifts caused by neutral air pressure gradients. Nature, 1965, v. 206, pp. 699-701.
25. Maeda H. Electric currents induced by nonperiodic winds in the ionosphere. J. Geophys. Res., 1968, v. 73, pp. 1077-1092.
26. Докучаев В. П. О движении ионосферных неоднородностей. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 1958, т. 1, № 1.
27. Докучаев В. П. О влиянии магнитного поля Земли на ветры в ионосфере. Изв. АН СССР. Сер. Геофиз., 1959, N 5, сс. 781-787.
28. Докучаев В. П. О влиянии геомагнитных возмущений на дрейф ионизированного газа в верхней атмосфере. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 1960, т. 3, № 3.
29. Докучаев В. П. Краткий обзор теории электродинамической метеорологии верхней атмосферы. М.: Наука, МГГ, Ионосферные исследования, 1964, № 13, сс. 116-121.
30. Ratcliffe J. A. et al. The rates of production and loss of electrons in the F-region of the ionosphere. Phil. Trans. Roy. Soc., London, 1956, v. 248, pp. 621-642.
31. Ratcliffe J. A. Ionizations and drifts of in the ionosphere. J, Geophys. Res., 1959, v. 64, N 20.
32. Rishbeth H. The effect of winds on the ionospheric F2-peak. II. J. Atm. Terr. Phys., 1968, v. 30, pp. 63-71.
33. Rishbeth H. The effect of winds on the ionospheric F2-peak. J. Atm. Terr. Phys., 1967, v. 29, pp. 223-238.
34. Kohl H., King J. W. Some effects of neutral air winds in the ionospheric F-layer. J. Atm. Terr. Phys., 1968, v. 30, pp. 1753-1744.
35. Stubbe P. Theory of the night-time F-layer. J. Atm. Terr. Phys., 1968, v. 30, N 2.
36. Millman P. M. Visual and photographic observations of meteors and noctilucent clouds. J, Geophys. Res., 1959, v. 64, N 12.
37. Edvards H. D. Upper atmosphere wind measurements determined from twelve rocret experiments. J, Geophys. Res., 1963, v. 68, N 10.
38. Dalgarno A., Smith F. S. The thermal conductivity and viscosity of atomic oxygen. Planet. Space Sci., 1962, v. 9, pp. 1-2.
39. Dalgarno A. Ambipolar diffusion in the F-region. J. Atm. Terr. Phys., 1964, v. 26, N 9.
40. Hanson W. B., Patterson N. L. The maintenance of the nighttime F-layer. Planet. Space Sci., 1964, v. 12, N 10.
41. Becker W. The standard profile of the mid-latitude F-region of the ionosphere as deduced from bottomside and topside ionograms. Amsterdam, Space Res, 1972, XII, pp. 1241-1252.
42. Eisemann E. Der nachliche Ansteig der F-Schicht der Ionosphare. Z. Geophys., 1966, Ig. 32, Ht. 5/6, 280-392.
43. Amayenc P., Vasseur G. Neutral winds dedused from incoherent scatter observations and their theoretical interpretation. J. Atm. Terr. Phys., 1972, v. 34, N 3.
44. Layzer D. Observational evidence heating on the gravity waves hypothesis. Report presented at VII Symp. COSPAR, Vienna, May, 1966.
45. Layzer D., Bedinger J. F. Upper-thermosphere winds and their interpretation. II. Planet. Space Sci., 1969, v. 17, N 11.
46. Lindzen R. S. Reconsideration of diurnal velocity jscillation in the thermosphere. J, Geophys. Res., 1967, v. 72, N 5.
47. Dougherty J. P. On the influence of horizontal motion of the neutral air on the diffusion equation of the F-region. J. Atm. Terr. Phys., 1961, v. 20, pp. 167-176.
48. Cho H. R., Yeh K. C. Effects of a dynamo electric field on the thermospheric winds. Ann. Geophys., 1970, t. 26, N 3.
49. Cho H. R., Yeh K. C. Neutral winds and the behavior of the ionospheric F2 region. Radio Sci., 1970, v. 5, N 6.
50. Мурадов А. К вопросу о движении нейтрального газа в области F ионосферы. Изв. А. Н. Туркм. ССР, сер. Физ. хим. и геолог. наук, 1969, № 3, сс. 25-29.

51. Переведенцев Ю. П. О стационарном верткальном профиле ветра в термосфере. Географич. сб. Казанского университета, 1967, вып. 3, сс. 123-124.
52. Переведенцев Ю. П. Об одном случае экваториального движения. Географич. сб. Казанского университета, 1967, вып. 3, сс. 121-122.
53. Dowden R. L. A theoretical model of electron density distribution along a geomagnetic line of force in the exosphere. J. Atm. Terr. Phys., 1961, v. 20, N 2-3.
54. Cesco C. U., Lopez A., Zaragoza A. Wind measurements in the upper atmosphere using the sodium cloud technique. Amsterdam, Space Res., 1967, VII, v. 2.
55. Rosenberg N. W. Ionospheric wind patterns. Radio Sci., 1966, v. 1, N 2, pp. 246-247.
56. Rosenberg N. W. Dynamic model of ionospheric wind profiles. J. Geophys. Res., 1968, v. 73, N 15.
57. Rosenberg N. W. The ALADDIN experiment, part I, Dynamic. Presented at COSPAR, Madrid, 10-18 May, 1972..
58. Smith L. B. Rotation of wind direction with altitude as obtained from vapour-trail observations. J. Geophys. Res., 1972, v. 77, N 16.
59. Bedinger J. F., Smith L. G. Measured wind shears and electron densities. Amsterdam, Space Res., 1967, VII, pp. 100-112.
60. Rush C. M. Some effects of neutral wind changes on the low latitude F-region. J. Atm. Terr. Phys., 1972, v. 34, N 8.
61. Ruster R., Dudeney J. R. The importance of the non-linear term in the equation of motion of the neutral atmosphere. J. Atm. Terr. Phys., 1972, v. 34, N 6.
62. Ferraro V. C. A., Ozdogan I. The effect of diffusion on the vertical distribution of ionization in a quiet F-region. J. Atm. Terr. Phys., 1958, v. 12, N 3.
58. Сб. Ионосферные модели (под ред. Фаткуллина М. Н.). М.: Наука, 1975.
63. Gliddon J. E. C., Kendall P. C. The effects of diffusion and attachment recombination of the F2 region. J, Geophys. Res., 1961, v. 65, p. 2279.
64. Кибель И. А. Условия динамической возможности движения сжимаемой жидкости с заданным притоком энергии. Геофизический сб., 1936, I, 3.
65. Кащеев Б. А., Лысенко И. А. Исследование циркуляции атмосферы на высоте 80-120 км. Ионосферные исследования / М.: Изд. АН СССР/, 1961, вып. 9.
66. Dungey J. W. Effect of a magnetic field on turbulence in an ionized gas. J, Geophys. Res., 1959, v. 64, N 12.
67. Новиков Е. А. Вопросы магнитной гидродинамики. Рига: АН Латв. ССР, 1962, вып. 2, с. 179.
68. Новиков Е. А. О магнитной гидродинамике ионосферы. Изв. АН СССР, сер. геоф., 1960, № 11, с. 1624-1634.
69. Гинзбург Э. И., Жалковская Л. В. Турбулентные эффекты в нижней ионосфере. Известия вузов, Радиофизика, 1974, т. XIII, № 3, с. 301-324.
70. Голицын Г. С. Введение в динамику планетарных атмосфер. Л.: Гидрометеоиздат, 1973.
71. Stewart R. W. The natural occurrence of turbulence. J, Geophys. Res., 1959, v. 64, N 12.
72. Голицын Г. С. Влияние магнитного поля Земли на турбулентность в нижней ионосфере. Известия вузов, Радиофизика, 1960, т. 3, № 5, с. 758-763.
73. Тептин Г. М. Известия АН СССР, сер. Физика фтмосферы и океана, 1972, т. 8, №3.
74. Дикий Л. А. Теория колебаний земной атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1969.
75. Mariani F. Evidence for the effectof corpuscular radiation on the ionosphere. J. Atm. Terr. Phys., 1963, v. 20, N 6.
76. Филлипс О. М. Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн. М.: Наука, 1967.
77. Greenhow J. S., Neufeld E. L. Measurements of turbulence in the 80- to 100 km region from the radio echo observations of meteors. J. Geophys. Res., 1959, v. 64, N 12.
78. Zimmerman S. Small-scale wind structure above 300 kilometers. J. Geophys. Res., 1964, v. 69, N 4.

79. Kochanski A. Circulation and temperature at 70- to 100-kilometer height. J. Geophys. Res., 1963, v. 68, pp. 213-226.
80. Kochanski A. Atmospheric motions from sodium cloud drifts. J. Geophys. Res., 1964, v. 69, N 7, pp. 3651-3662.
81. Шнайдман В. А. Всесоюзное научное метеоролог. совещание, 5, 231. Л.: Гидрометеоиздат, 1963.
82. Shafi Ahmad M. Large-scale wind motion and turbulence in the upper atmosphere from rocket experiments. Amsterdam, Space Res., 1969, IX, pp. 354-362.
83. Blamont J. E. Problem meteorol. stratosphere, mesosphere. Paris, 1966, p. 151, p.168.
84. Justus C. G. Energy balance of turbulence in the upper atmosphere. J. Geophys. Res., 1966, v. 71, N 15.
85. Hines C. O. Internal atmospheric gravity waves at atmospheric heights. Canad. J. Phys., 1960, v. 38, N 11.
86. Hines C. O. Comments on “the rotational speed of the upper atmosphere determined from changes in satellite orbits” by D. G. King-Hele. Planet. Space Sci., 1965, v. 13, pp. 169-172.
87. Hines C. O., Reddy C. A. J. On the propagation of atmospheric gravity waves through regions of wind sgear. J. Geophys. Res., 1967, v. 72, pp. 1015-1034.
88. Elford W. G. Turbulence in the lower thermosphere. Space Res., 1967, VII, N 1, pp. 42-54.
89. Hodges R. R., Ir. Generation of turbulence in the upper thermosphere by internal gravity waves. J. Geophys. Res., 1967, v. 72, N 13.
90. Revah I. Etude des vents de petite e’chelleobserves au moyen des trances meteoriquos. Ann. Geophys., 1969, t. 25, N 1.
91. Кибель И. А. Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды. 1957, М.: Гостехиздат, 1957.
92. Charny J. G. On the scale of atmospheric motions. Geophys. Publ., 1948, t. 7, p. 17.
93. Пикельнер С. Б. Основные понятия магнито-гидродинамики. Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1958, № 1, сс. 46-53.
94. Серрин Дж. Математические основы классической механики жидкости. Ь.: ИЛ, 1963.
95. Альперт Я. Л. Распространение электромагнитных волн в ионосфере. М.: Наука, 1972.
96. Миркотан С. Ф., Кушнеревский Ю. В. Неоднородная структура и движение в ионосфере. Ионосферные исследования, 1964, т. V, № 12.
97. Pop I. Hydromagnetic flow with variable suction in laminar periodic boundary layers. Bull. Inst. Politechn. Din. IASI, ser. Noua, t. VIII (XVII), Fasc. 3-4, p. 173.
98. Хантадзе А. Г., Шарикадзе Дж. В. Горизонтальные ветровые течения в ионосфере при наличии вертикальных скоростей. Геомагнетизм и аэрономия, 1970, т. 10, № 4.
99. Хантадзе А. Г., Гвелесиани А. И., Курцхалия Е. Г. К вопросу о возникновении ветрового сдвига в нижней части Е-слоя ионосферы. М.: Наука, Ионосферные исследования, 1976, № 24, сс. 15-21.
100. Гвелесиани А. И. О нестационарном ветровом сдвиге и спорадических Е-слоях в нижней ионосфере. Сообщ. АН ГССР, 1979, т. 94, № 3.
101. Axford W. I. The formation and vertical movement of dense ionized layers in the ionosphere due to neutral wind shears. J. Geophys. Res., 1963, v. 68, pp. N 3.
102. Whitehead J. D. The formation of the sporadic E-layer in temperature zones. J. Atm. Terr. Phys., 1961, v. 20, N 1.
103. Гвелесиани А. И., Е. Г. Курцхалия. О глобальном распределении ионосферных ветров. Сомпозиум КАПГ по солнечно-земной физике. Тбилиси, сентябрь 1976. М.: Наука, 1976, сс. 88 – 90.
104. Шулейкин В. В. Физика моря. М.: ГТТИ, 1933.
105. Игнатьев Ю. А. О времени формирования спорадического слоя Е. Известия ВУЗов, Радиофизика, 1968, т. XI, № 9, сс. 1332 - 1339.
106. Vest R. A. A three-dimensional model of the thermosphere with auroral heating. PSU-IRL-SCI-412, February 6, 1973.

107. Гвелесиани А. И., А. Г. Хантадзе, Е. Г. Курцхалия. О геострофичности ветра в ионосфере. Сообщения АН ГССР, 1975, т. 79, N 3.
108. Акасофу С.-И, Чепмен С. Солнечно-земная физика. ч. I, М.: Мир, 1974. 87. Creekmore S. P., etc. A global model of thermospheric dynamics. I, II. J. Atm. Terr. Phys., 1975, v. 37, pp. 491- 515; 1245-1253.
109. Хантадзе А. Г. О резонансе ветров в ионосфере. Геомагнетизм и аэрономия, 1971, т. XI, № 2. 88. Николе М. Аэрономия. М.: Мир, 1964.
110. Хантадзе А. Г., Гвелесиани А. И., Курцхалия Е. Г. К вопросу об ионосферной глобальной системе горизонтальных ветров. Ионосферные исследования, 1976, N 24, сс. 15 – 21.
111. Challinor R. A. Neutral air-winds in the ionospheric F-region for asymmetric global pressure system. Plan. Space Sci., 1969, v. 17, pp. 1097-1126.
112. Jaeschke R. Upper atmosphere winds deduced from vapour trail drifts. Z. Geophys., 1966, v. 32, pp. 394 – 408.
113. Duncan R. A. The behavior of a Chapman layer in the night F2 region of the ionosphere and the influence of gravity, diffusion and attachment. Austral. J. Phys., 1956, v. 9, N 4.

ГЛАВА 3. ТРЁХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ИОНОСФЕРЫ И МЕРИДИОНАЛЬНАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ В F-ОБЛАСТИ

3.1. Влияние ионосферной плазмы на общую циркуляцию в верхней атмосфере. Аналитическая модель

3.1.1. Необходимость существования общей циркуляции в ионосфере вытекает прежде всего из того факта, что ионосфера, как и нижняя атмосфера, является бароклинной средой. Из-за неравномерного нагревания ионосферы по широте от полюса к экватору образуются изобаро-изотермические соленоиды, обусловливающие возникновение крупномасштабной циркуляции в верхней атмосфере.

Теоретические исследования и численные расчёты системы крупномасштабных ветров в ионосфере стали возможны после накопления систематизации данных наземных, ракетных и спутниковых измерений параметров верхней атмосферы. Более или менее полные сведения о результатах этих измерений и теоретических исследований содержатся в ряде монографий, специальных сборников и статей [1-17]. Однако в этих работах в основном ограничивались лишь анализом результатов численных расчётов и констатацией некоторых закономерностей течений системы ионосферных ветров без подробного теоретического анализа самих уравнений. В настоящем параграфе предпринимается попытка на основе аналитического рассмотрения уравнений движения предсказать некоторые закономерности режима общей циркуляции ветров на ионосферных уровнях [18] с последующим подтверждением полученных теоретических результатов на основе численного решения уравнений движения с использованием известных эмпирических моделей ионосферы и нейтральной атмосферы [3, 10, 13, 14, 16].

3.1.2. Основное уравнение движения общей циркуляции нейтральной атмосферы с малой примесью ионосферной плазмы имеет вид [1]:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} gradP + \vec{g} + 2[\vec{V},\vec{\omega}] + 2[\vec{V},\vec{\Omega}_0] - \lambda \vec{V}_\perp + \nu \Delta \vec{V}. \qquad (3.1.1)$$

Для уравнения неразрывности вследствие дозвукового характера ветровых движений будем иметь:

$$div\vec{V} = 0. \qquad (3.1.2)$$

Здесь $\vec{V}$ – скорость ветра нейтральной атмосферы, P, °, ¬ – соответственно, давление, плотность и вязкость атмосферы; $\vec{g}$ – ускорение силы тяжести, $\vec{\omega}$ – угловая скорость вращения Земли, $\vec{\Omega}_0 = \frac{\sigma_2 H_0}{2\rho c^2}\vec{H}_0$ – гироскопический коэффициент, $\vec{H_0}$ геомагнитное поле, $a = \frac{\pm_0 H_0^2}{2 ° c^2}$ – коэффициент анизотропного трения, $\pm_1$ и $\pm_2$ – соответственно поперечная и холловская проводимости [4], $\vec{V}_\perp = \vec{V} - \frac{(\vec{V},\vec{H})\vec{H}_0}{H_0^2}$.

Из анализа данных крупномасштабных движений атмосферы на средних и высоких широтах в ионосфере следует, что существуют хорошо выраженные динамические системы, в которых движение в основном определяется горизонтальными градиентами давления или температуры [6-8]. При этом, как показывают наблюдения и теоретические оценки [1, 4], для таких движений в ионосфере существует квазиравновесие между силой барического градиента

$\vec{G} = -(1/\rho)\nabla P$ и силами, обусловленными вращением Земли $\vec{F}_x = 2[\vec{V},\vec{\omega}]$ и электромагнитными эффектами $\vec{F} = -\lambda\vec{V}_\perp + 2[\vec{V},\vec{\Omega}_0]$.

Таким образом, для крупномасштабных движений типа общей циркуляции с большой степенью точности можно пользоваться следующими упрощёнными уравнениями движения [1]:

$$\lambda \vec{u}_\perp = \vec{G} + 2\Omega_1[\vec{u},\vec{k}], \qquad (3.1.3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g, Div\vec{V} = 0, \qquad (3.1.4)$$

Где $\vec{u}_{\perp} = \vec{u} - \frac{(\vec{u},\vec{H}_0)\vec{H}_0}{H_0^2}$, $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$ –горизонтальный вектор скорости, $\vec{G} = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j}\right)$ – горизонтальный барический градиент, $Div\vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y}$ –двумерная дивергенция скорости ветра, $\Omega_1 = \omega \sin\varphi + \sigma_2 H_0 H_z / \left(2\rho c^2\right)$, $\lambda = \sigma_1 H_z^2 / \left(\rho c^2\right)$, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ –единичные векторы вдоль осей x, y, z.

При $\vec{H}_0 \approx H_z\vec{k}$ вектор $\vec{u}_{\perp} = \vec{u}$; тогда, решая (3.1.3) относительно $\vec{u}$, получим:

$$\vec{u} = \frac{\lambda}{\lambda^2 + 4\Omega_1^2}\vec{G} + \frac{2\Omega_1}{\lambda^2 + 4\Omega_1^2}\left[\vec{G}, \vec{k}\right]. \qquad (3.1.5)$$

Согласно (3.1.5), для крупномасштабных процессов скорость ветра непосредственно связана с распределением давления, и для изучения обшей циркуляции в ионосфере, особенно в области F, целесообразно вместо поля скоростей ветра рассматривать распределение давления или температуры (так как в области F современные экспериментальные методы не позволяют получить достоверные сведения о скорости нейтрального ветра).

Таким образом, задача общей циркуляции атмосферы может быть сведена к изучению соответствующих особенностей распределения давления или температуры на ионосферных уровнях.

3.1.3. Из выражения (3.1.5) видно, что скорость горизонтального ветра имеет параллельную и перпендикулярную к барическому полю составляющие:

$$\vec{u}_\lambda = \frac{\lambda}{\lambda^2 + 4\Omega_1^2}\vec{G}, \quad \vec{u}_g = \frac{2\Omega_1}{\lambda^2 + 4\Omega_1^2}\left[\vec{G}, \vec{k}\right]. \qquad (3.1.6)$$

Так как вектор $\overline{G}$ перпендикулярен к изобарам и направлен от большего давления к меньшему, то скорость $\vec{u}_\lambda$ также будет направлена поперёк изобар от большего давления к меньшему, а скорость $\vec{u}_g$ направлена вдоль изобар.

Следовательно, один из эффектов анизотропного трения в ионосфере ($\vec{u}_\lambda \neq 0$) заключается в том, что оно вызывает организованный поток масс атмосферы от областей с высоким давлением к областям с низким давлением (рис. 3.1.1 и 3.1.2). Как показано ниже, эти особенности ионосферной среды приводят к тому, что крупномасштабные движения типа общей циркуляции в ионосфере должны иметь области дивергенции и конвергенции, сопровождающиеся нисходящими и восходящими течениями (рис. 3.1.1 и 3.1.2).

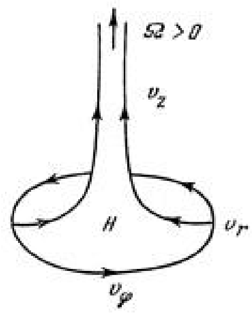
Из уравнений (3.1.3) – (3.1.5) для элементов общей циркуляции получаются следующие простые формулы для вертикальной составляющей вихря, двумерной дивергенции скорости и вертикальной составляющей скорости ветра

$$\Omega_z = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{2\Omega_1}{\lambda^2 + 4\Omega_1^2}\frac{1}{\rho}\Delta P, \qquad (3.1.7)$$

$$Div\,\vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{\lambda}{\lambda^2 + 4\Omega_1^2}\frac{1}{\rho}\Delta P, \qquad (3.1.8)$$

$$v_z = \frac{\lambda}{\lambda^2 + 4\Omega_1^2}\int_0^z \frac{\Delta P}{\rho}\,dz. \qquad (3.1.9)$$

Здесь оси x, y и z направлены соответственно на юг, запад и вертикально вверх и, для простоты, географические и геомагнитные координаты совмещаются.



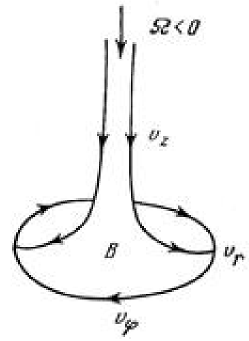


Рис. 3.1.1 Рис. 3.1.2

В нижней ионосфере (в области D) и в нижней части области E) выполняется условие Ω_1 □ ª и вместо (3.1.7) – (3.1.9) имеем:

$$\Omega_z = \frac{1}{2\Omega_1}\Delta P, \quad Div\,\vec{v} = 0, \quad v_z = 0. \qquad (3.1.10)$$

Таким образом, в этой области ионосферы общая циркуляция двухмерная ($v_z = 0$, горизонтальная) и вихревая $(\Omega_z \neq 0)$, в которой отсутствуют области дивергенции и конвергенции. Ветер здесь в основном геострофический, т. е. направлен вдоль изобар. В случае замкнутых изобар будут образовываться плоские вихри с малой вертикальной протяжённостью и отличной от нуля лишь вращательной скоростью $v_{..} \neq 0$. При этом в случае низкого давления в центре изобар $(\Delta P > 0)$, согласно (10), в северном полушарии $(\Omega_1 > 0)$ вихрь будет положительным, т. е. ветер вращается вдоль изобар против часовой стрелки (циклон), а в случае высокого давления $(\Delta P < 0)$ вращение будет происходить по часовой стрелке (антициклон). Существование таких плоских вихрей в области D и в нижней части области E подтверждается экспериментальными измерениями [1, 5] . Картина общей циркуляции при наличии основного меридионального градиента давления $\left(-{}^{\circ}{}^{-1}\partial P/\partial x\right)$, возникающего из-за неравномерного нагрева от полюса к экватору, будет чисто зональной. При наличии горизонтального градиента давления вследствие солнечного вздутия ионосферы [5, 6, 8] в нижней ионосфере происходит перетекание воздуха с её дневной стороны на ночную сторону через полюс, без наличия особых областей схождения и расхождения скорости ветра. Справедливость этих общих выводов относительно крупномасштабной циркуляции для нижней ионосферы подтверждается численными расчётами [9, 10, 18]. Для областей ионосферы выше ~200 км имеет место условие $\Omega_1 <<$ ª, и формулы (3.1.7)-(3.1.9) принимают вид:

$$\Omega_z = 0, Div\vec{v} = -\frac{1}{\rho\lambda}\Delta P, v_z = \frac{1}{\lambda}\int\frac{\Delta P}{\rho}dz \qquad (3.1.11)$$

Отсюда следует, что в верхней ионосфере общая циркуляция должна быть трёхмерной и безвихревой, в которой должны существовать области конвергенции $(Div\,\vec{v} > 0)$. Здесь в общем случае возможно вращательное безвихревое движение.

В переходной области (верхняя часть области E и нижняя F-область), где параметры Ω_1 и ª сравнимы между собой, согласно формулам (3.1.7)-(3.1.9) движение должно быть трёхмерным и потенциально-вихревым. При этом в случае низкого давления в центре изобар (циклон) $\Delta P > 0$ и, согласно (3.1.7), вихрь положителен, т. е. в северном полушарии движение совершается против часовой стрелки $(v_{..} > 0)$. Тогда из (3.1.8) следует, что $Div\,\vec{v} < 0$, т. е. имеет место приток воздуха к центру и создаётся область конвергенции и порождается радиальная скорость v_r, направленная к центру. В этом случае, согласно (3.1.9), создаются восходящие движения $(v_z > 0)$ (рис. 3.1.1).

Для антициклонических движений $\Delta P < 0,$ т. е. максимум давления находится в центре изобар. Тогда, согласно (7), $\Omega_z < 0,$ вихрь отрицателен и движение совершается по часовой стрелке $\left(v_{\varphi} < 0\right).$ Из (3.1.8) следует, что $Div\vec{v} > 0;$ следовательно, имеет место растекание жидкости от центра вихря, или область дивергенции с радиальной скоростью v_r. Согласно (3.1.9), при этом будет иметь место нисходящее движение, $v_z < 0$ (рис. 3.1.2).

Таким образом, анизотропное трение в ионосфере, подобно турбулентному трению в нижней тропосфере, порождает зоны дивергенции и конвергенции и радиальные и вертикальные составляющие скорости.

Оценим вклад дивергенции и конвергенции в крупномасштабных процессах в ионосфере. Используя (3.1.7) и (3.1.8), получим

$$Div\vec{v} \approx \left|\lambda \frac{\Omega_z}{\Omega_1}\right|. \qquad (3.1.12)$$

Учитывая, что порядок крупномасштабного вихря в верхней ионосфере $\Omega_z \sim 10^{-1}c^{-1},$ для умеренных широт $\Omega_1 \sim 10^{-1}c^{-1},\ \lambda \approx \left(N/N_m\right)\nu_{im},\ \nu_{im} \approx 1,\ N/N_m \sim 10^{-5} \div 10^{-4}$ $[1, 4]$, из (3.1.12) получим:

$$Div\,\vec{v} \approx (10^{-5} \div 10^{-4})c^{-1},$$

где $N,\ N_m$ – концентрации ионов и нейтральных частиц; ν_m – частота столкновений ионов с нейтральными частицами.

Таким образом, в тех областях ионосферы, где электронно-ионная концентрация N будет возрастать, должны порождаться области дивергенции и конвергенции. И, таким образом, они, очевидно, должны наблюдаться в районе экватора, где существует экваториальная аномалия ионосферной плазмы [6], в полярных областях во время магнитных бурь и т. д. Во всех других случаях $Div\,\vec{v}$ на порядок меньше по сравнению с вихрем Ω_z, и на глобальных схемах системы крупномасштабных ветров общей циркуляции они не заметны. В случае солнечного вздутия на глобальной картине общей циркуляции в приэкваториальной области должны наблюдаться зоны схождения и расхождения ветров $(Div\vec{v} \neq 0)$ и вращение ветров вокруг центра подсолнечной точки $\left(\Delta P < 0\right)$ по часовой стрелке $\left(\Omega_z < 0\right)$, сопровождающиеся нисходящими движениями $\left(v_z < 0\right)$.

В следующем параграфе полученные выше теоретические выводы [18] будут подтверждены численными расчётами [19] при использовании известных моделей нейтральной атмосферы и ионосферы.

3.2. Влияние ионосферной плазмы на общую циркуляцию в верхней атмосфере. Численная модель

3.2.1. В предыдущем параграфе теоретически была показана возможность существования крупномасштабных вихрей в общей циркуляции атмосферы, обусловленных наличием горизонтальных градиентов давления, силы Кориолиса и электромагнитных сил в ионосфере. Выявлена существенная роль электромагнитных эффектов в общей циркуляции ветров в ионосфере на различных уровнях [18].

Для иллюстрации полученных выше выводов приводим результаты численных расчётов системы горизонтальных ветров в сферической системе координат. Для расчётов горизонтальных составляющих скоростей крупномасштабного ветра исходим из формул [4, 9]:

$$u = \left[\rho r\left(\Omega^2 + \lambda_{\perp 0}\lambda_{\perp}\right)\right]^{-1}\left[\Omega\partial P/\partial\varphi - \left(\lambda_{\perp}/\sin\varphi\right)\partial P/\partial\lambda\right], \qquad (3.2.1)$$

$$v = -\left[\rho r\left(\Omega^2 + \lambda_{\perp 0}\lambda_{\perp}\right)\right]^{-1}\left[\lambda_{\perp}\partial P/\partial\varphi + \left(\Omega/\sin\varphi\right)\partial P/\partial\lambda\right], \qquad (3.2.2)$$

где u, v – зональная и меридиональная составляющие скорости, ° – плотность воздуха, r – расстояние от центра Земли до рассматриваемой точки, ¯, · – соответственно дополнение широты и долгота,

$$\text{ª}_{\perp 0} = \pm_1 H_0^2 / \left(° c^2 \right), \quad \text{ª}_{\perp} = \pm_1 H_z^2 / \left(° c^2 \right),$$

$$\Omega = 2\text{µ}_z - \pm_2 H_0 H_z / \left(° c^2 \right), \; \text{µ}_z = \text{µ} \sin \text{¨},$$

$$H_z = H_0 \cos \text{¡}, \; H_0 = 0,5 H_p \left(1 + 3\sin^2 \text{¨} \right)^{1/2},$$

¨ – широта, ¡ – угол между напряжённостью магнитного поля и вертикалью, H_0 и H_p – соответственно значения H на широте ¨ и на полюсе.

Расчёты u и v велись с использованием модели Яккия-70 и модели ионосферы [21, 22].

3.2.2. Из глобальной системы крупномасштабных ветров для лета северного полушария, полученной из системы уравнений (3.2.1)-(3.2.2) при условии, что плазма в ионосфере отсутствует, $N_i = 0$, [3] видно, что нейтральная атмосфера характеризуется областями с чисто зональной циркуляцией в интервале 0 ÷ 6 ч и перетеканием ветров через полюс с утренней ионосферы на вечернюю. В согласии с приведёнными в [18] теоретическими выводами зоны дивергенции и конвергенции здесь не обнаруживаются. Картина ветров в южном полушарии симметрична с картиной в северном полушарии для летнего сезона и асимметрична для зимы.

Как показывают расчёты, учёт ионизации при чисто зональной циркуляции, характерной для нижних слоёв ионосферы, из-за различия на 1,5 порядка между концентрациями плазмы в ночной и дневной ионосфере приводит к большим скоростям ветра в ночной ионосфере и к существенному погашению скоростей в дневной ионосфере для всех сезонов в обоих полушариях.

На уровнях области F2 ионосферы получается картина ветров, на которой хорошо видны зоны расхождения и схождения ветров, обусловленных наличием большой поперечной составляющей к изобарам скорости нейтрального ветра ($u_{\text{ª}} \neq 0$). В частности, при равноденствии между 2 и 4 ч наблюдается схождение и расхождение между 14 и 16 ч вблизи экватора; летом область дивергенции находится между 12 и 16 ч, а зона конвергенции примерно одинакова с равноденственной зоной конвергенции. Кроме того, хорошо видны также области двух вихревых движений, начинающихся в областях дивергенции и заканчивающихся в областях конвергенции.

3.2.3. Отмеченные вихревые движения и области схождения и расхождения ветров наиболее чётко проявляются на плоской картине глобальной системы горизонтальных крупномасштабных ветров. Здесь выделяются 4 крупномасштабных вихря циклонического и антициклонического характера между 0 и 6 ч и антициклонического и циклонического характера между 12 и 24 ч в северном и южном полушариях соответственно [10].

На рис. 1 и 2 представлена система ветров для толщи ионосферы от 90 до 400 км для полуночной летней и зимней ионосфер в обоих полушариях.

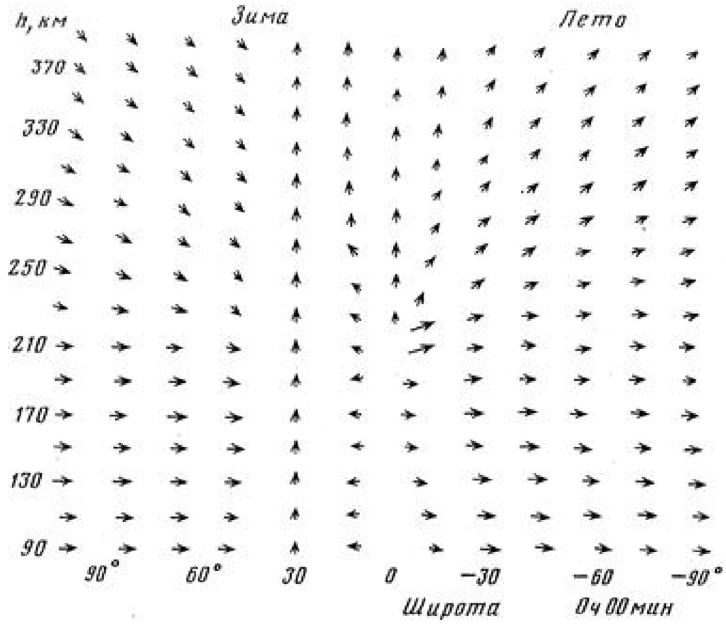


Рис. 3.2.1

На рис. 1, видны зоны: схождения ветров (между 15 и –15^0), расхождения ветров (между –15 и –30^0), схождения ветров (между –60 и –90^0. На рис. 3.2.2 зона схождения ветров находится в зимнем северном полушарии между 45 и 15^0, зона расхождения – между 15 и –15^0. Кроме того, наблюдаются большие вихри, охватывающие область ионосферы выше 210 км, где происходит нарушение геострофичности ветра. Отметим, что в случае равноденствия зоны схождения и расхождения ветров не обнаруживались; нарушение геострофичности в полночь также выше 210 км. В дневной ионосфере вертикальный масштаб вихревых движений возрастает дважды, так как в этом случае нарушение геострофичности ветра происходит в более низких слоях (выше 100 км).

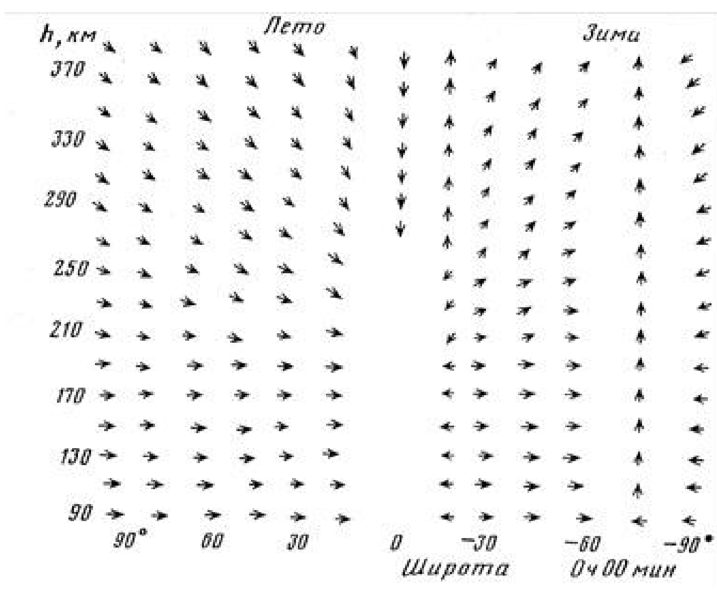


Рис. 3.2.2

3.2.4. Чтобы наглядно представить, к каким особенностям приводят зоны вихревых образований и схождения и расхождения ветров, построим для ночной ионосферы системы ветров для h ≥ 400 км и для h < 210 км (рис. 3.2.3).

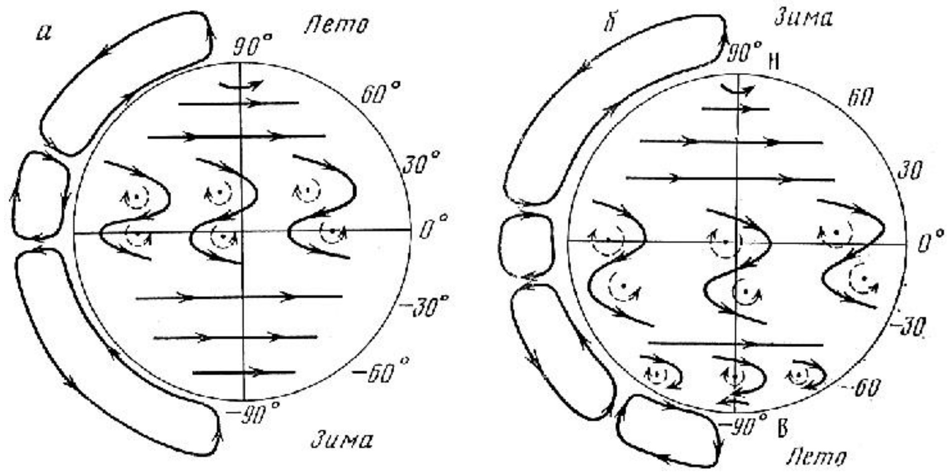


Рис. 3.2.3

На картинах ночной системы течений атмосферы, соответствующих полуночи, для которых сравнительно велики меридиональные градиенты давления, для зимы и лета северного полушария при h ≥ 400 км обнаруживаются зоны схождения ветров. На аномальных широтах, около + 30^0 и около $–20^0$ соответственно в зимних северном и южном полушариях в верхней ионосфере будут порождаться восходящие движения.

Из рис. 3.2.3 следует, что для полуночной ионосферы существуют вихревые зоны ветровых потоков вблизи экваториальных широт (аномальная область) и аномальной высокоширотной области (~70^0). Здесь штрихами показаны вихри циклонического и антициклонического характера, возникающие в ячейках крупномасштабных течений. Таким образом, согласно расчётам, вблизи экватора обнаруживаются системы вихрей, имеющие попарно противоположные направления вращения (см. рис 3.2.3). Со временем их взаимодействия друг с другом должны привести к их перемещению в противоположных зональных направлениях.

Как отмечалось уже в [18], горизонтальные вихревые движения порождают восходящие и нисходящие потоки вдоль оси вихря. В северном полушарии (см. рис. 3.2.3) полярный циклон должен дать на северном полюсе восходящий поток воздуха. В приэкваториальной области верхний ряд антициклонических вихрей (рис. 3а) должен давать нисходящие потоки воздуха, а нижний ряд системы циклонических вихрей – восходящие потоки воздуха. В южном полярном антициклоне имеем нисходящие потоки воздуха. Всё это приводит к системе замкнутых ячеек с вертикальной циркуляцией в меридиональном сечении, изображённой слева на рис. 3.2.3 а, б. Для лета имеются три такие ячейки (рис. 3.2.3 а), а для зимы – система из четырёх ячеек вертикальной циркуляции.

Картина течений ветров ниже 210 км, изображённая на рис. 3 для полудневной ионосферы, хорошо согласуется с моделью планетарной циркуляции на высотах 100 и 80 км [20].

Таким образом, проведённые нами аналитические и численные расчёты показывают, что в картине общей циркуляции в ионосфере должны присутствовать крупномасштабные вихревые образования и зоны схождения и расхождения ветров, приводящие к порождению восходящих и нисходящих потоков воздуха. Эти особенности общей циркуляции приводят и к переносу, и к перераспределению ионосферной плазмы как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях.

Следовательно, с одной стороны, изучение общей трёхмерной циркуляции в ионосфере позволяет выявить зоны аномально повышенной ионизации, с другой, экспериментальное обнаружение крупномасштабных областей повышенной ионизации на различных долготах и широтах в глобальном масштабе позволяет судить о наличии зон схождений и расхождений ветров и восходящих и нисходящих движений атмосферы в общей циркуляции в ионосфере.

3.3. Меридиональная циркуляция ветров в F-области ионосферы

3.3.1. Особое место в физике верхней атмосферы занимают исследования меридиональных течений, как составной части меридиональной циркуляции, играющей в общей циркуляции верхней атмосферы роль возмущающего фактора и способствующей динамическому взаимодействию различных слоёв ионосферы между собой. Несмотря на важность исследований меридиональных течений в динамике верхней атмосферы, они не только менее изучены, чем регулярные зональные течения, но остаются до сих пор практически не изученными [23, 24].

Ниже на основе численного решения упрощённых уравнений движения даётся картина системы горизонтальных крупномасштабных ветров ионосферы для различных сезонов и времени суток.

3.3.2. Горизонтальные крупномасштабные перемещения нейтральной атмосферы на ионосферных уровнях, подверженной закручивающему и тормозящему действию ионосферной плазмы, описываются следующими уравнениями движения и неразрывности:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P - \nu_{\perp 0}\mathbf{v}_{\perp} + 2\Omega\left[\mathbf{v}\nabla r\right],$$

$$div\,\vec{v} = 0\,, \qquad (3.3.1)$$

откуда для стационарного решения $\mathbf{v} = \{v, u\}$ имеем выражения [3, 4]:

$$\Omega = 2\omega\cos\theta + \left(\rho c^2\right)^{-1}\sigma_H H_0^2 \cos\chi\,,$$

$$\nu_{\perp 0} = \left(\rho c^2\right)^{-1}\sigma_{\perp} H_0^2,$$

$$\nu_{\perp} = \left(\rho c^2\right)^{-1}\sigma_{\perp} H_0^2 cos^2\chi\,, \qquad (3.3.2)$$

где $v_{\perp}$ – перпендикулярная направлению геомагнитного поля составляющая скорости ветра, v и u – меридиональная и зональная составляющие скорости ветра; P и ρ – давление и плотность среды; r, θ и ψ – расстояние от центра Земли, полярный угол (ко-широта) и азимут; χ – угол между вертикалью и направлением геомагнитного поля **H**, $H_0 = |\mathbf{H}|$; $\sigma_{\perp}$ и σ_H – поперечная и холловская проводимости; ω – угловая скорость вращения Земли; c – скорость света; t – время.

Расчёты скоростей ветра проводились с использованием моделей нейтральной атмосферы Яккия-70 и ионосферы [21, 22], результаты которых представлены на рис. 1–3.

На рис. 1а-в построены для периодов равноденствия (δ = 0^0), летнего (δ = $23{,}4^0$) и зимнего (δ = –$23{,}4^0$) солнцестояний зависимости скоростей меридиональных ветров от широты при различных фиксированных значениях высоты h над земной поверхностью (h = 200, 300 и 400 км), указанных около соответствующих кривых.

На рис. 2а–в построены линии тока, соответствующие полуночному полю скоростей ветра на высоте h ≈ 300 км, в плоскости меридионального сечения утро-вечер для зимы и лета, соответственно, (когда упоминается сезон без уточнения полушария, то имеется в виду сезон северного полушария).

На рис. 3 представлена широтная зависимость меридионального (сплошные линии) и зонального (штриховые линии) градиентов давления для периода зимнего солнцестояния и цифрами 1 и 4, 2 и 5, 3 и 6 обозначены кривые, соответствующие высотам 200, 300 и 400 км; значения градиентов давления, взятые с графиков, выражаются в системе СГС после перемножения их соответственно на 10^{-7}, 10^{-10} и 10^{-13}.

3.3.3. Как видно из сравнения кривых, представленных на рис. 1, меридиональные ветры имеют качественно одинаковый ход с широтой в северном и южном полушариях в периоды равноденствия и зимнего солнцестояния независимо от времени суток. Несколько отличается от них соответствующая картина ветров для периода летнего солнцестояния в северном полушарии (независимо от времени суток), а в южном полушарии (особенно в полдень) имеется качественное сходство между ними. Картина меридиональных течений в период равноденствия оказывается симметричной относительно экватора, где скорости v обращаются в нуль. Летом меридиональная компонента скорости исчезает вблизи широты 30^0N, а зимой меридиональные скорости ветра от нулевого значения растут, проходя через максимумы, и затем спадают до нуля на полюсе на высотах h ≤ 200 км, а на высотах h = 300 и h = 400 км принимают значения, лежащие вблизи 50 м/с, причём ветвь кривой с h = 400 км, пересекая кривую с h = 300 км, поднимается выше последней с широты φ ≈ ± 60^0 с приближением к полюсам. На низких же широтах кривые располагаются в обратном порядке: скорости возрастают с опусканием на меньшие высоты в ионосфере. В случае лета на низких широтах расположение кривых противоположно их распределению при δ = 0^0 и δ = – $23{,}4^0$, а на высоких широтах концы ветвей всех кривых приподняты к бо́льшим, чем зимой и в равноденствие, значениям скоростей на полюсе; причём, превышение скоростей на h = 400 км над значениями их на h = 300 км происходит с приближением к полюсу в северном полушарии, начиная с φ ≈ 60^0 N, а в южном – с φ ≈ 30^0 S. Обращает на себя внимание также факт исчезновения максимумов скоростей в полуночной ионосфере на всех высотах и их слабая выраженность в полуденной ионосфере северного полушария.

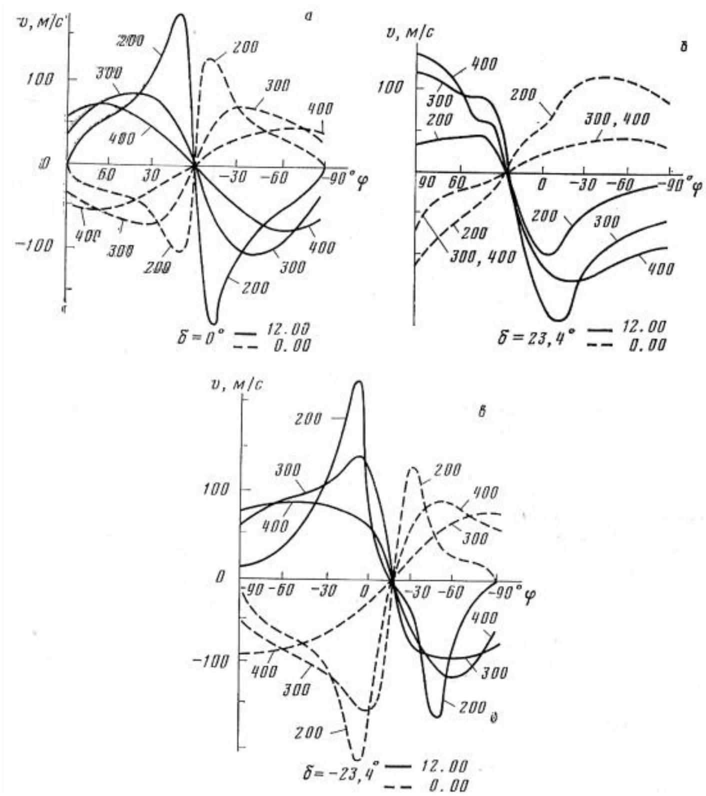


Рис. 1

Картина течений полуночных ветров на h ≈ 300 км для лета и зимы, представленная на рис. 2а, б, наглядно иллюстрирует описанную выше ситуацию (по рис. 1б, в), обнаруживая поразительное сходство с тропосферными пассатами, со штилевыми (“конскими”) широтами, являясь как бы их зеркальным отображением в области F ионосферы.

На указанных (рис. 2) широтах (30^0 N и 20^0 S) схождения течений ветров, как показано ниже, порождают вертикальные движения атмосферы, замыкающиеся в меридиональные циркуляционные ячейки, как их составная часть. Полученная в [18] горизонтальная система вихрей на h < 200 км вблизи указанных широт послужила основанием для выдвижения механизма возникновения вертикальных движений. На h ~ 300 км, как видно из рис. 2, вихревая структура течений на φ = 30^0 N и 20^0 S нарушается, но особенность сходящегося течения, благодаря которой на указанных высотах поддерживаются восходящие потоки воздуха, возникающие на более низких уровнях, сохраняется. На h > 300 км до h = 400 км имеется тенденция к потенциальности течения ветров, однако вихрь скорости существует, хотя и мал, а на высоте h ~ 500 км особенность сходящегося течения исчезает,

исчезает и вертикальная составляющая скорости, и тем самым фактически определяется верхняя граница вертикальной меридиональной ячейки в F-области ионосферы.

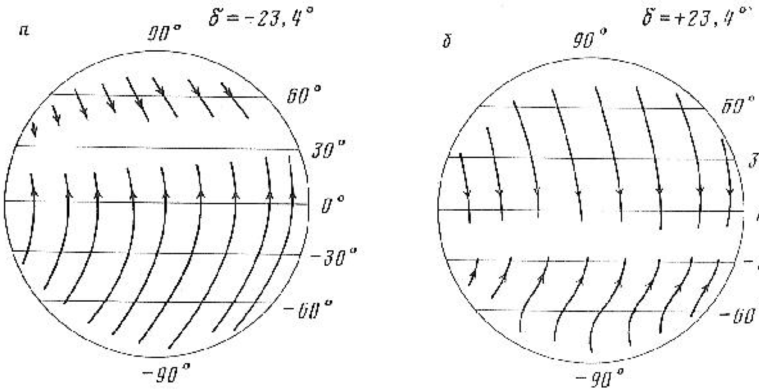


Рис. 2

На высоте h ≈ 300 км поле скоростей ветра приблизительно описывается формулами

$$v \approx \left({}^{\circ}\text{a}_{\perp} r \right)^{-1} \frac{\partial P}{\partial ¯}, \quad u \approx -\left({}^{\circ}\text{a}_{\perp 0} \sin ¯ \right)^{-1} \frac{\partial P}{\partial \cdot}. \qquad (3.3.3)$$

Более того, $\partial P / \partial \cdot < \partial P / \partial ¯$ и u < v, т. е. превалируют меридиональные ветры, что хорошо видно на рис. 2. Учитывая это обстоятельство, можно оценить значение скорости восходящего потока воздуха для среднеширотной ионосферы в приближении β-плоскости, полагая для h ≈ 300 км:

$$r = R + h,\ R = 6{,}4 \cdot 10^{8}\ см,\ H_0 = 0{,}5\ Гс,\ \cos^2 ¡ = 0{,}7;\ \Delta h = 5 \cdot 10^{6} см,$$

$$\overline{\pm_{\perp}} c^{-2} = 2 \cdot 10^{-16} СГСМ,\ \ \partial^2 P / \partial ¯^{2} = 0{,}4 \cdot 10^{-12} \frac{г}{см \cdot c^2 \cdot град}, \qquad (3.3.4)$$

из уравнения непрерывности в указанном приближении, сохраняя для удобства сферические координаты, получим

$$w \approx \frac{1}{R} \frac{c^2}{\overline{\pm_{\perp}} H_0^2 \cos^2 ¡} \frac{\partial^2 P}{\partial ¯^{2}} \Delta h \approx 1 м \cdot c^{-1}. \qquad (3.3.5)$$

3.3.4. Из сопоставления соответствующих кривых для полудня зимы рис. 1в и рис. 3 нетрудно проследить за упомянутой выше тенденцией течения ветров к потенциальному характеру, сопровождающейся возрастанием степени агеострофичности ветра в области F и уменьшением величины вертикального вихря. Одинаковый ход изменения v и градиента давления $\partial P / \partial ¯$ (сплошные кривые) вдоль широты можно наблюдать, привлекая (3.3.3) для установления знака меридиональных скоростей. Легко видеть сдвиг фаз по широте, примерно равный φ ≈ 30^0 N, и совпадение по фазе с усреднённой по широте кривой $\partial P / \partial \cdot$ (во избежание загромождения чертежа, она не нанесена на рис. 3) на высотах 300 и 400 км в северном полушарии; в южном полушарии для тех же высот ход кривых v и усреднённых значений $\partial P / \partial ¯$ примерно одинаков, в то время как изменения v и $\partial P / \partial \cdot$ по φ происходят в противофазе друг с другом. Что касается поведения соответствующих кривых на высотах h ≤ 200 км, то, как видно из рис. 3, градиенты $\partial P / \partial ¯$ и $\partial P / \partial \cdot$ ведут себя различным образом друг относительно друга, а из сопоставления их с кривыми рис. 1 обнаруживается бóльшая роль зональных градиентов давления $\partial P / \partial \cdot$, чем градиентов $\partial P / \partial ¯$ (в полуночной ионосфере геострофичность ветра нарушается выше h = 200 км [10, 24 - 26]). Таким образом, о нарушении геострофичности ветра можно судить по меридиональной составляющей скорости ветра, выступающей в качестве индикатора агеострофичности ветра в области F ионосферы, где эффективно проявляется сила индукционного торможения.

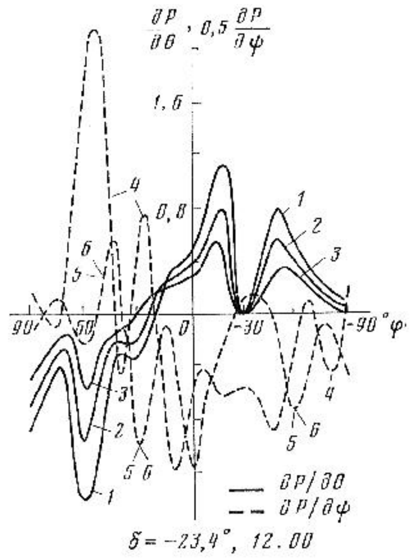


Рис. 3

3.3.5. Полученные результаты качественно согласуются с оценками [2, 4] и численными расчётами $v\left(\ddot{}\right)$, выполненными в [7], согласно которым вблизи экваториальной зоны обнаруживается также чёткий узкий максимум (авторы указанной работы ограничились в своих расчётах лишь фиксированной высотой 300 км). В [7] не делается различия между $v\left(\ddot{}\right)$ для периодов летнего и зимнего солнцестояний, в то время как на рис. 1б, в видно качественное различие между ними в обоих полушариях; симметрия существует лишь для периода равноденствия (рис. 1а). В [7] в период солнцестояния (летнего и зимнего) максимум кривой v (φ) более размыт в южном полушарии, чем в северном. В нашем случае примерно такая ситуация выполняется в период зимнего солнцестояния и обратная – в период летнего солнцестояния в северном полушарии (рис. 1б, в). В последнем случае максимум кривой v (φ) в северном полушарии выражен сильнее выше уровня $h_m F2$ и слабее – ниже него. Таким образом, из изложенного выше следует существенная зависимость скорости меридионального ветра v от широты, высоты, сезона и времени суток, которая отражает магнито-термо-гидродинамические эффекты, диагностически определяемые формулами (2) и использованными эмпирическими моделями нейтральной атмосферы и ионосферы.

ЛИТЕРАТУРА к III главе

1.Хантадзе А. Г. Некоторые вопросы динамики проводящей атмосферы. Тбилиси: Мецниереба, 1973.
2. Докучаев В. П. Изв. АН СССР. Сер. Геофиз., 1959, N 5, с. 781.
3. Новиков Е. А. Изв. АН СССР. Сер. Геофиз., 1960, N 11.
4. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М.: Наука, 1974, 256 с.
5. Казимировский Э. С. Движения в ионосфере. Новосибирск: Наука, 1979, 344 с.
6. Акасофу С.-И., Чепмен С. Солнечно-земная физика. Ч. 1. М.: Мир, 1974.
7. Blum P. W., Harris I. J. Atmos. Terr. Phys., 1975, v. 37, p. 193.
8. Ветер в ионосфере / под ред. Э. С. Казимировского. Л.: Гидрометеоиздат, 1969.
9. Хантадзе А. Г., Гвелесиани А. И., Курцхалия Е. Г. В кн.: Ионосферные исследования, М.: Советское радио, 1977, № 24, с. 6.
10. Гвелесиани А. И., Курцхалия Е. Г. В кн.: Ионосферные исследования, М.: Советское радио, 1977, № 24, с. 15.

11. Creekmore S. P., Straus J. M., Harris R. M., Ching B. K., Chin Y. T. J. Atmos. Terr. Phys., 1975, v. 37, p. 491; 1245.
12. Ill M., Clairemido J., Falin J.-L. Planet. Space Sci., 1975, v. 23, p. 401.
13. Альперт Я. Л. Распространение электромагнитных волн в ионосфере. М.: Наука, 1972.
14. Эмпирические модели среднеширотной ионосферы / под ред. Фаткуллина М. Н. М.: Наука, 1975.
15. Stubbe P. Das photochemische, dynamische und thermodynamische Verhalten der oberen Ionosphare. Mitteilungen Max-Plank-Institut fur Aeronomie, 1974, 52 (1), 91.
17. Rishbeth H. R., Moffett R. J., Bailey G. I. J. Atmos. Terr. Phys., 1969, v. 31, p. 1035.
18. Хантадзе А. Г., Гвелесиани А. И. Геомагнетизм и аэрономия, 1981, т. 21, с. 988.
19.Хантадзе А. Г., Гвелесиани А. И. Геомагнетизм и аэрономия, 1982, т. 22, с. 86.
20. Kochanski A. J. Geophys. Res., 1963, v. 68, p. 213.
21 Jacchia L. G. New static models of the thermosphere and exosphere with empirical temperature profiles. G. Smith. Astrophys. Observ. Spec. Rep. 1970, N 313, 87 p.
22. Эмпирические модели среднеширотной ионосферы / под ред. Фаткуллина М. Н. М.: Наука, 1975.
23. Казимировский Э. С., Кокоуров В. Д. Движения в ионосфере. Новосибирск: Наука, 1979, 344 с.
24. Гвелесиани А. И. О глобальной циркуляции атмосферы на ионосферных уровнях. Труды Института геофизики им. Михаила Нодиа, 2020, т. LXX, сс. 78-90.
25. Гвелесиани А. И., Е. Г. Курцхалия. О поле скоростей крупномасштабного ветра в ионосфере. Геомагнетизм и аэрономия, 1983, т. 23, N 1, сс. 147 – 148.
26. Гвелесиани А. И., Е. Г. Курцхалия. О возмущённом крупномасштабном вихре в ионосфере. Геомагнетизм и аэрономия, 1983, т. 23, N 5, сс. 858 – 859.

ГЛАВА 4. ВЕТРОВЫЕ И ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ НА ИОНОСФЕРНЫХ УРОВНЯХ

4.1. Магнитогидродинамика ионосферы

В первых трёх главах были изложены известные ранние и собственные результаты исследований движений проводящей атмосферы на ионосферных уровнях. В данной главе анализируются достижения в свете проблем динамики слабо ионизованной ионосферной плазмы за последние три десятилетия: система нейтральных ветров, крупномасштабные вихревые структуры планетарного масштаба, условия динамической возможности движения в магнитной гидродинамике, известные и новые ветви малых колебаний верхней атмосферы и особенности распространения электромагнитных волн в турбулентной среде. Вместе с тем ледует отметить отсутствие новых обзорных работ по вышеперечисленной тематике. При выборе материала, разумеется, не последнюю роль сыграли собственные научные интересы автора и соавторов.

В последнее время проблема изучения динамики крупномасштабных ($10^3 \div 10^4$ км) движений в ионосере, на фоне которых протекают почти все физико-химические процессы, находится в центре внимания исследователей верхней атмосферы. Это обусловлено тем, что атмосфера на рассматриваемых высотах $(80 \div 600)$ км представляет собой слабоионизированную плазму, заряженная компонента которой мгновенно реагирует на всякое изменение динамического режима нейтральной компоненты ионосферы. При этом отклик ионосферной плазмы на динамическое воздействие, в виде собственных (фоновых) колебаний, носит электромагнитный характер, распространяется в среде со скоростью выше 1 км/сек и содержит ценную информацию о внешних источниках и электродинамических процессах, разыгрывающихся в это время в верхней атмосфере. Особенно чётко они проявляются на мировой сети ионосферных и магнитных обсерваторий во время магнитных бурь, суббурь [1], землетрясений [2-4], запуска космических аппаратов [7,8] и т.д. В последнем случае отклик выявляется как уединённая крупномасштабная вихревая структура циклонического и антициклонического характера. Расшифровка отклика ионосферной плазмы представляет собой центральную задачу исследователей верхней атмосферы и околоземного космического пространства.

В отличие от тропосферы, где погодообразующие низкочастотные $(10^{-4} \div 10^{-6})$ $сек^{-1}$ процессы планетарного масштаба протекают очень медленно, со скоростью местных преобладающих ветров $(5 \div 20)$ м/сек [9-11] в ионосфере, крупномасштабные динамические процессы, как показывают наблюдения [9,12,13], имеют довольно широкие временные (от десятка секунд до нескольких часов для электромагнитных планетарных волн и от двух дней до двух недель и выше, для волн типа волн Россби) и скоростные (от $10 \div 100$ м/сек до нескольких десятков км/сек) спектры [9] (то, что время глобальных воздействий на ионосферу вышеуказанных источников попадает во временной диапазон частот электромагнитных планетарных волн [8], приводит к сильному резонансному усилению амплитуд этих волновых колебаний и позволяет по запаздыванию возмущения чётко регистрировать их на мировой сети ионосферных и магнитных обсерваторий, удалённых друг от друга на тысячи километров).

Характерная особенность динамических процессов верхней атмосферы обусловлена существованием здесь электропроводящей компоненты у атмосферы и действием на эту компоненту геомагнитного поля. Наличие анизотропной электропроводности и неоднородного геомагнитного поля придаёт верхней атмосфере Земли дополнительную упругость электромагнитной природы. В результате динамические процессы в ионосфере, представляющей собой трёхкомпонентную жидкость, будут определяться не только давлением нейтральных молекул (нейтрального газа) P_m, но и давлением электронов (электронного газа) P_e, ионов (ионного газа) P_i и давлением геомагнитного поля $P_H = H_0^2/8\pi = Q^2/8\pi r^6$, здесь H_0 – величина напряжённости геомагнитного поля, $Q = 8{,}1 \cdot 10^{25}\, Гс/см^3$ – величина магнитного дипольного момента Земли, r – расстояние от центра Земли до рассматриваемой точки. Магнитное давление P_H в областях E и F ионосферы ($80 \div 600$ км) почти не меняется с высотой и примерно равно $4 \cdot 10^{-3}\, дн/см^2$. Давление же молекул P_m, наоборот, уменьшается с высотой очень быстро (экспоненциально) и уже на высоте 130 км $P_m \approx P_H$ [15]. Давление ионосферной плазмы $P_{пл} = P_e + P_i \approx 2NkT_e$ всегда намного меньше, чем P_m и P_H. Так, например, даже для максимальных значений концентраций ионосферной плазмы $N \sim 10^7\, см^{-3}$ и температуры электронов $T_e \approx 2000^0 K$ плазменное давление $P_{пл} = 10^{-5}\, дн/см^2$. Поэтому для интервала высот $80 \div 600$ км, исключая диффузионные процессы [14], действием плазменного давления на ионосферную среду можно пренебречь.

Из вышеизложенного следует, что динамические процессы в ионосфере в зависимости от высоты, будут определяться либо давлением нейтрального газа P_m, (область высот $80 \div 130$ км), либо давлением геомагнитного поля P_H (область высот выше 130 км). Интенсивность влияния того или иного фактора будет существенным образом зависеть как от степени ионизации среды $\alpha = N/N_m$, так и от значений гирочастот электронов $\omega_e = eH_0/mc$, ионов $\omega_i = eH_0/Mc$, а также от частот столкновений заряженных частиц друг с другом ν_{ei} и с нейтральными молекулами ν_{em}, ν_{im}. Здесь e – элементарный заряд, m и M – соответственно массы электронов и ионов, c – скорость света, N_m – концентрация нейтральных молекул. В ионосфере в обасти высот $80 \div 600$ км $\omega_e \approx 10^7\, сек^{-1}$, $\omega_i \approx (1.5 \div 3) \cdot 10^2\, сек^{-1}$. Максимальные значения частот соударений в нижней части E - области ионосферы ($80 \div 130$ км) равны соответственно $\nu_{ei} \approx 10^4\, сек^{-1}$, $\nu_{em} \approx 10^5\, сек^{-1}$, $\omega_{im} \approx 10^3 \div 10^4\, сек^{-1}$ [18]. Поэтому здесь всегда выполняются неравенства:

$$\omega_e >> \nu_e, \quad \omega_i << \nu_{im}, \qquad (4.1.1)$$

где $\nu_e = \nu_{ei} + \nu_{em}$

Следовательно, в этой области верхней атмосферы электроны замагнитчены (геомагнитные силовые линии вморожены в электронную компоненту), а ионы – нет. Ионы, как пассивная примесь, полностью увлекаются нейтральными частицами [9,15]. Так как частоты соударений очень быстро уменьшаются с высотой, начиная со 120 км и выше, второе неравенство (4.1.1) нарушается и принимает вид:

$$\omega_i > \nu_{im} \;. \qquad (4.1.2)$$

Соответственно, в верхней E области ионосферы и в области F плазменная компонента атмосферы будет полностью замагничена. С учётом приведённых неравенств общие выражения для коэффициентов проводимостей Холла σ_H и Педерсена (поперечная проводимость) $\sigma_\perp$ упрощаются и принимают вид [9]:

$$\sigma_H = \frac{eNc}{H_0}, \quad \sigma_\perp = \frac{e^2 N}{M\nu_{im}}, \quad \frac{\sigma_H}{\sigma_\perp} = \frac{\nu_{im}}{\omega_i} >> 1, \qquad (4.1.3)$$

для нижней E - области ионосферы ($80 \div 130$ км), которую называют также областью Холла. Для низкочастотных, медленных, планетарных волн(L ~ $10^3 \div 10^4$ км) в этой области атмосферы всегда выполняется неравенство: $\mu << \mu_i < ¬_{im}$, т.е. частота столкновений $¬_{im}$ больше характерных частот волны μ и циклотронной частоты ионов μ_i; тем не менее, волновое уравнение в этой области верхней атмосферы не содержит частоты столкновений из-за эффекта Холла (см. (4.1.3)), и определяющая роль столкновений проявляется в форме волнового уравнения, учитывающего гироскопический эффект, обусловленный геомагнитным полем.

Для верхней части области E и F $(130 \div 600$ км) соответственно будем иметь

$$\pm_H = e^2 N\left(\frac{1}{m\mu_e} - \frac{1}{M\mu_i}\right) = 0, \quad \pm_\perp = \frac{NMc^2¬_{im}}{H_0^2}. \quad (4.1.4)$$

Из (4.1.3) следует, что в нижней E - области ионосферы можно пренебречь поперечной проводимостью $\pm_\perp$ по сравнению с холловской $\pm_H$. Из (4.1.3) также следует, что $\pm_H$ не зависит от частоты столкновений частиц и, следовательно, как было выше указано, не вносит вклада в диссипацию энергии движения. Электромагнитная сила Ампера, действующая на единицу массы, $\vec{F}_A = \frac{1}{°c}[\vec{j}\vec{H}_0]$, обусловленная током Холла, имеет гироскопический характер и действует на среду подобно силе Кориолиса $\mathbf{F_A} = \frac{N}{N_m}[\mathbf{V}\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i}]$. В верхней части области E и F сила Ампера, обусловленная проводимостью Педерсена, имеет диссипативный характер и принимает вид релеевского трения $\mathbf{F}_\perp = -\frac{N}{N_m}¬_{im}\mathbf{V}_\perp = -ª\,\mathbf{V}_\perp$, где $\mathbf{V}_\perp = \mathbf{V} - \frac{(\mathbf{VH_0})\mathbf{H_0}}{H_0^2}$, $\mathbf{V}$ – скорость нейтралов. В области высот $80 \div 115$ км существенным фактором диссипации движения является также турбулентное перемешивание [11,10]**.**

С учётом вышесказанного уравнение движения среды в Е-области ионосферы можно представить в виде:

$$° \frac{d\,\mathbf{V}}{dt} = -grad\,P + °\,\mathbf{g} + °\,[\mathbf{V}\cdot 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}] + °_i[\mathbf{V}\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i}] + ¬\,\frac{\partial^2\mathbf{V}}{\partial z^2}. \quad (4.1.5)$$

Так как в выражение (4.1.5) не входит индуцированное движением магнитное поле $\mathbf{h}$, уравнение (4.1.5) вместе с уравнением неразрывности

$$\frac{\partial °}{\partial t} + div\,°\,\mathbf{V} = 0 \quad (4.1.6)$$

и притока тепла

$$\frac{dP}{dt} + ¥\,P div\mathbf{V} = £. \quad (4.1.7)$$

При заданной величине притока тепла £ система будет замкнутой. Здесь P и $° = MN_m$ – давление и плотность нейтралов, $\mathbf{g}$ – вектор ускорения силы тяжести, $\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}$ – вектор угловой скорости вращения Земли (всегда направлен с юга на север), ¬ – коэффициент турбулентного перемешивания, $°_i = M_i N_i$ – плотность ионов, z – вертикальная координата, ¥ – показатель политропы.

Система (1.5) - (1.7) представляет собой обычные уравнения гидродинамики атмосферы, в которых фигурирует дополнительная механическая сила магнитной природы типа силы Кориолиса, обусловленная наличием геомагнитного поля $\mathbf{H_0}$ и электропроводностью Холла, силы релеевского трения, обусловленной проводимостью Педерсена [9].

В этом приближении в E - области ионосферы в нейтральной компоненте, как и ионной (вследствие полного увлечения $V \approx V_i$), возникновение крупномасштабных волн электромагнитной природы невозможны. Скорость электронной компоненты в E - области ионосферы с учётом $V_e >> V \approx V_i$ [15] непосредственно определяется с помощью плотности тока $\mathbf{j}$ в виде:

$$\mathbf{V_e} \approx -\frac{1}{eN}\mathbf{j} = -\frac{c}{4\pi eN} rot\,\mathbf{h}\,. \qquad (4.1.8)$$

Индуцированное магнитное поле $\mathbf{h}$ в этом случае находится из замкнутого уравнения Максвелла:

$$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} = rot[\mathbf{V_e} \cdot \mathbf{H_0}] = -\frac{c}{4\pi eN} rot[rot\,\mathbf{h} \cdot \mathbf{H_0}], \qquad (4.1.9)$$

здесь $\mathbf{H_0}$ – вектор напряжённости геомагнитнолго поля (всегда направлен с юга на север), $\mathbf{h}$ – его возмущение (отклонение от $\mathbf{H_0}$).

Уравнение (4.1.9) в E - области ионосферы для среднемасштабных процессов (L ≤ 10^3 км), как точное решение, содержит колебательную ветвь геликонов (“атмосферных свистов”), а для крупномасштабных процессов ($L \sim 10^2 \div 10^4$ км), когда нельзя пренебречь эффектом неоднородности геомагнитного поля ($\nabla \mathbf{H_0} \neq 0$), как будет показано ниже, описывает электромагнитные планетарные волны (новая ветвь электромагнитных колебаний ионосферного резонатора) [18].

В F - области ионосферы, где плазменная компонента атмосферы полностью замагнитчена, сила Ампера принимает вид упругой электромагнитной силы

$$\mathbf{F_A} = \frac{1}{4\pi}[rot\,\mathbf{h} \cdot \mathbf{H_0}] \qquad (4.1.10)$$

и замкнутая система уравнений однокомпонентной магнитной гидродинамики, при заданном притоке тепла £, с учётом уравнений (4.1.6) и (4.1.7) можно представить в виде [9]:

$$\rho \frac{d\,\mathbf{V}}{dt} = -grad\,P + \rho\,\mathbf{g} + \rho\,[\mathbf{V} \cdot 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}] + \frac{1}{4\pi}[rot\,\mathbf{h} \cdot \mathbf{H_0}], \qquad (4.1.11)$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} = rot[\mathbf{V} \cdot \mathbf{H_0}] + rot\left[\mathbf{H_0}\,\frac{1}{\rho\,¡¬_{im}}\frac{1}{4\pi}[rot\,\mathbf{h} \cdot \mathbf{H_0}]\right]. \qquad (4.1.12)$$

Для нижней E - области ионосферы, взяв rot от обеих частей уравнения (4.1.5), для несжимаемой атмосферы, при условии отсутствия диссипативных сил, найдём фундаментальное условие сохраняемости нового инварианта [16]:

$$helm\left(rot\,\mathbf{V} + 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0} + \frac{N}{N_m}\frac{e}{M_e}\mathbf{H_0}\right) = 0\,. \qquad (4.1.13)$$

Здесь оператор $helm$, введённый Фридманом в честь Гельмгольца, для любого векторного поля $\mathbf{a}$ имеет вид [17]:

$$helm\,\mathbf{a} = \frac{\partial\,\mathbf{a}}{\partial t} - rot[\mathbf{V}\cdot\mathbf{a}] + \mathbf{V}div\,\mathbf{a}\,. \qquad (4.1.14)$$

Равенство $helm\,\mathbf{a} = 0$ означает сохраняемость (вмороженность) как силовых линий вектора $\mathbf{a}$, так и интенсивности векторных трубок [17].

В отсутствие магнитного поля ($\mathbf{H_0} = 0$) из (4.1.13) следует известное условие сохраняемости (вмороженности) абсолютного вихря $rot\,\mathbf{V} + 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}$ [24], которое как частный случай содержит медленные погодообразующие планетарные волны Россби, обусловленные неоднородностью угловой скорости вращения Земли $\nabla\mu_0 \neq 0$. В минимумах и максимумах планетарной волны всегда располагаются тропосферные циклоны и антициклоны, которые перемещаются вместе с волной со скоростью среднего зонального ветра (~10 м/сек) и фактически определяют региональную погоду в нижней атмосфере Земли.

Из выражения (4.1.13) следует фундаментальное заключение: в нижней части E - области ионосферы, наряду с волной Россби, должны существовать медленные и быстрые планетарные волны, обусловленные неоднородностью геомагнитного поля ∇H_0.

Для F-области ионосферы из (4.1.11) и (4.1.12) получим:

$$helm(rot\,\mathbf{V} + 2\boldsymbol{\omega}_0) = rot\frac{1}{4®°}[rot\,\mathbf{h}\cdot\mathbf{H_0}], \qquad (4.1.15)$$

$$helm\,\mathbf{H} = 0, \qquad (4.1.16)$$

где $\mathbf{H} = \mathbf{H_0} + \mathbf{h}$.

Уравнение (4.1.15) показывает частичную вмороженность абсолютного вихря, а (4.1.16) – полную вмороженность магнитного поля $\mathbf{H}$ в F - области ионосферы. Уравнения (4.1.13) и (4.1.15) являются обобщёнными вихревыми уравнениями Фридмана-Гельмгольца для этой области верхней атмосферы и, как будет показано ниже, эти фундаментальные уравнения магнитной гидродинамики, наряду с волнами Альвена и Россби, естественным образом содержат новые ветви планетарных волн электромагнитной природы. При $H_0 \to 0$ (4.1.15) переходит в уравнение Фридмана для абсолютного вихря $rot\,\mathbf{V} + 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}$, а при $H_0 \to 0$ и $\nabla\mu_0 \to 0$ – в классическое уравнение Гельмгольца для вихря скорости $rot\,\mathbf{V}$ [9]. Эти уравнения обладают той замечательной особенностью, что производная по времени от вихря скорости $d\,rot\,\mathbf{V}/dt$ для крупномасштабных процессов является одним из главных членов. (Этим свойством не обладают уравнения движения (4.1.5) и (4.1.11), в которых инерционный член $° d\mathbf{V}/dt$ пренебрежимо мал по сравнению с остальными). Это даёт возможность при отсутствии достаточно полных сведений о главных действующих силах (градиент давления, сила тяжести) составить прогностические уравнения и осуществить численное интегрирование. Другой важной особенностью уравнения Фридмана-Гельмгольца, по сравнению с уравнением движения Эйлера, является естественный учёт эффектов неоднородностей угловой скорости вращения Земли $\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}$ и геомагнитного поля $\mathbf{H_0}$. Наконец, уравнение Фридмана-Гельмгольца, как будет в дальнейшем показано, является основным условием динамической возможности движения, в котором $rot\,\mathbf{V}$ всегда отличен от нуля.

Уравнения (4.1.13), (4.1.15) и (4.1.16) содержат полную информацию об эволюции вихрей и планетарных волн, обусловленных действующими в жидкости неконсервативными силами ($rot\,\mathbf{F} \neq 0$). В условиях ионосферы – это силы Кориолиса $\mathbf{F_K} = °\,[\mathbf{V} \cdot 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}]$ и Ампера $\mathbf{F_A} = [rot\,\mathbf{h} \cdot \mathbf{H_0}]/4®$.

Резюмируя, можем заключить, что земная атмосфера в *E*-области ($80 \div 150$ км) ведёт себя, в основном, как нейтральная среда. Ионная компонента плазмы здесь присутствует как пассивная примесь и перемещается вместе с нейтральной компонентой ($V_i \approx V$) [9,15]. Динамические процессы в этой области верхней атмосферы, в основном, будут контролироваться давлением нейтрального газа P . Электронная компонента, которая здесь полностью замагничена, контролируется геомагнитным полем $(P_H / P_e >> 1)$ и, независимо от нейтралов, перемещается с дрейфовой скоростью $\mathbf{V_e} = c\,[\mathbf{E} \cdot \mathbf{H_0}]/H_0^2 = \mathbf{V_d}$, обусловленной вихревым электрическим полем, величина которого для крупномасштабных процессов, как было показано в [25], значительно превосходит динамо-поле, генерируемое в ионосфере ветровым механизмом $\mathbf{E_d} = [\mathbf{V} \cdot \mathbf{H_0}]/c$. Возникновение и развитие крупномасштабных вихревых и волновых движений в этой области верхней атмосферы необходимо исследовать на основе модели трёхжидкостной гидродинамики: для нейтралов и ионов $(\mathbf{V} = \mathbf{V_i})$ уравнения (4.1.5)-(4.1.7), для электронов – уравнения (4.1.8)-(4.1.9). Динамические процессы в нейтральной компоненте будут иметь гидродинамический характер и для крупномасштабных низкочастотных процессов должны протекать сравнительно медленно, со скоростью преобладающих ионосферных ветров ($10 \div 100$ м/сек). Для электронов крупномасштабные процессы будут быстрыми ($800 \div 900$ м/сек – 1÷7 км/сек), а волновые движения должны иметь электромагнитную природу.

В *F*-области ($150 \div 600$ км) электроны и ионы полностью замагничены, $\mu_e >> ¬_e$, $\mu_i >> ¬_{im}$. Они жёстко связаны с силовыми линиями геомагнитного поля и их движение, в основном, будет контролироваться давлением геомагнитного поля $((P_H / P) >> 1)$. Нейтралы, из-за равенства масс молекул и ионов, будут эффективно вовлекаться в движение, и возмущение в нейтральной компоненте будут распространяться с характерной скоростью $\mathbf{U_A} = \mathbf{H_0}/\sqrt{4®°}$, которая в этой области верхней атмосферы изменяется от $100 \div 300$ м/сек до $2 \div 10$ км/сек [7,8]. Динамические процессы в *F*-области необходимо исследовать на основе одножидкостной модели магнитной гидродинамики ионосферы (уравнения (4.1.11), (4.1.12), (4.1.15), (4.1.16)). Здесь динамические процессы будут иметь магнитогидродинамический характер и протекать значительно быстрее, чем в *E*-области ионосферы. При этом, как следует из уравнения (4.1.12), движение здесь будет киненматически возможным лишь при скоростях, удовлетворяющих уравнению индукции Максвелла (4.1.12). Этот факт, во-первых, существенно ограничивает кинематическую произвольность движения в *F*-области ионосферы и, во-вторых, показывает, что динамически возможные движения должны осуществляться лишь при скоростях, удовлетворяющих уравнению (4.1.12). Уравнение индукции, как и уравнение Фридмана-Гельмгольца (4.1.15), естественным образом содержит неоднородность геомагнитного поля.

4.2. Ветровые системы на ионосферных уровнях

Движения воздушных масс в ионосфере характеризуются сильной изменчивостью во времени и пространстве. Из имеющихся в настоящее время экспериментальных данных следует, что в ионосфере существуют шлобальные циркуляционные системы ветров (преобладающие ветры, обусловленные вращением Земли и неравномерностью нагрева полярных и экваториальных областей атмосферы), приливные течения, которые наиболее сильно выражены на ионосферных высотах, волновые движенитя гидродинамической и электромагнитной природы и, наконец, разного рода вихревые и неоднородные образования с той или иной продолжительностью “жизни”. Сложная кинематическая и динамическая структура движений в ионосфере объясняется большим многообразием сил, действующих на “атмосферную частицу”, вращением Земли и сравнительно большой электропроводностью воздушных масс в верхней атмосфере. Выше 80 км на движение атмосферы, как было показано выше, существенное влияние оказывает также магнитное поле Земли.

Наблюдения над воздушными движениями в ионосфере, их интерпретация и обобщение составляет один из наиболее сложных разделов физики высоких слоёв атмосферы.

Ниже на основе упрощённых уравнений магнитной гидродинамики ионосферы даются простые теоеретические модели ветровых движений в E и F-областях ионосферы. Ценность таких моделей должна заключаться в отражении ими главных особенностей динамических процессов в верхней атмосфере и возможности на их основе объяснить ряд закономерностей ионосферных ветров, подтвеждающихся прямыми и наземными наблюдениями в верхней атмосфере Земли.

В дальнейшем нас будут интересовать, в основном, крупномасштабные ветровые течения в ионосфере, имеющие горизонтальны пространственный масштаб L порядка 100 км и выше, вертикальный масштаб H = RT/g порядка шкалы высот и временной масштаб τ_0 порядка полусуток. Именно такие ветровые движения связаны сглобальными распределениями структуры ионосферы и её длиннопериодными временными вариациями. суточными, сезонными, 27-дневными, 11-летними и т.д.

Учитывая, что на расстояниях L и H макроскопические параметры среды меняются на порядок величины, а также, что $H/L \sim 10^{-2} \ll 1$ и $V_L = L/\tau_0 \approx 150$ м/с (V_L – характерная скорость горизонтального ветра), из уравнения неразрывности (1.6) получим оценку отношения вертикальной и горизонтальной компонент ветра:

$$\frac{V_z}{V_L} \approx \frac{H}{L} \sim 10^{-2}. \qquad (4.2.1)$$

Отметим, что эта оценка хорошо согласуется с экспериментальными данными [11, 12], по которым на высотах 100 и 200 км

$$V_L \approx 100 \div 200 \text{м/с}, \; V_z \approx 0{,}1 \div 1 \text{ м/с}.$$

Из соотношения (2.1) следует, что крупномасштабные движения в ионосфере, в основном, являются квазигоризонтальными и, следовательно, в этом приближении основной теоретической проблемой является опредление компонентов горизонтального веттра.

В настоящее время по вопросу горизонтальных ветров типа общей циркуляции имеется ряд работ теоретического характера [9,15], в которых на основе соотношения (2.1) проводится упрощение системы уравнений гидродинамики так, как это было сделано для тропосферы Кочиным, Кибелем и др. [25,26].

Однако во всех этих работах или совсем не формулируются граничные условия, от которых зависит единственность решения задачи, или же они взяты в такой же форме, как и для приземного слоя атмосферы, для которой поверхность Земли играет роль неподвижной, непроницаемой стенки, на которой, вследствие прилипания и непроницаемости все три компоненты ветра обращаются в нуль. В ионосфере, ввиду отсутствия непроницаемых стенок, всегда происходит просачивание движения атмосферы в вертикальном направлении через некоторую выбранную плоскость, и можно считать, что V_z может быть отличной от нуля. Иначе говоря, в ионосфере должно соблюдаться граничное условие проницаемой стенки. Такое условие для ионосферы, очевидно, можно считать наиболее естественным, так как благодаря ниличию вертикальных скоростей через проницаемую граничную плоскость, в атмосфере происходит перемешивание, и осуществляется динамическая связь между различными слоями атмосферы.

Для слабо ионизированного газа, каковой является ионосферная среда, можно считать, что скорость ветра совпадает со скростью движения центра масс нейтральных молекул $\vec{V}=\vec{V}_n$, а скорость плазмы $\vec{V}_p$ равна скорости движения центра масс ионов $\vec{V}_i$. Тогда, используя значения структурных параметров ионосферы [9,12,15] и проводя упрощение основных уравнений динамики ионосферы, следуя Кочину [25, 26], легко получим следующую систему уравнений для общей циркуляции ветров в ионосфере.

$$\rho\left\{\frac{dV_\theta}{dt}-\frac{V_\lambda^2}{r}ctg\theta-2\omega_0\cos\theta V_\lambda+\nu_i(V_\theta-V_{i\theta})\right\} = \frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial\theta}+\frac{\partial}{\partial r}\eta\frac{\partial V_\theta}{\partial r}, \qquad (4.2.2)$$

$$\rho\left\{\frac{dV_\lambda}{dt}+\frac{V_rV_\lambda}{r}ctg\theta+2\omega_0\cos\theta V_\theta+\nu_i(V_\lambda-V_{i\lambda})\right\} = -\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial P}{\partial\lambda}+\frac{\partial}{\partial r}\eta\frac{\partial V_\lambda}{\partial r}, \qquad (4.2.3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}=-\rho g, \qquad P=\rho RT, \qquad (4.2.4)$$

$$\rho V_r-\rho_0V_0=-\frac{1}{r^2\sin\theta}\int_{r_0}^{r}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(r\sin\theta\,\rho V_\theta)+\frac{\partial}{\partial\lambda}(r\rho V_\lambda)+r^2\sin\theta\frac{\partial\rho}{\partial t}\right]dr, \qquad (4.2.5)$$

$$V_{i\theta}=(1-\alpha)V_\theta+\kappa V_\lambda+U_D, \qquad V_{i\lambda}=(1-\alpha)V_\lambda-\kappa V_\theta+V_D, \qquad (4.2.6)$$

$$\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\frac{V_\theta}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}+\frac{V_\lambda}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda}+V_r\frac{\partial}{\partial r}.$$

Уравнения (4.2.2)-(4.2.6) справедливы для северного полушария, $V_z=V_0$ – значение вертикальной скорости на граничной проницаемой плоскости при $r=r_0$, $r_0\approx$ 80 км – высота термопраузы. где температура минимальна, V_θ, V_λ, $V_{i\theta}$, $V_{i\lambda}$ – меридиональные и зональные компоненты ветра и ионосферной плазмы, $\theta=90^0-\varphi$ – ко-широта, λ – долгота, η – коэффициент турбулентного перемешивания, $\nu_i=\nu_{in}N/N_n$ коэффициент ионного трения, $\kappa=\alpha\nu_{in}/\omega_i$, $\alpha=[1-(\nu_{in}/\omega_i)^2]^{-1}$, $\omega_i=eH_{0z}/Mc$ – циклотронная частота ионов, $U_D=\alpha cE_\theta/H_{0z}-\kappa cE_\lambda/H_{0z}$, $V_D=-\alpha cE_\lambda/H_{0z}-\kappa cE_\theta/H_{0z}$, E_θ и E_λ – меридиональная и зональная компоненты электрического поля (в дальнейшем они считаются заданными). В области E $\kappa\approx0$, $\alpha\approx0$, и дрейфовые скорости автоматически выпадают. В области F α ≈ 0, $\alpha\approx1$, и дрейфовые скорости являются внешними по отношению к ветру факторами и хорошо описываются известными выражениями ионосферного ветра:

$$V_{i\theta}=U_D=c\frac{E_\lambda}{H_{0z}}, \qquad V_{i\lambda}=V_D=-cE_\theta/H_{0z}.$$

Эти значения скорости ионизации хорошо регистрируются экспериментальными наблюдениями [12].

Так как система (4.2.2)-(4.2.6) замкнута, можно последовательно определить все элементы общей циркуляции, если известно распределение температуры $T = T(r,¯,ª,t)$ и значения $P_0(r_0,¯,ª,t)$ и $V_0(r_0,¯,ª,t)$ на граничной проницаемой плоскости.

Действительно, исключая (4.2.4) плотность из уравнения состояния и подставляя в уравнение статики, определим давление

$$P(r,¯,ª,t) = P_0(r_0,¯,ª,t)\exp\left[-\int_{r_0}^{r}\frac{g\,dr}{RT(r,¯,ª,t)}\right]. \qquad (4.2.7)$$

После этого определим плотность

$$° = \frac{P(r,¯,ª,t)}{RT(r,¯,ª,t)}, \qquad °_0 = \frac{P_0(r_0,¯,ª,t)}{RT_0(r_0,¯,ª,t)}. \qquad (4.2.8)$$

По известным значениям P, $°$, $°_0$ и V_0, исключая V_r из уравнений (4.2.2) и (4.2.3) с помощью уравнения неразрывности (4.2.5), получим два нелинейных уравнения второго порядка по t и r для определения горизонтальных ветров $V_¯$ и $V_ª$. Эти уравнения можно решить приближёнными методами или численным интегрированием, когда невозможно линеаризовать нелинейный член $(\vec{V}\cdot\nabla)\vec{V}$ или точно, когда $(\vec{V}\cdot\nabla)\vec{V}$ становится линейным. При ингтегрировании появляются 4 произвольных функций. две из которых определяются из условия прилипания $V_¯$ и $V_ª$ на граничной плоскости, а две другие из условия конечности $V_¯$ и $V_ª$ при r $\to\infty$. после определения $V_¯$ и $V_ª$, скорости перемещения ионизации $V_{i¯}$ и $V_{iª}$, при заданных $E_¯$ и $E_ª$, определятся из уравнения (4.2.6) и, наконец, вертикальная компонента скорости ветра V_r определяется из уравнения (4.2.5).
Для наглядности исследуем подробно один частный случай, когда удаётся систему (2.2)-(2.6) проинтегрировать до конца.

Рассмотрим однородную ионосферу ($° = °_0 = const$), в которой поле скоростей горизонтальных ветров является функцией высоты r = z и времени t, а ¯ и ª рассматриваются как постоянные параметры.

4.3. Теоремы Фридмана для электропроводящей атмосферы

Для каждой задачи о реальном движении жидкости в заданных стационарных условиях, в принципе, должны существовать точные стационарные решения уравнений термогидродинамики атмосферы (квазистатичность, квазигеострофичность движения и т.д.

Кинематически эти стационарные решения могут существовать при любых скоростях [17], однако не всякое кинематически мыслимое решение, даже если оно является математически точным, может реально осуществиться в природе. Осуществляющиеся в природе движения для конкретно заданной среды должны удовлетворять как уравнениям гидродинамики, так и некоторым дополнительным кинематическим соотношениям, называемым условиями динамической возможности [17]. Они получаются применением операций rot к уравнениям движения. Так, например, для идеальной несжимаемой жидкости, находящейся в поле консервативных сил $(rot\,\mathbf{F} = 0)$ скорость среды $\mathbf{V}$ должна удовлетворять следующим дополнительным условиям:

$$helm(rot\,\mathbf{V}) = rot\frac{d\,\mathbf{V}}{dt} = 0\,, \qquad div\,\mathbf{V} = 0\ . \qquad (4.3.1)$$

Эти кинематические соотношения известны под названием теоремы Гельмгольца. Фридман их называет условиями динамической возможности движения, так как если эти условия будут выполнены для заданного поля скоростей $\mathbf{V}$, то всегда можно определить единственный динамический элемент несжимаемой жидкости – давление P, как функцию времени и координат, таким образом, чтобы были соблюдены уравнения гидродинамики. Иначе говоря, если указанные кинематические соотношения Гельмгольца будут удовлетворены при заданном поле скоростей, то должно существовать реальное движение несжимаемой жидкости.

Например, в несжимаемой жидкости в поле силы тяжести $(\mathbf{F} = {}^\circ\,\mathbf{g})$ кинематически возможно, но динамически невозможно, вращательное движение с составляющими скорости:

$$V_x = -\Omega(z)y\,, \qquad V_y = \Omega(z)\,x\,, \qquad V_z = 0\ . \qquad (4.3.2)$$

Здесь $\Omega(z)$ – угловая скорость вращения жидкости.

В самом деле, хотя в этом случае второе условие Гельмгольца выполнено, однако первое условие отлично от нуля:

$$rot_x\frac{d\,\mathbf{V}}{dt} = -2\,\Omega(z)\,\frac{d\Omega(z)}{dz}\,y\,, \quad rot_y\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -2\,\Omega(z)\,\frac{d\Omega(z)}{dz}\,x\,, \quad rot_z\frac{d\,\mathbf{V}}{dt} = 0\,. \qquad (4.3.3)$$

Другими словами, мы не сможем определить давление P из уравнений движения Эйлера,

$$\frac{\partial P}{\partial x} = {}^\circ\,\Omega^2(z)x\,, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = {}^\circ\,\Omega^2(z)y\,, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -{}^\circ g\,, \qquad (4.3.4)$$

так как здесь левые части являются составляющими градиента, тогда как правые части этим свойством не обладают. Поэтому давление P не может быть определено из выражения (4.3.4) как функция координат. Выполнение условий динамической возможности движения Гельмгольца (4.3.1) означает, что в случае несжимаемой жидкости движение, определяемое уравнением (4.3.2), будет динамически возможным лишь при скоростях с $\Omega(z) = const$, так как только в этом случае удовлетворяются все условия Гельмгольца (4.3.1), и правые части выражений (4.3.4) в этом случае становятся составляющими градиента. Условий динамической возможности Гельмгольца (4.3.1) наглядно показывают, что в несжимаемой жидкости, находящейся в поле силы тяжести, неоднородное вращение жидкости невозможно. Для сжимаемой жидкости, как будет ниже показано, поле скоростей (4.3.2) может существовать.

Условия динамической возможности Гельмгольца (4.2.1), выражающие необходимые и достаточные условия для определения единственного динамического элемента, давления P по полю скоростей $\mathbf{V}$ в несжимаемой жидкости, являются основой классической гидродинамики. Значение их двоякое: с одной стороны, они устанавливают ряд основных кинематических свойств движения несжимаемой жидкости (например, сохраняемость (вмороженность) вихревых линий при движении, сохраняемость интенсивности вихревых трубок, а также изгиб, кручение, растяжение вихревых линий и т.д.), с другой стороны, они служат мощным средством для выбора из бесчисленного множества кинематически мыслимых точных решений для скорости $\mathbf{V}$ тех реальных решений, которые динамически возможны в несжимаемой жидкости. Наконец, теорема Гельмгольца (4.3.1) позволяет изучить такие движения несжимаемой жидкости, в которой завихрённость $rot\,\mathbf{V}$ отлична от нуля, и, тем самым, приближает математическое описание жидкости к более реальной картине движения.

Условия динамической возможности движения для сжимаемой неоднородной бароклинной жидкости, находящейся, в общем случае, в поле неконсервативных массовых сил $(rot\,\mathbf{F} \neq 0)$, были получены Фридманом [17]. Они как частный случай включают в себя теорему Гельмгольца (4.3.1). Фридман исключил из уравнения движения и неразрывности динамические элементы, давление P и плотность °, и объединил полученные дополнительные кинематические условия, налагаемые на вектор скорости $\mathbf{V}$ в виде пяти теорем. Эти кинематические условия связывают компоненты скоротей, заданные силы и их производные по координатам и по времени. С динамической точки зрения теоремы Фридмана являются необходимыми и достаточными условиями для определения в сжимаемой жидкости давления P и плотности °. При $° = const$ и $rot\,\mathbf{F} = 0$ число теорем Фридмана уменьшается до одной теоремы Гельмгольца (4.3.1). Стремясь к наибольшей общности результатов, Фридман не принимал во внимание уравнение притока тепла (4.1.7) и таким образом выведенные условия динамической возможности движения рассматривались как общие условия, которые должны были быть выполнены при любом притоке тепла. Естественно, что при этом давление P определялось по полю скоростей с точностью до произвольной функции времени, плотность ° – с точностью до постоянной.

Так как жидкость, рассматриваемая Фридманом, фактически была реальной моделью атмосферы Земли, Фридману и его последователям на основе теорем Фридмана, удалось построить многие теоретические модели важнейших тропосферных движений, являющихся редкими случаями точного интегрирования нелинейных уравнений гидродинамики тропосферы [17-20]. Обобщение теорем Фридмана для идеальной сжимаемой электропроводящей жидкости в поле неконсервативных массовых сил и внешнего магнитного поля $\mathbf{H_0}$ в индукционном приближении проведено в [16,9]. Было показано, что в случае электропроводящей среды поле скоростей $\mathbf{V}$ и магнитное поле $\mathbf{H}$ должны удовлетворять тринадцати теоремам условий динамической возможности движения. В отсутствии магнитного поля $(\mathbf{H} = 0)$ число теорем уменьшается до пяти теорем Фридмана. Такое обобщение естественным образом показало существование в магнитной гидродинамике двух классов точных решений. Первый класс решений отыскивается с помощью двенадцати теорем, которые при $\mathbf{H} \to 0$ переходят в известный класс точных решений для обычной гидродинамики. Например: теоретическая модель перемещающегося магнитогидродинамического циклона (антициклона), найденная для условий $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Б}) = 0$, $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Г}) = 0$, при $\mathbf{H} \to 0$ переходит в известную гидродинамическую модель циклона (антициклона), построенную Кочиным для тропосферы [18]; теоретическая модель вращения с высотой преобладающего ветра в нижней Е-области ионосферы при $\mathbf{H} \to 0$ переходит в известную гидродинамическую модель Экмана-Окерблома для планетарного пограничного слоя тропосферы; магнитогидродинамическая модель Гартмана при $\mathbf{H} \to 0$ переходит в классическую модель течения Пуазейля и т.д. Второй класс точных решений, которые отыскиваются с помощью теоремы 13 ($(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Б}) \neq 0, (\mathbf{G} \cdot \mathbf{Г}) \neq 0$), не имеет аналога в обычной гидродинамике, и при $H_0 \to 0$ решения теряют физический смысл. Именно такие решения устанавливают новые фундаментальные свойства движения электропроводящей жидкости и, тем самым, представляют большой теоретический и практический интерес для исследований в обасти физики, магнитной гидродинамики, ионосферы, магнитосферы и атмосферы Солнца. В частности, известные стационарные решения Альвена-Чандрасекхара о магнито-вихревых кольцах [21,22], найденные путём формального рассмотрения уравнений магнитной гидродинамики для консервативных сил, элементарно могут быть получены, как частные решения, из теоремы 13 в виде:

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{H}}{\sqrt{4®°}}, \quad P' \approx P_0 + \frac{H_0^2}{8®} - °gz, \quad ° = const, \quad \frac{°V^2}{2} = \frac{H^2}{8®}. \tag{4.3.5}$$

С учётом неконсервативных массовых сил получено точное решение [9]:

$$\mathbf{V} = \frac{}{\sqrt{4®°}}\mathbf{H}, \text{ где: } \; = \sqrt{1 + \frac{(\mathbf{G}\cdot rot\,\mathbf{F})}{(\mathbf{G}\cdot\mathbf{Б})}}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{F} - (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V}, \quad \mathbf{Б} = -rot\,\mathbf{G}, \tag{4.3.6}$$

которое при $rot\,\mathbf{F} = 0$ переходит в (2.5).

Понимая чрезвычайную важность условий динамической возможности для движений электропроводящей среды, в качестве примера продемонстрируем метод его получения применительно к *F*-области ионосферы. В отсутствии диссипативных сил основные уравнения динамики ионосферы можно представить в виде:

$$° \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -grad\,P' + \frac{(\mathbf{H}\nabla)\mathbf{H}}{4®} + °\,\mathbf{F}, \tag{4.3.7}$$

$$\frac{\partial °}{\partial t} + div\,°\,\mathbf{V} = 0, \tag{4.3.8}$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - (\mathbf{H}\nabla)\mathbf{V} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{H} + \mathbf{H}\,div\mathbf{V} = 0, \tag{4.3.9}$$

где $P' = P + H^2/8®$ – полное давление среды $\mathbf{H} = \mathbf{H_0} + \mathbf{h}$, $\mathbf{F} = [\mathbf{V}\cdot 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}] + \mathbf{g}$. Как было отмечено выше, вывод условий динамической возможности сводится к последовательному исключению динамических элементов P' и $°$ из уравнений (4.3.7) и (4.3.8).

Вводя векторы Фридмана $\mathbf{G} = \mathbf{F} - (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V}$, $\mathbf{Б} = -\,rot\,\mathbf{G} = helm(rot\,\mathbf{V} + 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0})$, которые играют большую роль в образовании и разрушении вихрей, и обозначения $\mathbf{T} = (\mathbf{H}\nabla)\mathbf{H}/4®$, $\boldsymbol{\Gamma} = rot\,\mathbf{T}$, $° = \exp(-¨)$, $¨ = \ell n\,μ$, $μ = 1/°$ – удельный объём, $¯ = div\,\mathbf{V}$ перепишем систему уравнений (4.3.7) - (4.3.9) в виде:

$$grad\,P' = e^{-¨}\,\mathbf{G} + \mathbf{T}, \tag{4.3.10}$$

$$(\mathbf{V}\cdot grad\,¨) = ¯ - \frac{\partial ¨}{\partial t}, \tag{4.3.11}$$

$$helm\,\mathbf{H} + ¯\,\mathbf{H} = 0. \tag{4.3.12}$$

Уравнение (4.3.12) можно назвать кинематическим уравнением возможности движения в магнитной гидродинамике, так как оно связывает между собой компоненты скорости и магнитного поля. Однако это условие недостаточно для описания движения жидкости. Действительно, можно привести много примеров, когда поле скоростей и магнитное поле удовлетворяют уравнению (4.3.12), но при этих значениях **V** и **H** нельзя определить давление и плотность среды, и, следовательно, такие решения являются физически нереальными. Как было показано в [16,9], для физической возможности движения в магнитной гидродинамике поле скоростей и магнитное поле должны удовлетворять также и другим кинематическим соотношениям, которые можно назвать условиями динамической возможности движения [16]. Они совместно с (4.3.12) однозначно определяют динамические элементы движения: давление и плотность.

Уравнение (4.3.10) показывает, что если удельный объём найден как функция от x, y, z, t, то давление может быть определено простыми квадратурами с точностью до произвольной функции времени:

$$P' = P_0'(t) + \int \left[\left(\frac{1}{\mu} G_x + T_x \right) dx + \left(\frac{1}{\mu} G_y + T_y \right) dy + \left(\frac{1}{\mu} G_z + T_z \right) dz \right]. \qquad (4.3.13)$$

Процедура получения условий динамической возможности сводится к доказательству следующей теоремы:

В магнитной гидродинамике необходимым и достаточным условием для определения полного давления P', как функции времени и координат, является равенство:

$$\mathbf{Б} + [grad\,¨ \cdot \mathbf{G}] = e^{¨}\,\mathbf{Г}\,. \qquad (4.3.14)$$

Необходимость доказывается при применении к уравнению (4.3.10) операции rot. Достаточность следует, если равенство (4.3.14) написать в форме $rot\,(e^{-¨}\,\mathbf{G} + \mathbf{T}) = 0$, но это соотношение показывает, что можно найти такую скалярную функцию P' от времени и координат, градиент которой будет удовлетворять уравнению: $grad\,P' = \exp(-¨)\mathbf{G} + \mathbf{T}$. Теорема доказана. Итак, если уравнения магнитной гидродинамики имеют решения, тогда для определения плотности $° = \exp(-¨)$ должны выполняться следующие соотношения:

$$[grad\,¨ \cdot \mathbf{G}] = e^{¨}\,\mathbf{Г} - \mathbf{Б}\,, \qquad (4.3.15)$$

$$(grad\,¨ \cdot \mathbf{V}) = ¯ - \frac{\partial ¨}{\partial t}\,, \qquad (4.3.16)$$

$$helm\,\mathbf{H} + ¯\,\mathbf{H} = 0\,. \qquad (4.3.17)$$

Докозательство обобщённых для магнитной гидродинамики теорем Фридмана-Гельмгольца, позволяющих определить плотность среды ° из (4.3.15) и (4.3.16), могут быть получены из исследования простой алгебраической системы уравнений вида:

$$[\mathbf{X} \cdot \mathbf{B}] = \mathbf{M}\ \ (\mathbf{X} \cdot \mathbf{A}) = m\,, \qquad (4.3.18)$$

где $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{M}$ и m – заданные векторы и скаляр, $\mathbf{X}$ – вектор, подлежащий определению. Полагая в системе (2.18) $\mathbf{B} = \mathbf{G}$, $\mathbf{A} = \mathbf{V}$, $\mathbf{M} = \exp(¨)\mathbf{Г} - \mathbf{Б}$, $m = ¯ - \partial¨ / \partial t$ и $\mathbf{X} = grad\,¨$, придём к системе (4.3.15)-(4.3.16). Как видно из системы (4.3.18), необходимым условием решения этой системы относительно $\mathbf{X} = grad\,¨$ является равенство $(\mathbf{B} \cdot \mathbf{M}) = 0$ или

$$(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Б}) = e^{¨}\,(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Г})\,. \qquad (4.3.19)$$

Ясно, что это условие (исключая из рассмотрения случай $e^{\cdot\cdot} = 0$, не отвечающий конечному значению плотности) будет иметь место в одном из следующих случаев:

1) или $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Г}) \neq 0$, тогда и скалярное произведение $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Б})$ также должно быть отличным от нуля;

2) или $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Г}) = 0$, тогда должно быть и $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Б}) = 0$.

В [16] показано, что случай $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Г}) = 0$ и $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Б}) = 0$ даёт 12 теорем об условиях динамической возможности движения, а в случае $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Г}) \neq 0$ и $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Б}) \neq 0$ – лишь одну теорему.

На основе установленных теорем было найдено точное решение перемещающегося нестационарного МГД-циклона в виде [9]:

$$V_x = \frac{\partial a(z,t)}{\partial t} - \Omega(z)(y - b(z,t)), \quad V_y = \frac{\partial b(z,t)}{\partial t} + \Omega(z)(x - a(z,t)), \quad V_z = 0, \quad (4.3.20)$$

$$H_x = -n(z)y + \text{¶}(z,t), \quad H_y = n(z)x + \text{¦}(z,\ t), \quad H_z = 0, \quad (4.3.21)$$

$$\mu(z) = \frac{1}{\text{°}(z)} = C_0 \frac{\Omega(z)[\Omega(z) + 2\mu_{0z}]}{1 + C_0 \cdot_1(z)}, \quad (4.3.22)$$

$$P' = \frac{1}{2C_0}\left[(x - q_1(t))^2 + (y - q_2(t))^2 - 2\int \frac{g}{\cdot} dz\right] - \int \frac{\cdot_1}{\cdot} g dz + P_0'(t), \quad (4.3.23)$$

где

$\text{¶}(z,t) = \text{~}(z)\sin\Omega t + \ (z)\cos\Omega t + n(z)b(z,t)$, $\text{¦}(z,t) = -\text{~}(z)\cos\Omega t + \ (z)\sin\Omega t - n(z)a(z,t)$, $n(z)$, $\text{~}(z)$, (z) – проивольные функции z; $\cdot = \Omega(\Omega + 2\mu_{0z})$, $\cdot_1 = n^2/4\text{®}$; $a(z,t)$, $b(z,t)$, $z_1 = z$ – координаты перемещающегося центра вращения циклона; $\Omega(z)$ – угловая угловая скорость вращения циклона; $C_0 = const$, $2\mu_{0z}$ – вертикальная компонента угловой скорости вращения Земли; $q_1(t)$, $q_2(t)$ – произвольные функции времени; $P_0'(t)$ – произвольная функция времени. Как видим, плотность определяется с точностью до постоянной C_0, а даление с точностью до произвольной функции времени $P_0'(t)$. Остальные шесть произвольных функций $a(z,t)$, $b(z,t)$, $\text{¶}(z,t)$, $\text{¦}(z,t)$, $\Omega(z)$ и $n(z)$ определяются из шести дифференциальных уравнений, которые при заданных $q_1(t)$ и $q_2(t)$ полностью решают поставленную задачу.

Проанализируем полученное точное решение (4.3.20)-(4.3.23), обладающее всеми основными свойствами нестационарного циклона или антициклона. Как видно, кинематическая картина движения повторяет все закономерности реально наблюдаемых циклонов (антициклонов). Действительно, из формулы (4.3.20) следует, что в каждый данный момент рассматриваемое движение можно представить, как вращение частиц около мгновенного центра с координатами:

$$x_c = a - \frac{1}{\Omega}\frac{\partial b}{\partial t}, \quad y_c = b + \frac{1}{\Omega}\frac{\partial a}{\partial t}, \quad z_c = z.$$

Геометрическое место мгновенных центров для разных высот даёт мгновенную ось движения, которая, как и ось вращения, меняет своё положение и форму во времени. Определяя линии тока по уравнениям

$$\frac{dx}{-\Omega(y-y_c)}=\frac{dy}{\Omega(x-x_c)}=\frac{dz}{0}\,,$$

найдём, что они будут концентрическими окружностями в горизонтальных плоскостях. Для траекторий частиц проводящей жидкости из (4.3.20) найдём:

$$x=a+A\cos(\Omega t+\sim)\,,\qquad y=b+A\sin(\Omega t+\sim)\,,\qquad z=B\,,$$

где A, B и $\sim$ не зависят от t и определяются из начальных положений частиц. Таким образом, траектории частиц будут обладать петлями и точками возврата. Наконец, из (4.3.20) следует, что вертикальная составляющая вихрей зависит только от высоты z и равна удвоенной угловой скорости вращения $\Omega(z)$, а величина горизонтальных вихрей зависит как от высоты, так и от времени. Магнитные силовые линии, как видно из (4.3.21), представляют собой концентрические окружности в горизонтальных плоскостях с центрами в точках: $x_m=-¦/n$, $y_m=¶/n$. Как видим, центр вращения (a,b) и мгновенный центр магнитных силовых линий $(-¦/n,\ ¶/n)$ взаимно связаны. Таким образом, всякое изменение магнитного поля вызывает изменение движения и обратно. Следовательно, магнитные силовые линии, вмороженные в “тело” циклона, должны влиять на характер перемещения циклона. Формула (4.3.22) показывает, что плотность $° = 1/\mu$ меняется с высотой, т.е. имеем модель неоднородной атмосферы, причём её изменение зависит от функции $\Omega(z)$ и $n(z)$. Подбором этих функций всегда можно изменить плотность $°$ в соотвествии с действительными условиями в проводящей атмосфере. Изобарические поверхности определяются уравнением (4.3.23), если в нём положить $P'=const$. Эти поверхности представляют собой параболоиды, которые изменяются со временем. Пересечение последних с горизонтальными плоскостями даёт семейство изобар, представляющих собой концентрические окружности с центром в точке $x_{01}=q_1(t)$, $y_{01}=q_2(t)$. Знак второй производной от P' по x, y зависит от произвольной постоянной C_0. Отсюда при $C_0>0$ в центре изобар будет минимум давления, и в этом случае найденное движение определяет циклон; при $C_0<0$ – в центре имеется максимум давления, и движение будет представлять собой антициклон. Формулы (4.3.22) и (4.3.23) показывают, что изобарические и изостеритческие проверхности пересекаются так, что рассматриваемое движение есть движение бароклинное. Это видно и непосредственно, т.к. изостерические поверхности $\mu=const$ представляют собой горизонтальные плоскости (поскольку μ зависит только от z), а изобарические поверхности не являются горизонтальгными горизонтальными (параболоиды). Кроме того, учитывая, что действующие силы неконсервативны ($rot\,\mathbf{F}\neq 0$) и градиентом магнитного поля вдоль силовых линий нельзя пренебречь $\mathbf{T}=(\mathbf{H}\nabla)\mathbf{H}/4®$, заключаем, что в рассматриваемом вращательном движении за счёт бароклинности и неконсервативности действующих сил будет постоянно происходить образование и разрушение вихрей.

Из вышеполученных формул также следует, что вся масса циклона заключена в цилиндре, представляющем собой единичную вихревую трубку – с сечением S = $(x-\xi_1)(y-\eta_1)$ – в которой частицы вращаются с угловой скоростью Ω. Обозначая радиус циклона

через $r = \sqrt{(x - ¶_1)^2 + (y - ¦_1)^2} = r_0$, для переносной скорости и циркуляции соответственно будем иметь: $V_0 = \Omega r_0$ и $2\Omega S = 2\Omega ® r_0^2$. Если r – расстояние от оси циклона в нормальном сечении до некоторой точки вне циклона, то, из условия сохранения циркуляции получим: $Г = \oint V dr = 2\Omega ® r_0^2$. Ввиду симметрии вихревой трубки, скорость V будет одинаковой в каждой точке контура, и поэтому её можно вынести за знак интеграла; получим: $V \cdot 2®r = 2\Omega ® r_0^2$, отсюда $V = \Omega r_0^2 / r$, т.е. течение вне циклона будет потенциальным. Следовательно, течения воздуха внутри и вне циклона будут существенно различными.
Внутри циклона воздух будет вращаться как твёрдое тело с угловой скоростью Ω, а вне циклона характер движения будет потенциальным, обладающим циркуляцией. При этом сам циклон будет перемещаться с поступательной скоростью в атмосфере. Кочин называет этот атмосферный феномен явлением распространения циклона.

При $\mathbf{H} \to 0$ найденная модель магнитогидродинамического циклона переходит в известную гидродинамическую модель циклона, построенную Кочиным [18]. Из найденного решения элементарно получается модель стационарного МГД-циклона [9]. Тем самым доказывается возможность неоднородного вращения в сжимаемой жидкости. Исследуем случай $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Г}) \neq 0$ и $(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Б}) \neq 0$, не имеющий аналога в обычной гидродинамике. В этом случае

$$\mu = e^{\cdot\cdot} = \frac{(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Б})}{(\mathbf{G} \cdot \mathbf{Г})} = m. \qquad (4.3.24)$$

Исключая φ с помощью этого соотношения из уравнений (4.3.15) и (4.3.16) с учётом (4.3.20) и (4.3.21), получим: $\partial m / \partial x = \partial m / \partial z = 0$. Тогда из уравнения $\partial m / \partial t + (\mathbf{V} \cdot gradm) = 0$ будем иметь $\partial m / \partial t = 0$. Следовательно, m есть функция только от *z*. Вычисляя составляющие по осям *x* и *y*, получим:

$$\frac{\partial \cdot}{\partial z} - m \frac{\partial \cdot_1}{\partial z} - \frac{\cdot}{m} \frac{\partial m}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial A}{\partial z} - m \frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{A}{m} \frac{\partial m}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial B}{\partial z} - m \frac{\partial B_1}{\partial z} - \frac{B}{m} \frac{\partial m}{\partial z} = 0, \qquad (4.3.25)$$

где $\cdot$, $\cdot_1$, *A*, *B*, A_1, B_1 – известные функции. Интегрируя первое уравнение (4.3.25), определим удельный объём:

$$\mu = \frac{4® \, \Omega(z)[\Omega(z) + 2\mu_{0z}]}{n^2(z)}. \qquad (4.3.26)$$

Интегрируя два остальных уравнения (4.3.25), найдём связь между функциями A, A_1, B и B_1:

$$\frac{\cdot_1}{\cdot} A = A_1 + c_1(t), \qquad \frac{\cdot_1}{\cdot} B = B_1 + c_2(z), \qquad (4.3.27)$$

где $c_1(t)$ и $c_2(t)$ – произвольные функции *t*, которые без ограничения общности можно положить равными нулю.

Определяя полное давление по формуле (4.3.13), получим:

$$P' = P_0' - \int \frac{\cdot_1(z)}{\cdot\,(z)} gdz \,. \qquad (4.3.28)$$

Легко показать, что найденное решение обобщает известное решение Альвена-Чандрасекхара о магнито-вихревых кольцах. Действительно, если $\partial / \partial t = 0$, $\mathbf{F} = [\mathbf{V} \cdot 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}] + \mathbf{g} = 0$, $a = const$, $b = const$, $¶ = const$, $¦ = const$, $\Omega(z) = const$ и $n(z) = const$, найденные выше формулы принимают вид:

$$V_x = -\Omega(y-b), \quad V_y = \Omega(x-a); \; H_x = -n(y-b), \quad H_y = n(x-a);$$

$$° = \frac{n^2}{4®\,\Omega^2}, \quad P' = P_0' = const$$

Отсюда получим стационарное движение Альвена [21], связывающее скорость течения **V** с магнитным полем **H** и которое лишь по форме совпадает с альвеновской волной, ничего обшего с ней не имея:

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{H}}{\sqrt{4®°}}, \quad P' = P_0 + \frac{H_0^2}{8®} = const \,.$$

С учётом массовых сил $\mathbf{F} = [\mathbf{V} \cdot 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}] + \mathbf{g} \neq 0$ будем иметь решение [9]:

$$\vec{V} = \frac{\Omega \vec{H}_0}{\sqrt{4®°\,(\Omega + 2\mu_{0z})\Omega}}, \quad P' = P_0 + \frac{H_0^2}{8®} - °gz \,, \qquad (4.3.29)$$

переходящее в решение Альвена при $2\mu_{0z} = 0$ и $g = 0$.

Таким образом, условия динамической возможности движения позволяют отыскать некоторые точные решения сжимаемой, бароклинной, электропроводящей вращающейся жидкости типа (4.3.20) и (4.3.21) при наличии неконсервативных сил. Эти решения представляют собой редкий случай точного интегрирования нелинейных уравнений магнитной гидродинамики для случая неоднородного вращения жидкости (Ω (z) ≠ 0).

В F-области ионосферы уравнение индукции (4.3.12) сильно ограничивает произвольность вращательного движения, и для умеренных и высоких широт даёт точное решение в виде:

$$V_x(y,z,t),\; V_y(x,z,t),\; V_z = V_{0z}; \quad H_x(y,z,t),\; H_y(x,z,t),\; H_z = H_{0z}, \qquad (4.3.30)$$

где V_x, V_y, H_x и H_y определяются формулами (4.3.20) и (4.3.21) $V_{0z} = const$, $H_{0z} = const$ – вертикальная компонента геомагнитного поля. Подставляя (2.30) в уравнение (4.3.17) и приравнивая нулю произвольные постоянные, получим: $n = k\Omega$, $¶ = k¶_1$ и $¦ = k¦_1$, где $k = H_{0z} / V_{0z} = const$. Тогда (4.3.30) принимает вид: $\mathbf{H} = k\mathbf{V}$, где $\mathbf{H} = H_x\mathbf{e_x} + H_y\mathbf{e_y} + H_{0z}\mathbf{e_z}$, $\mathbf{V} = V_x\mathbf{e_x} + V_y\mathbf{e_y} + V_z\mathbf{e_z}$. Используя параллельность векторов **H** и **V**, методом условий динамической возможности можно рассмотреть стационарную задачу. Основные уравнения магнитной гидродинамики в стационарном случае сводятся к уравнениям обычной гидродинамики:

$$grad\,P' = e^{¨}\,\mathbf{F} - \left(e^{-¨} - \frac{k^2}{4®} \right)(\mathbf{V}\cdot\nabla)\mathbf{V}\,,$$

$$(\mathbf{V}\cdot grad¨\,) = 0\,. \qquad (4.3.31)$$

Используя теоремы Фридмана, аналогично вышерассмотренному, можно отыскать точное решение, определяющее стационарный циклон (антициклон) для F - области ионосферы. Система (4.3.31) при $F = 0$ и $\exp(-¨\,) = ° = k^2/4®$ даёт точное стационарное решение Альвена-Чандрасекхара $\mathbf{V_{cm}} = \mathbf{H_0}/\sqrt{4®°}$, которое в области F ионосферы связывает стационарное движение ионосферной среды с геомагнитным полем $\mathbf{H_0}$ и является новой характеристической скоростью для этой области верхней атмосферы. Естественно, что всякое малое отклонение от него должно порождать волновые возмущения, имеющие магнитогидродинамическую природу. В нижней E - области ионосферы, в нейтральной и ионной $(\mathbf{V} \approx \mathbf{V_i})$ компонентах не существует стационарное решение типа Альвена-Чандрасекхара, и магнитогидродинамические волны здесь не должны возникать. В электронной компоненте условие вмороженности $\partial\mathbf{H}/\partial t = rot[\mathbf{V_e}\cdot\mathbf{H_0}]$ естественным образом содержит стационарное решение $\mathbf{V_{e,cm}} = \mathbf{H_0}/\sqrt{4®°_e}$, и малое отклонение от него должно порождать в этой компоненте ионосферной плазмы волновые возмущения магнитогидродинамической природы. Более детально рассматриваемые выше проблемы и многие примеры точных решений нелинейных уравнений магнитной гидродинамики обсуждаются в [9]. Обобщение теорем Хантадзе для случая вязкой с конечной проводимостью среды (дающие новые дополнительные теоремы и ряд категорий движений) рассмотрено в работах [21, 22].

Резюмируя, можем заключить, что при исследовании вопроса о движении сжимаемой, бароклинной, электропроводящей жидкости условия динамической возможности (в виде тринадцати теорем, с учётом же диссипативных процессов – пятнадцати) должны всегда учитываться. Эти условия часто накладывают такие физически возможные ограничения на поле скоростей **V** и магнитное поле **H** (которые при постановке задачи могут иметь довольно общие формы), что во многих случаях удаётся отыскивать некоторые точные решения нелинейных уравнений магнитной гидродинамики, и, таким образом, становится возможным построение теоретических моделей тех или иных движений в ионосфере и в других областях магнитной гидродинамики.

Считая теоремы об условиях динамической возможности движения принципиально важными, в качестве иллюстрации приведём две из них: 1) для случая (**GГ**) ≠ 0, (**GБ**) ≠ 0 и 2) для случая (**GГ**) = 0, (**GБ**) = 0.

В первом случае условия динамической возможности будут иметь вид:

$$\vec{Б} = mГ + \frac{1}{m}[\vec{G}\,gradm]\,,\ \frac{dm}{dt} = \text{¯}m\,,\ \frac{d\vec{H}}{dt} - (\vec{H}\nabla)\vec{V} + \text{¯}\vec{H} = 0\,,$$

где m = (**GБ**)/(**GГ**), θ = div **V.**

Система не содержит удельный объём и связывает, при заданных массовых силах, кинематические элементы движения: компоненты скорости **V**, магнитного поля **H** и их пространственные и временные производные. Нетрудно подсчитать сколько скалярных уравнений влечёт за собой рассматриваемая система. Первое уравнение системы даёт два скалярных уравнения, что легко показать, если его составляющую вдоль оси X умножить на G_x, а вдоль оси У – на G_y. Складывая и вычитая полученные выражения из тождественного равенства m(**GГ**) = (**GБ**), получим составляющую вдоль Z. Остальные уравнения дают четыре скалярных уравнения. Таким образом, получаются шесть скалярных уравнений для определения шести неизвестных: трёх составляющих скорости **V**, трёх составляющих магнитного поля **H**, и поэтому система замкнута.

Если в различных частных случаях, из рассматриваемой системы, при заданных массовых силах, будут найдены выражения для скорости и магнитного поля, то с помощью формулы (4.3.24) непосредственно будет определена плотность среды $° = e^{-¨}$, а из соотношения (4.3.13) – полное давление среды $P' = P + H^2/8®$ с точностью до произвольной функции времени. Примеры точных решений для случая (**GГ**) ≠ 0, (**GБ**) ≠ 0 приведены в [9, 21, 22].

Для второго случая, когда (**GГ**) = 0, (**GБ**) = 0, рассмотрим теорему, когда скаляр μ = (**VG**) отличен от нуля.

Умножая уравнение (4.3.15) векторно на **V** и используя (4.3.16), получим векторное уравнение для определения плотности среды $° = e^{-¨}$:

$$grad\, ¨ = \vec{A} + \frac{\partial ¨}{\partial t}\vec{B} + e^{¨}\vec{C}, \qquad (4.3.32)$$

где $\vec{A} = \frac{[\vec{Б}\vec{V}] + ¯\vec{G}}{«}$, $\vec{B} = -\frac{\vec{G}}{«}$, $\vec{C} = \frac{[\vec{V}\vec{Г}]}{«}$.

Для исключения $grad\, ¨$ из (4.3.32) применим операцию rot к уравнению (4.3.32) будем иметь:

$$\frac{\partial ¨}{\partial t}\vec{P} + e^{¨}\vec{Q} + \vec{R} = 0, \qquad (4.3.33)$$

где $\vec{P} = rot\,\vec{B} + \left[\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\vec{B}\right]$, $\vec{Q} = rot\,\vec{C} + \left[\frac{\partial \vec{C}}{\partial t}\vec{B}\right] + [\vec{A}\vec{C}]$, $\vec{R} = rot\,\vec{A} + \left[\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\vec{B}\right]$.

Ограничимся случаем **P** ≠ 0. Тогда, умножая (4.3.33) векторно на **P**, получим:

$$e^{¨}[\vec{P}\vec{Q}] = [\vec{R}\vec{P}] \qquad (4.3.34)$$

Для [**PQ**] ≠ 0 найдём условие динамической возможности движения:

$$\left[[\vec{P}\vec{Q}]\cdot[\vec{R}\vec{P}]\right] = ([\vec{P}\vec{Q}]\vec{R}) = 0. \qquad (4.3.35)$$

Условие (4.3.35) означает, что векторы [**PQ**] и [**RP**] параллельны, т.е. существует скаляр ¶ = $¶(x, y, z, t)$, для которого имеет место равенство:

$$¶[\vec{P}\vec{Q}] = [\vec{R}\vec{P}].$$

Сравнивая это выражение с (4.3.34), заключаем, что плотность определяется непосредственно с помощью этого скаляра:

$$¶ = e^{¨} = \frac{1}{\circ} \ . \qquad (4.3.36)$$

Следовательно, можно считать доказанной следующую *теорему*:

Необходимым и достаточным условием динамической возможности движения в магнитной гидродинамике в случае μ ≠ 0, **P** ≠ 0 и [**PQ**] ≠ 0 *является*:

$$\frac{d\vec{H}}{dt} - (\vec{H}\nabla)\vec{V} + {}^{-}\vec{H} = 0, \quad (\mathbf{G\Gamma}) = 0,\ (\mathbf{G Б}) = 0,\ ([\mathbf{PQ}]\mathbf{R}) = 0, \quad \text{grad}\,(\ln \xi) = \vec{A} + \frac{\partial \ln ¶}{\partial t}\vec{B} + \vec{C},$$

где ξ определяется из уравнения [**RP**] = ξ[**PQ**].

Здесь условия динамической возможности, как в вышеприведённой теореме, при заданных массовых силах содержат лишь компоненты **V** и **H** и их пространственные и временные производные. Необходимость условий теоремы только что была доказана; докажем их достаточность. Так как, согласно теореме, всегда существует скаляр ξ, определяемый равенством $¶[\vec{P}\vec{Q}] = [\vec{R}\vec{P}]$, то вычитая это равенство из (4.3.34) и учитывая, что по условию теоремы [**PQ**] ≠ 0, определим ξ по (4.3.36). Подставляя найденное значение ξ в последнее условие динамической возможности, получим:

$$« \, grad\, ¨ = [\vec{Б}\vec{V}] + {}^{-}\vec{G} - \frac{\partial ¨}{\partial t}\vec{G} + e^{¨}\,[\vec{V}\vec{\Gamma}]\,. \qquad (4.3.37)$$

Умножая (4.3.37) векторно на **G**, найдём:

$$«[\vec{G}\, grad\, ¨\,] = (\vec{V}\vec{G})\vec{Б} - (\vec{G}\vec{Б})\vec{V} - e^{¨}\,(\vec{G}\vec{\Gamma})\vec{V} + e^{¨}\,(\vec{V}\vec{G})\vec{\Gamma}\,.$$

Так как согласно условиям теоремы (**GΓ**) = 0, (**GБ**) = 0, μ = (**VG**) ≠ 0, будем иметь: $\vec{Б} + [grad\, ¨ \cdot \vec{G}] = e^{¨}\,\vec{\Gamma}$. Но это выражение, как было показано выше, представляет собой необходимое и достаточное условие для определения градиента полного давления $grad\, P' = e^{-¨}\,\vec{G} + \vec{T}$, т.е. получили уравнение Эйлера (4.3.10).

Для получения уравнения неразрывности, умножим уравнение (4.2.37) скалярно на **V**:

$$«(\vec{V} grad\, ¨\,) = {}^{-}\left(\vec{V}\vec{G}\right) - \frac{\partial ¨}{\partial t}(\vec{V}\vec{G})\,;$$

после сокращения на μ = (**VG**) ≠ 0, получим уравнение неразрывности (4.3.11).

Таким образом, достаточность условий теоремы также доказана.

Как было выше отмечено, случай (**GΓ**) = 0, (**GБ**) = 0 содержит 12 теорем, а случай (**GΓ**) ≠ 0, (**GБ**) ≠ 0 лишь одну. В отсутствие магнитного поля число теорем уменьшается до пяти теорем Фридмана.

Отметим, что приведённое выше точное решение (4.3.20)-(4.3.23), моделирующее магнитогидродинамический циклон, найдено с помощью только что доказанной теоремы, а решение (4.3.26)-(4.3.28) – с помощью теоремы (**GΓ**) ≠ 0, (**GБ**) ≠ 0.

Эти теоремы, как и теоремы Фридмана и вытекающие из них широкоизвестные инварианты о вихрях (которые, как частные случаи, включают в себя нелинейные уравнения Чарни-Обухова для коротких волн Россби и уравнения Хасегавы и Мима для дрейфовых волн), к сожалению, неизвестны широкому кругу исследователей физики атмосферы, океана, магнитной гидродинамики и физики плазмы [27-33].

.

Л И Т Е Р А Т У Р А к главе 4

1. Hajkowicz L.A. Global onset and propagation of large-scale travelling ionospheric disturbance as a result of the Great Storm of 13 March 1989. Planet. Space Sci., 1991, v. 39, pp. 583-593.
2. Шарадзе З.С., Мосашвили Н.В., Пушкова Г.Н., Юдович Л. А. Долгопериодные волновые возмущения в верхней мезосфере и нижней термосфере. Геомагнетизм и аэрономия. 1989, т. 29, сс. 1032-1034.
3. Липеровский В.А., Похотелов О.А., Шалимов С.А.. Ионосферные предвестники землетрясений. М.: Наука. 1992.
4. Hayakawa M. (Ed.). Atmospheric and ionospheric phenomena associated with earthquakes. Tokyo, Terra Sci. Publ. Comp., 1999.
5. Дробжев В.И., Молостов Г.Ф., Рудина М.П. и др. Отклик ионосферы на возмущения, инициированные промышленным взрывом. Ионосферные исследования. 1986, т.33, с. 61-71.
6. Shaefer L. D., Rock D. R., Lewis J. P., et al. Detection of Explosive Events by Monitoring Acoustically Induced Geomagnetic Perturbations, N 94550, Lawrence Livermore Laboratory, CA, USA, Livermore, 1999.
7. Бурмака В.П., Костров Л.С., Черногор Л.Ф. Радиофизика и радиоастрономия. 2003, т. 8, N 2, сс. 143-162.
8. Черногор Л.Ф. Радиофизика и радиоастрономия. 2003, т. 8, N 1, сс. 59-106.
9. Хантадзе А.Г. Некоторые вопросы динамики проводящей атмосферы. Тбилиси: Мецниереба, 1973, 280 с.
10. Холтон Дж.Р. Динамическая метеорология стратосферы и мезосферы. Ленинград: Гидрометеоиздат. 1979, 224 с.
11. Госсард Э.Э., Хук У.Х. Волны в атмосфере. М.: Мир, 1978, 532 с.
12. Казимировский Э. С., Кокоуров В. Д. Движения в ионосфере. Новосибирск: Наука. 1979, 344 с.
13. Шарадзе З. С. Атмосферные волны в среднеширотной ионосфере: Диссертация. Уч. ст. докт. физ.- мат. наук. М.: 1991, 255 с.
14. Хантадзе А.Г., Гвелесиани А.И. К теории диффузии ионосферной плазмы в области F. М:, Наука, 1979, 116 с.
15. Гершман Б.Н. Динамика ионосферной плазмы. Москва, Наука. 1974, сс. 163-195.
16. Хантадзе А. Г. Об условиях динамической возможности движения в магнитной Гидродинамике. Сообщ. АН ГССР. 1963. Т. 30, №4. с. 409.
17. Фридман А.А. Опыт гидромеханики сжимаемой жидкости. М-Л., 1934.
18. Хантадзе А. Г. Гидромагнитные градиентные волны в динамо-области ионосферы. Сообщ. АН ГССР, 1986, т. 123, N 1, с. 69-71.
19. Альвен Х. Космическая электродинамика. М.: ИЛ, 1952.
20. Chandrasekhar S. On the stability of the simplest solution of the equations of hydrodynamics. Proc. Nat. Acad. Sci., USA, 1956, v. 42, N 5.
21. Гвелесиани А.И. Условия динамической возможности движения вязкой сжимаемой жидкости в магнитной гидродинамике. Труды ИГ АН ГССР,1973, т. 30, сс. 99-117.
22. Гвелесиани А.И. Исследование движений проводящей атмосферы и проблемы динамики ионосферы: Диссертация д. ф.- м. н. Тбилиси: Фонды ИГАН ГССР, 1979, 266 с.
23. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. Т. 1 и 2. – М.: Мир, 1986.
24. Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. Т. 1 и 2. – М.: Мир, 1984.
25. Кочин Н. Е. Собрание сочинений, т. I, М.-Л. ОГИЗ ГОСИЗДАТ ТТЛ, 1949.

26. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, т. II, М.-Л.: ОГИЗ ГОСИЗДАТ ТТЛ, 1948, 612 с.
27. Charney J. G. On the scale of atmospheric motions. Geophys. Publ., 1947, v. 17, N 2, pp. 17-20.
28. Hasegawa A., Mima K. Exact solitary Alfvén wave. Phys. Rev. Letters, 1976, v. 37, N 11, pp. 690-693.
29. Petviashvili V., Pokhotelov O. Solitary waves in plasmas and in the atmosphere. 1992, 248 p.
30. Boubnov B. M., Golitsyn G. S. Convection in rotating fluids. Springer Science + Business, B. V., 1995, 224 p.
31. Абурджания Г. Д. Самоорганизаия нелинейных вихревых структур и вихревая турбулентность в дисперсной среде. М.: КомКнига, 2006, 320 с.
32. Kaladze T. D. et al. Generation of zonal flow and magnetic field by coupled Rossby- Alfvén-Rhantadze waves in the Earth’s ionospheric E-layer. J. Georg. Geophys. Soc., 2013, v. 16 B, pp. 53-76.
33. Гвелесиани А. И. Ветровые и волновые процессы на ионосферных уровнях. Труды Института геофизики им. Михаила Нодиа, 2020, т. LXXI.

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
Ivane Javakhishvili Tbilisi State University

მიხეილ ნოდიას სახ. გეოფიზიკის ინსტიტუტი

Mikheil Nodia Institute of Geophysics

სამეცნიერო საგამომცემლო ჯგუფის ხელმძღვანელი – ლ. დარახველიძე

Leader of scientifically- publishing group – L. Darakhvelidze

თბილისი

Tbilisi 2020 Тбилиси