

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ ТОЧЕЧНОГО ВЗРЫВА

Кереселидзе З.А.

*Институт геофизики им. М.З. Нодиа, ТГУ
z_kereselidze@yahoo.com*

Введение

Оценка энергии землетрясений является главной задачей физики очагов землетрясений. Очевидно, что основой любой модели, касающейся данной проблемы, является полноценный спектральный анализ сейсмических волн. Их разнообразие, вызванное многогранностью физического процесса в очаге землетрясений, а также с неоднородностью среды, во многих случаях приводит к неоднозначной интерпретации процесса распространения сейсмических волн. Существуют объективные причины, приводящие к искажению волновой картины сейсмического излучения, которые суммируются с субъективными погрешностями, допускаемыми интерпретационными моделями, используемыми для обработки данных наблюдений. Такие погрешности могут стать источником не только количественной ошибки при оценке силы землетрясений, но также способны приводить к искажению качественной картины, отображающей физический процесс в очагах землетрясений. Между тем, достаточно легко представить детерминированный механизм генерации упругих колебаний, возникающих после высвобождения энергии в очаге землетрясения. Он во многом подобен механизму, вызывающему собственные колебания упругих тел, находящихся в вакууме, либо в безграничной среде.

Такая физическая аналогия дает возможность использовать математически хорошо разработанный аппарат в процессе анализа данных волнового мониторинга. Это представляется особенно полезным для определения размера области взрывоподобного высвобождения энергии. Следовательно, появляется возможность для достаточно простой оценки энергии землетрясений. Доля полной энергии землетрясения, которая трансформируется в сейсмическое излучение, существенно различна для искусственных и естественных землетрясений. Поэтому, особенно важным параметром является коэффициент сейсмического действия. От этого параметра в значительной степени зависит погрешность решения сейсмологической задачи. В процессе подготовки землетрясений, в области будущего очага, постепенно накапливаются механические напряжения, что в конце концов приводит к взрывообразному высвобождению энергии. Принято, что в большинстве случаев для землетрясений умеренной силы коэффициент сейсмического действия $\approx 1\%$. Это означает, что интенсивность сейсмического излучения на два порядка меньше интенсивности землетрясения. Качественно подобная связь между полной энергией землетрясения и сейсмической энергией существует и в случае естественных землетрясений.

Очаги подземных ядерных взрывов, в отличие от естественных землетрясений, не испытывают предварительного механического напряжения. В таких случаях на сейсмическое излучение должна расходоваться относительно большая часть полной энергии взрыва. Теоретически,

полная энергия подземных ядерных взрывов в тротиловом эквиваленте была заранее известна. Однако, сейсмические данные практически во всех случаях указывали на количественное расхождение между теоретическим значением и реальной силой подземного взрыва. Считается, что примерно 5-8 % энергии взрыва трансформировалась в энергию сейсмической радиации [9. Садовский и др., 1985]. В отличие от подземного ядерного взрыва, точность определения энергии землетрясения зависит от достоверности оценки энергии сейсмической радиации, которая определяется по спектру объемных и поверхностных сейсмических волн [8. Rautian et al., 2007]. Для этого, в понимании известной модели Беньефа [6. Benioff, 1951], требуется определение объема сейсмического очага, что является достаточно сложной и неоднозначной задачей [10. Садовский, 1984]. Хотя модель Беньефа давно устарела, представляется, что ее модификация, в случае некоторой трансформации, может оказаться достаточно эффективной для определения энергии землетрясений умеренной силы, очаги которых можно аппроксимировать сферой [7. Bullen, 1953]. Отметим, что область нарушения линейной упругости подобна зоне выделения энергии по ранней теоретической модели подземного ядерного взрыва [1. Latter et al., 1957].

Физические предпосылки модели собственных механических колебаний очагов землетрясений

Очевидно, что величина коэффициента сейсмического действия неявно отображает суммарный эффект всех, как объемных, так и поверхностных, сейсмических волн. В некоторых случаях при выборе величины коэффициента сейсмического действия можно воспользоваться упрощающими допущениями. Например, в случае умеренных по интенсивности землетрясений, а также при ретроскопическом анализе подземных ядерных взрывов, проводившихся ранее, можно пренебречь сдвиговыми эффектами, порождающими поверхностные сейсмические волны. Такое ограничение в случае сильных землетрясений не может считаться достаточно корректным. В теоретической модели, представленной ниже, кроме пренебрежения сдвиговыми деформациями, использованы также и другие допущения относительно физических качеств среды, способствующие упрощению методики оценки энергии землетрясений [5. Aki and Richards, 2002].

Краеугольным камнем нашей модели является сходство спектров сейсмического излучения естественных землетрясений умеренной силы и подземных ядерных взрывов, т.е. искусственных землетрясений. Такое допущение позволяет определить энергию землетрясения при помощи особенного параметра, угловой частоты спектра объемных сейсмических волн. Этот параметр используется для определения величины сейсмического момента землетрясений, порождающего сдвиговые эффекты [16. Ризниченко, 1985]. Известно, что для большинства землетрясений определение угловой частоты не является особенно сложной задачей. Сдвиговыми эффектами для слабых землетрясений можно пренебречь. В таком случае оперирование сейсмическим моментом не имеет особенного смысла. Тем не менее, в нашей модели собственных механических колебаний очага землетрясения угловая частота является опорным параметром, т.к. она отождествляется с основной частотой объемных сейсмических волн. Их генерация считается результатом собственных колебаний очага землетрясения, как единого механического тела. Следовательно, в такой модели угловая частота может считаться самой низкой частотой в спектре объемных сейсмических волн.

Такое допущение является основой для аналитического моделирования физической связи объемных сейсмических волн с характерным линейным размером очага землетрясения. Поэтому, подобно модели Буллена, в нашей модели также считается, что очаг землетрясения делится на две области, в которых среда имеет различные физические качества. Первая, внутренняя область, отождествляется с зоной пластичности, в которой выделяется практически вся энергия землетрясения, т.е. упругая энергия, запасенная в среде. Что касается второй, внешней области

очага землетрясения: она считается зоной линейной упругости. Поэтому вторая зона, в отличие от первой, считается полностью однородной и упругой, хотя и слабо сжимаемой. Кроме этого, предполагается, что, подобно волновому фронту после подземного ядерного взрыва, фронт возмущения давления после землетрясения умеренной силы является также радиальным. Такое допущение позволяет в первом приближении фронт возмущений аппроксимировать поверхностью сферы. В принципе, возможна также аппроксимация более сложной поверхностью, например, поверхностью вытянутого, либо сплющенного, эллипсоида вращения. Однако, исходя из сложного физического характера используемых допущений, аппроксимация очага землетрясения эллипсоидальным телом значительно усложняет схему математического моделирования. Действительно, известно, что основное отличие между колебаниями эллипсоида и сферы заключается в вырождении спектра частот сферы относительно азимутальной угловой координаты. Поэтому, в отличие от сферы, для спектра частот собственных колебаний эллипсоида следует принять во внимание возможность эффекта расщепления основных пиковых частот [З. Kereselidze et al., 2010]. Поэтому, с точки зрения простоты анализа волнового спектра, который в случае эллипсоида вращения требует значительных усилий, вполне можно ограничиться сферической моделью. Отметим, что в работе [20. Гвелесиани и др., 1983], касающейся проблемы собственных гидромагнитных колебаний магнитосферы Земли, была получена формула, обобщающая спектр дискретных частот колебаний сферической капли на случай капли эллипсоидальной формы. Как оказалось, количественное расхождение частот собственных колебаний сферы и вытянутого эллипсоида вращения одинаковых объемов зависит от эксцентриситета эллипсоида.

Таким образом, генерацию объемных сейсмических волн можно считать результатом собственных механических колебаний сферического очага землетрясения. Однако, внутреннюю область этой сферы после взрывоподобного выделения энергии можно отождествить с полостью, возникающей после взрывов в практически пластичной среде. Разрывы порождают ударные волны с радиальным фронтом распространения, движение которого является сверхзвуковым. Энергия ударных волн постепенно затухает и на некотором расстоянии необратимые изменения в среде прекращаются. Однако, тут начинает проявляться эффект упругости, который является характерным качеством всех горных пород. Поэтому, механические колебания после землетрясений могут быть вызваны только силами, возникающими во внешней части очага, в т.н. зоне линейной упругости. Разрушительное действие ударного фронта на некотором расстоянии от центра фокальной области землетрясения ослабевает. В результате появляется условная поверхность, разграничивающая внутреннюю и внешнюю зоны очага землетрясения. Следовательно, под воздействием первого толчка, вызванного приходом ударного фронта, возникают упругие колебания во внешней части пространства очага землетрясения. Эта область в модельном представлении будет иметь форму сферы без сердцевины, размер которой совпадает с объемом области пластичности. Внешняя граница очага землетрясения, подобно внутренней, также ограничена сферической поверхностью.

Согласно теории колебаний, любое упругое тело конечных размеров имеет собственный дискретный спектр механических колебаний, которые могут передошаться в среду, в которой находится колеблющееся тело. Очевидно, что насыщенность спектра частот собственных колебаний любого тела можно связать с его формой. Например, эллипсоид вращения имеет более низкую степень симметрии по сравнению со сферой. Следовательно, спектр частот его собственных колебаний должен быть более насыщенным, чем у сферы. В то же время, спектр частот собственных колебаний сферы может считаться результатом вырождения колебаний эллипсоида. Поэтому, является изначально очевидным, что дискретный спектр частот собственных колебаний очага землетрясения, генерирующих сейсмические волны, должен быть очень насыщенным. Причиной этого эффекта является дисперсия любых сейсмических волн, как

объемных, так и поверхностных, возникающая из-за неоднородности среды. При этом возможен также эффект расщепления основных частот, что в принципе теоретически допустимо в земной среде и может быть причиной возникновения отдельных мод специфических колебаний (сферических, цилиндрических, тороидальных и т.д.).

Известно, что энергия любого землетрясения находится в прямой зависимости от объема сейсмического очага V_c . Очевидно, что часть этой энергии, расходуемая на сейсмическое излучение, может значительно изменяться в зависимости от состояния среды, а также от механизма землетрясения, определяющего его силу [11. Crowley, Germain, 1971]. Поэтому, как отмечалось, даже при очевидном физическом подобии очагов подземных ядерных взрывов и естественных землетрясений умеренной силы, необходимой является количественная коррекция, отображающаяся в различных величинах коэффициента сейсмического действия. Считается, что для естественных землетрясений под сейсмическим очагом подразумевается пространство, в объеме которого были отмечены афтершоки [9. Садовский и др., 1985]. Однако, происходят и такие землетрясения, которые не сопровождаются афтершоками. Иногда, даже в случае наличия афтершоков, линейные характеристики сейсмического очага достаточно сложно определить.

Такое может происходить, например, из-за повторяемости землетрясений в течение короткого интервала времени, или значительного разброса афтершоков как во времени, так и в пространстве. Однако, для слабых и умеренных по силе землетрясений вполне можно допустить подобие с подземными ядерными взрывами. Для последних было принято считать, что энергия их волнового излучения в основном связана с объемными волнами. Поэтому, корректная оценка объема зоны пластичности в очаге землетрясения, являющейся областью выделения сейсмической энергии, является первостепенной задачей. В силу подобия, ее решение можно проводить по идентичной с подземными ядерными взрывами схеме. Однако, существует фактор различия между естественными и искусственными землетрясениями. В случае подземных ядерных взрывов их теоретическая энергия, и, следовательно, вероятный сейсмический эффект, были заранее известны. Поэтому, оценка энергии подземных ядерных взрывов, в отличие от естественных землетрясений, является косвенной задачей. Однако, в обоих случаях ретроспективный анализ сейсмических данных является единственным способом, позволяющим судить о правомерности нашей модели собственных механических колебаний очага землетрясения. В случае наличия данных о частотном спектре объемных сейсмических волн эту задачу можно решить достаточно просто. В первую очередь, необходимо знать основную, т.е. угловую, частоту дискретного ряда частот собственных колебаний очага землетрясения. Однако, в случае подземных ядерных взрывов следует отметить, что из-за дальности событий и несовершенства ранних методов спектрального анализа, данный параметр нам известен только для первого, самого слабого по мощности, ядерного взрыва под названием Рейниер [14. Grosling, 1959].

Математическая база модели собственных механических колебаний очага землетрясений

В работе [3. Kereselidze et al., 2010], опирающейся на идею точечного взрыва, была использована физическая аналогия между собственными гидромеханическими колебаниями сферической жидкой капли и механическими колебаниями очага землетрясения. Согласно этой модели, сейсмический очаг отождествлялся с телом, имеющим форму вытянутого эллипсоида вращения. Очевидно, что аппроксимационным пределом такого тела является сфера. Известно, что гидромеханические колебания жидкой сферической капли могут возникать вследствие малых деформации ее поверхности, меняющих кривизну поверхности капли [13. Ландау, Лифшиц, 1954]. Подобные возмущения включают в действие капиллярные силы, которые обеспечивают энергией свободные колебания капли. Их амплитуда, по мере уменьшения степени деформации

из-за сопротивления внешней среды, постепенно убывает, что способствуют восстановлению первоначальной формы капли. Физическую основу этого явления отображает известная формула Лапласа

$$P_1 - P_2 = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (1)$$

где α - коэффициент поверхностного натяжения, P_2 и P_1 - давления на внутренней и внешней границе жидкой капли, R_1 и R_2 - главные радиусы кривизны поверхности деформированной сферической капли.

Для понимания сути используемой в нашей модели физической аналогии представим, что капля взвешена в воздухе. Тогда ее гидромеханические колебания могут распространяться в виде звуковых волн определенного диапазона частот, который зависит от размера капли. Можно предположить, что объемные сейсмические волны, подобно акустическим волнам, возникающим в воздушной среде из-за колебаний жидкой капли, также связаны с возмущениями граничной поверхности воображаемого упругого тела, отождествленного с очагом землетрясения. Такая аналогия, при допущении некоторых физических качеств среды, позволяет применить известный аналитический метод, позволяющий представить картину распространения свободных колебаний в виде стоячих волн. Как это будет показано ниже, этим методом, путем некоторых математических допущений, по сравнению со случаем жидкой сферы, можно получить аналитическое выражение, моделирующее дискретный спектр частот собственных механических колебаний очага землетрясений. При этом, используются лишь такие дополнительные условия, которые позволяют корректно воспользоваться математической схемой, использованной в задаче собственных колебаний жидкой капли.

В частности, модель собственных механических колебаний упругого твердого тела может быть справедливой только в том случае, если во время колебаний смещение граничной поверхности является существенно малым по сравнению с характерным линейным размером тела. Кроме этого, скорость колебаний граничной поверхности упругого тела должна быть значительно меньше скорости ударных волн, которая превышает скорость звука в среде, окружающей колеблющееся тело. Однако, в нашем случае ударные волны могут возникнуть только в зоне пластичности, т.е. в той части очага землетрясения, в которой происходит взрывообразное высвобождение энергии упругих связей. Подобно возмущениям, вызывающим деформацию жидкой капли, возмущения давления в земной среде возбуждают эффект линейной упругости. Можно без ограничений считать, что вне зоны пластичности среда всюду является достаточно упругой, хотя достаточно слабо сжимаемой. Степень однородности среды зависит от расстояния и геологического строения. С увеличением расстояния возмущения давления уменьшаются по сравнению с его первоначальной величиной в непосредственной близости от зоны пластичности. Следовательно, необходимо иметь в виду, что жесткие требования, выполнение которых является необходимым для распространения сейсмических волн без существенных искажений, могут выполняться только на определенном расстоянии от гипоцентра землетрясения.

Согласно нашей модели, механические колебания очага землетрясения генерируются в его внешней зоне. Следовательно, фронт объемных сейсмических волн распространяется от ее граничной поверхности. Отметим, что подобное представление о механизме распространения сейсмических волн глобального масштаба является общепринятым [17. Stein, Wysession, 2003; 5. Aki, Richards, 2002]. Например, в последней монографии дана модель собственных колебаний жидкой сферической Земли, находящейся в вакууме. Эти колебания моделируют самые низкочастотные сейсмические волны планетарного масштаба. Несмотря на то, что данная модель, в некоторой степени, подобна нашей модели, имеется также принципиальная разница.

Она заключается в наличии свободной граничной поверхности в модели жидкой Земли. Ниже станет очевидным, что такая поверхность в рамках нашей модели не может существовать. Имеются и другие различия, связанные с механическими свойствами жидкости и земных пород. Например, в отличие от земной среды, условие несжимаемости является очень жестким требованием для жидкости. Поэтому, чисто радиальные колебания жидкой сферы следует исключить. Однако, такие колебания принципиально допустимы, если средой является Земля, в которой действуют силы упругости. Поэтому, малые (нерадиальные) гидромеханические колебания жидкой сферической капли могут происходить только вследствие ее объемной деформации, против которой действует сила поверхностного натяжения.

Таким образом, в нашей модели чисто радиальные колебания исключаются. Однако, как и в случае жидкой сферы, имеющей поверхностное натяжение, во время деформации твердой сферы стабилизирующим фактором также должна являться упругая сила. Очевидно, что в земной среде количественный эффект действия упругих сил зависит от величины модуля всестороннего сжатия κ . Этот параметр имеет размерность давления, чем в первую очередь отличается от коэффициента поверхностного натяжения жидкой капли. Кроме размерности, имеется также и другое отличие между α и κ , которое является особенно существенным с точки зрения корректности формулы (1) после ее модификации. В земной среде, при условии пренебрежения силой гравитации, подобно жидкости, давление можно считать изотропным, несмотря на существование сил, обеспечивающих внутренние напряжения. Это означает, что в невозмущенном состоянии начальное давление на виртуальную внешнюю границу, аппроксимирующую очаг землетрясения в приближении сферического тела, не может быть нулевым.

После взрывообразного высвобождения упругой энергии в зоне пластичности распространится фронт возмущения давления, сила которого должна убывать с расстоянием. В результате этого на некотором удалении от центра фокуса землетрясения возмущение может уменьшиться настолько, что оно окажется недостаточным для полного подавления эффекта силы упругости, противодействующего давлению. Очевидно, что именно область, в которой проявляется указанный эффект, является зоной линейной упругости, т.е. внешней зоной очага землетрясения. Силы упругости, подобно поверхностному натяжению в случае жидкой капли, будут возбуждать механические колебания, которые будут распространяться в виде волнового фронта. Несмотря на очевидное подобие между жидкой каплей и очагом землетрясения, вышеприведенные рассуждения все же требуют качественного изменения физического содержания формулы (1). В первую очередь, это сводится к замене коэффициента α на модуль всестороннего сжатия κ . Для этого необходимо также ввести линейный масштаб L , от величины которого должна зависеть степень деформации сферического тела, аппроксимирующего очаг землетрясения

$$P_1 - P_2 = \kappa L \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (2)$$

Исходя из физических соображений очевидно, что линейный параметр $L = R$. На единицу длины поверхности невозмущенной сферической капли ($R_1 = R_2$) действует удвоенная сила $\alpha \frac{2}{R}$.

Подобно этому, на условно обозначенную невозмущенную сферическую поверхность твердого тела должно действовать удвоенное давление 2κ . Этот эффект является отображением как прямого воздействия фронта давления на условную поверхность, так и усиления сопротивления со стороны упругой среды. Кроме этого, для корректности модели, необходимо удовлетворить требование, согласно которому возмущение давления должно быть малым по сравнению с модулем всестороннего сжатия в земной среде: $\delta P \ll \kappa$. Такое ограничение

является необходимым требованием, обеспечивающим условие слабости деформаций сферического тела. Это означает выполнение постулата о малости амплитуды смещения ξ поверхности относительно положения равновесия. Следовательно, смещения между крайними положениями поверхности равны двойной амплитуде колебаний. Математическим критерием, отображающим данное условие, является выражение

$$\delta P = \kappa \nabla \xi \sim 2\kappa \frac{\xi}{R}. \quad (3)$$

В формуле (1) степень деформации сферической поверхности определяется обратными величинами главных радиусов кривизны: $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Если отклонение от сферической поверхности является слабым ($r=R+\xi$), то площадь поверхности сферы можно варьировать с точностью до членов первого порядка по ξ . В результате для суммы $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ получим следующее выражение [12.Ландау, Лифшиц, 1954]

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{2}{R} - \frac{2\xi}{R^2} - \frac{1}{R^2} \left[\frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \xi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial \xi}{\partial \varphi}) \right]. \quad (4)$$

Очевидно, что первое слагаемое в правой части выражения (4) соответствует чисто сферической поверхности: $R_1 = R_2 = R$.

В приближении гармонических колебаний периодическое движение граничной поверхности модельного сфероидального тела является потенциальным. Следовательно, потенциал ψ , соответствующий этому движению, должен подчиняться уравнению Лапласа

$$\Delta \psi = 0. \quad (5)$$

Известно, что потенциал колебаний связан со скоростью периодических радиальных перемещений v_r

Соотношением

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = v_r = \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (6)$$

В случае пренебрежения гравитационным эффектом на внешней границе сфероидального тела должно выполняться следующее условие

$$P_1 - P_2 = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (7)$$

где ρ - плотность среды. Выражение (7) по форме совпадает с первым интегралом движения [13. Ландау, Лифшиц, 1954].

При помощи выражения (5), т.к. $L = R$, на поверхности $r=R$ граничное условие (7) примет вид

$$\rho \frac{\partial \psi}{\partial t} + \kappa \left\{ 2 - \frac{2\xi}{R} - \frac{1}{R} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial \xi}{\partial \varphi}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \xi}{\partial \varphi^2} \right] \right\} = 0. \quad (8)$$

Первый член в фигурных скобках этого выражения является давлением, производимым средой на условную сферическую поверхность очага землетрясения в начальном состоянии. Второй член, согласно (3), равен возмущению давления после землетрясения.

Условие (8) является справедливым на граничной поверхности $r=R$. После дифференцирования по времени, при помощи выражения (6), оно примет вид

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \Big|_{r=R} - \frac{V_p^2}{R} \left\{ 2 \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right] \right\} \Big|_{r=R} = 0, \quad (9)$$

где в множителе перед фигурными скобками присутствует квадрат скорости сейсмической волны сжатия: $V_p = \left(\frac{\kappa}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}$.

Выражение (9), справедливое в приближении твердой упругой среды, по форме (но не по содержанию) является аналогом уравнения для собственных гидромеханических колебаний жидкой сферической капли. Исходя из сходства, для математического моделирования спектра частот собственных механических колебаний слабо деформированной твердой сферы, подобно случаю жидкой сферы, можно воспользоваться представлением потенциала в виде стоячей волны с циклической частотой ω

$$\psi = F(r, \theta, \varphi) e^{-i\omega t}, \quad (10)$$

Согласно (5), функция $F(r, \theta, \varphi)$ удовлетворяет уравнению Лапласа. Следовательно, ее можно представить в виде линейной комбинации: $F(r, \theta, \varphi) = C X(r) Y_{nm}(\theta, \varphi)$. C – постоянная, $Y_{nm}(\theta, \varphi) = P_n^m(\cos \theta) e^{im\varphi}$ – шаровая функция, P_n^m – присоединенная функция Лежандра. Представление (10) позволяет искать решение в виде произведения решений двух уравнений. Первым решением является т.н. радиальная функция $X(r) = A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}$, которая в общем виде является суммой внутреннего и внешнего решений радиального уравнения Эйлера. По физическим соображениям, в задаче собственных колебаний сферической жидкой капли, в представлении радиальной части потенциала использовалось только внутреннее решение $\sim r^n$. Такое представление зависимости потенциала от радиальной координаты является вполне корректным для задачи собственных радиальных колебаний сплошной твердой сферы. Однако, наша цель заключается в разделе очага землетрясения на две различные зоны. Т.е. необходимо получить решение, при помощи которого в явном виде будет определена поверхность, разделяющая внутри очага землетрясения зоны пластичности и линейной упругости.

Выше было сказано, что в зоне пластичности могут генерироваться лишь ударные волны, являющиеся следствием сильных разрывов в среде. Следовательно, тут упругие колебания должны исключаться. Неизбежность генерации ударных волн после взрывообразного выделения энергии после землетрясения подсказывает, что в представлении потенциала (10) этот эффект должен отображаться. Считаем, что данную цель можно реализовать, если воспользоваться полной радиальной функцией, т.е. в выражении для радиальной функции оставить член, дающий неопределенность в центре сферы. На первый взгляд, такое действие, приводящее к расходимости решения случае $r \rightarrow 0$, является некорректным. Однако, как это будет показано ниже, именно сингулярность полного решения радиального уравнения способна отобразить картину точечного взрыва. В частности, такое решение позволяет в явном виде определить линейные параметры задачи при помощи физического условия на границе раздела между внутренней и внешней зонами очага землетрясения. Напомним, что именно отсутствие возможности явного определения соотношения линейных размеров внутренней и внешней зон очага землетрясения являлась главным недостатком модели Буллена. Очевидно, что ее физическая наглядность не была подкреплена возможностью количественных оценок [7. Bullen, 1953].

Известно, что функция $Y_{nm}(\theta, \varphi)$ удовлетворяет т.н. сферическому уравнению

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial Y_{nm}}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 Y_{nm}}{\partial\varphi^2} + n(n+1)Y_{nm} = 0. \quad (11)$$

Является очевидным, что эффект расщепления частот нормальных мод колебаний очага землетрясения должен проявляться в размазывании спектра сейсмических волн с увеличением расстояния. Для сферы, имеющей более высокую степень симметрии, чем эллипсоид вращения, в представлении потенциала будет присутствовать обычная функция Лежандра. Следовательно, в этом случае эффект расщепления частот не должен иметь место, ввиду чего отпадает зависимость от числа m . В принципе, такие колебания вполне можно считать близкими к гармоническим. Однако, такое допущение, хотя и не может влиять на основную частоту собственных колебаний очага землетрясения, тем не менее, требует однородность и линейную упругость среды в области распространения сейсмических волн.

Воспользуемся представлением потенциала (10), в котором присутствует полная радиальная функция $X(r)$, но отсутствует зависимость от азимутальной координаты φ . После подстановки потенциала в условие (9), с учетом уравнения (11), получим следующее аналитическое выражение для круговой частоты $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$

$$f_n^2 = \frac{V_p^2}{4\pi^2 R^2} \left[(n-1)(n+2) \frac{nA_n R^{n-1} - (n+1)B_n R^{-(n+2)}}{A_n R^{n-1} + B_n R^{-(n+2)}} \right], \quad (12)$$

где $n \geq 2$ ($n=0$ соответствует чисто радиальным колебаниям, которые в несжимаемой среде исключаются. $n=1$ при поступательном движении).

Таким образом, имеется аналитическое выражение для дискретного спектра частот, соответствующее собственным механическим колебаниям твердой сферы, аппроксимирующей очаг землетрясения умеренной силы, либо подземного ядерного взрыва. Очевидно, что выражение (12) отличается от формулы для спектра колебаний сплошной сферической капли не только по форме, но и по содержанию [12. Ландау, Лифшиц, 1954]. Для доказательства справедливости такого утверждения достаточно указать, что, согласно выражению (12), в случае твердой сферы частоты некоторых гармоник могут принимать не только реальные, но и мнимые значения. Данное свойство, являющееся специфической особенностью, очевидно способствует физической наглядности нашей модели. По определению, граница внутренней и внешней зон является поверхностью сильного разрыва. Поэтому во внутренней зоне очага землетрясения, в которой среда теряет упругость, генерация объемных сейсмических волн исключается. Однако, тут происходит генерация ударных волн. Главное достоинство такого представления заключается в простоте оценки энергии землетрясения. Для этого достаточно определить объем внутренней зоны по спектру объемных сейсмических волн.

Подчеркнем, что в этом плане наша модель отличается от других моделей, в которых областью выделения энергии считается весь очаг землетрясения [9. Садовский и др., 1985]. Как это будет показано, для вычисления объема зоны пластичности, в приближении гармонических колебаний, достаточным является определение угловой частоты спектра первичных сейсмических волн. В отличие от землетрясений, для подземных ядерных взрывов энергия была априори известна. Поэтому, для них определение энергии по спектру частот сейсмических волн будет являться обратной задачей, цель которой будет заключаться в перепроверке ретроспективных данных. Но для того, чтобы воспользоваться формулой (12) для вычисления радиуса зоны пластичности R_0 , кроме угловой частоты спектра объемных сейсмических волн, необхо-

димым является также определение постоянных, входящих в радиальную функцию $X(r)$. Принимая во внимание, что граница раздела зон пластичности и линейной упругости является поверхностью фронта ударных волн, будет достаточным лишь одно граничное условие. Оно заключается в равенстве нулю всех колебаний, как виртуальных (ударные волны), так и действительных, на разделяющей поверхности внутренней и внешней зон очага землетрясения. Такая граница имеет подобие с границей баланса на молекулярном уровне между внутренними силами притяжения и отталкивания в твердом теле. В результате, при помощи условия равенства нулю числителя выражения (12) будем иметь соотношения

$$nA_n R_0^{n-1} = (n+1)B_n R_0^{-(n+2)}, \text{ т.е. } B_n = \frac{n}{n+1} A_n \cdot R_0^{2n+1}, \quad (13)$$

$$n=2,3,4\dots$$

Следовательно, постоянные коэффициенты радиальной функции вследствие граничного условия, оказываются связанными. После подстановки второго равенства (13) в выражение (12) эти коэффициенты исключаются и формула частот дискретного спектра собственных механических колебаний сферы, аппроксимирующей очаг землетрясения, принимает окончательный вид

$$f_n = \frac{V_p}{2\pi R} \left[(n-1)(n+2) \frac{\left(\frac{R}{R_0}\right)^{n-1} - \left(\frac{R_0}{R}\right)^{n+2}}{\frac{1}{n}\left(\frac{R}{R_0}\right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}\left(\frac{R_0}{R}\right)^{n+2}} \right]^{1/2}. \quad (14)$$

Аналитическое решение в гармоническом приближении

Формула (14) представляет ряд уравнений, которые определяют дискретные частоты собственных колебаний очага землетрясения умеренной силы. Вместе со скоростью первичной объемной сейсмической волны, которая является главной физической характеристикой среды распространения волн, в эти уравнения входят также два априори неизвестных параметра, радиусы внутренней и внешней зон очага землетрясения. Поэтому, решение прямой задачи сейсмологии, которая заключается в определении спектральных параметров сейсмического излучения по формуле (14), не имеет смысла. Наша цель состоит в решении обратной задачи, которое следует провести в два этапа. Первая часть решения состоит в определении линейных параметров, радиусов R_0 и R , очага землетрясения. Далее, при помощи R_0 можно получить объем зоны пластичности, т.е. вычислить энергию землетрясения и оценить его магнитуду. Очевидно, что определение радиуса R_0 является возможным лишь в том случае, если спектр частот сейсмических волн является известным.

Такую задачу можно выполнить только путем спектрального анализа данных сейсмического излучения. В принципе, при условии наличия достаточно качественных сейсмических данных, любые два уравнения из ряда (14), относящиеся к конкретным частотам волнового спектра, могут быть использованы для определения искомым радиусов. Например, наиболее удобными являются первые два уравнения, соответствующие основной угловой и следующей за ней частотам. В этих уравнениях отношение искомым неизвестных входит в виде дробей, которые имеют более низкие, по сравнению с другими уравнениями, степени по числу n . Тем не менее, аналитическое решение такой системы уравнений является невозможным. Однако, существует возможность точного численного решения, для чего удобным является уравнение, которое можно получить путем деления первоначальных уравнений друг на друга.

В новое уравнение, которое представляет отношение множителей в квадратных скобках, входит соотношение частот, которые определяются из волнового спектра конкретного землетрясения. Обычно, у численных решений уравнений, содержащих неизвестные в высоких степенях, имеются несколько корней. Из них следует рассматривать только те, которые являются физически приемлемыми. Из-за неоднородности среды распространения сейсмических волн существует вероятность искажения волновой картины землетрясения. В таком случае спектральный анализ может оказаться сложным. Задача может облегчиться в случае наличия локальной сейсмической сети, обеспечивающей достаточное количество записей конкретного землетрясения. Действительно, только сравнительный анализ сейсмограмм нескольких станций, расположенных на близком расстоянии друг от друга, является надежным индикатором качества среды распространения сейсмического излучения. В частности, проверяется подобие волновых спектров, после чего можно судить, насколько является данная среда линейно упругой и однородной. Если среда удовлетворяет этим условиям, то дисперсией, а также ращеплением объемных сейсмических волн, можно пренебречь. В однородной среде с большой степенью вероятности можно допустить, что частоты волнового спектра собственных колебаний очага землетрясения могут составить гармонический ряд. Очевидно, что такое теоретическое допущение поддается проверке только при помощи спектрального анализа. Отметим, что для значительного числа землетрясений умеренной силы, происходящих в регионе Южного Кавказа, такое допущение представляется справедливым.

Таким образом, задачу определения радиусов R_0 и R можно существенно упростить, если колебания после землетрясения умеренной силы считать гармоническими. Действительно, из анализа уравнений (14) видно, что ряд частот, соответствующим возрастающему числу n , должен быть близким к гармоническому. Наша цель заключается в численном решении уравнения, полученным путем соотношения первых двух уравнений (14), содержащим неизвестное $\frac{R}{R_0}$. Поэтому, достаточно допустить, что условию гармоничности подчиняются

первые две частоты: $\frac{f_3}{f_2} = 2$. Согласно численному решению, среди нескольких корней указан-

ного уравнения физически справедливым является только один корень: $\frac{R}{R_0} = 1.92$. Легко дога-

даться, что в гармоническом приближении данный корень следует считать универсальным, т.е. подходящим для любого землетрясения умеренной силы. Далее, следует определить в явном виде R_0 и R , что является достаточно простой задачей, если известна величина угловой частоты f_2 . В таком случае после подстановки величины корня, из первого уравнения (14), получим величину параметра R . Следовательно, будет известной также величина радиуса R_0 , определяющего объем внутренней зоны очага землетрясения. Вспоминая о качественном подобии нашей модели с моделью Буллена, следует вновь отметить, что его модель, в отличие от нашей, является качественной. Действительно, в связи с размером зоны «взрывоподобного высвобождения энергии землетрясения» Буллен, без строгого доказательства, предполагал, что объем внутренней зоны очага должен составлять примерно десятую часть полного объема очага землетрясения [7. Bullen, 1953].

Таким образом, предлагаемая нами модель может служить математическим основанием для утверждения, что соотношение радиусов внешней и внутренней зон сферического очага землетрясения является универсальной характеристикой. Поэтому, в пределах использованных допущений относительно качеств среды, можно заключить, что преодолена неопределенность, существующая в модели Буллена. Для полноты картины энерговыделения в области сейсми-

ческого очага следует рассмотреть, хотя бы качественно, вопрос о возможности генерации волнового излучения до землетрясения. Очевидно, что некоторая часть пространства, затронутая геодформационным процессом, может трансформироваться в зону пластичности. Вероятно, что именно эта часть будущего очага землетрясения была местом максимальных механических напряжений. Тут среда должна была быть неоднородной из-за множества мелких трещин, возникающих в процессе накопления механических напряжений и геохимических преобразованиях, происходящих в среде при подготовке землетрясения.

Очевидно, что среда с неоднородной структурой еще до землетрясения может генерировать сейсмо-акустические волны. Эти волны имеют одинаковую природу и их деление условно происходит по частоте (до 100 Гц-сейсмические, выше-акустические). Основная частота спектра акустических волн, в том случае, если ее удастся определить, как и угловая частота сейсмических волн, также должна быть связана с определенным линейным масштабом. Таким размером может оказаться длина некоторой трещины, которая вероятно должна быть меньше радиуса будущей зоны пластичности R_0 . Поэтому, акустическое излучение (шум), связанное с отдельной трещиной малого размера, может оказаться более высокочастотным, чем «хвост» пакета низкочастотных сейсмических волн после землетрясения.

Обычно, энергия акустического шума, который должен затухать на коротком расстоянии, должна быть достаточно слабой. Однако, трещин в процессе подготовки землетрясения может возникать значительное множество. Поэтому, в некоторые моменты процесса подготовки землетрясения суммарное сейсмо-акустическое излучение может стать достаточно интенсивным. Этот эффект будет отображаться в усилении сейсмического шума, который является важнейшим индикатором повышения уровня сейсмической активности. Хотя, спектр акустических волн, вероятнее всего, будет расплывчатым в следствие хаотичности процесса возникновения трещин и разнообразия их ориентации и размеров.

Ассимптотический анализ ряда уравнений (14)

В приближении радиальной симметрии и гармонических колебаний соотношение радиусов внешней и внутренней зон очага землетрясения можно считать постоянным. Воспользуемся этим и подставим в первое уравнение (14), соответствующее угловой частоте ($n=2$), универсальный корень: $R=1.92 R_0$. В первом множителе этого уравнения присутствует скорость продольной объемной сейсмической волны. Наиболее вероятная характерная величина этого параметра: $V_p \approx 6 \text{ км/с}$. Для перехода к скорости поперечной объемной волны воспользуемся значением $V_p/V_s \approx 1.65$, типичным для упругих горных пород. В результате из первого уравнения (14) будем иметь

$$R_0 \approx 0.37 \frac{V_s}{f_2}. \quad (15)$$

Таким образом, в рамках нашей модели аналитическим путем получена формула, которая связывает угловую частоту сейсмического излучения со скоростью поперечных объемных волн и радиусом очага землетрясения. Отметим, что подобная эмпирическая формула является основной в методике определения величины магнитуды землетрясений при помощи сейсмического момента. Известно, что величина эмпирического коэффициента менялась по мере накопления статистических данных и совершенствования методов спектрального анализа. В результате величина данного коэффициента в течение времени менялась в интервале (0.32 – 0.3724) [16. Ризниченко, 1985; 21. Alman, Shearer, 2009].

Кроме выражения (15), эффективность модели собственных колебаний очага землетрясений умеренной силы можно подтвердить еще одним преобразованием. В частности, если в формуле для дискретного спектра частот (14) рассмотреть предел $R_0 \rightarrow 0$, будем иметь

$$f_n = \frac{V_p}{2\pi R} [(n-1)(n+2)n]^{1/2}. \quad (16)$$

Данное выражение является аналогом известной формулы для дискретного спектра частот собственных гидромеханических колебаний сферической жидкой капли, находящейся в воздухе [12. Ландау, Лифшиц, 1954]. Внешнее подобие приводит к прямому совпадению в случае замены $V_p/2\pi$ на коэффициент поверхностного натяжения жидкости α , входящий в формулу (1).

Сравнение с другими теоретическими моделями

Краеугольным параметром, знание которого является необходимым для решения обратной сейсмологической задачи, является угловая частота волнового спектра f_2 . В зависимости от геологического состава пород, любая среда имеет характерную степень неоднородности. Следовательно, в различных средах параметры сейсмических волн также будут различными. В процессе распространения и затухания волнового излучения будет происходить искажение параметров волнового спектра, что будет осложнять анализ динамической картины распространения механических колебаний. Поэтому, постулирование гармонического характера сейсмических колебаний, распространяющихся после подземного ядерного взрыва или естественного землетрясения, на первый взгляд представляется очень жестким условием. Следует учесть, что качество любой среды зависит от множества факторов, хотя во многих случаях отклонение от линейной упругости может быть достаточно слабым. В связи с этим вопросом надо заметить, что степень нарушения линейной упругости безусловно зависит от расстояния. Индикатором действия фактора дальности, т.е. влияния неоднородности среды, приводящей к нелинейному затуханию и дисперсии сейсмических волн, может являться изменение соотношения волновых гармоник к угловой частоте. Вблизи от гипоцентра землетрясения оно может быть близким к гармоническому ряду. Однако, следует ожидать, что с увеличением расстояния гармоничность будет нарушаться. При этом, будет также увеличиваться расхождение между основными частотами продольных и поперечных объемных волн.

В нашей модели физическим параметром, устанавливающим связь между спектром колебаний и характерным линейным размером очага землетрясения, является скорость продольных сейсмических волн. Однако, возможна также связь через скорость поперечной объемной волны, что подтверждается формулой (15). В идеальной среде спектры частот продольных и поперечных объемных волн собственных механических колебаний упругого тела, как единого целого, должны практически совпадать. Однако, вряд ли возможно достичь заметного согласия в реальной среде. Косвенный ответ на этот вопрос можно получить путем сравнения различных аналитических формул, полученных для моделирования основной частоты спектра собственных колебаний тел сферической формы. Например, известна следующая формула связи скорости поперечных объемных волн и размера очага подземного ядерного взрыва [2. Родин, 1974]

$$f_0 = \frac{V_s}{2\pi r}, \quad (17)$$

где f_0 - основная частота спектра поперечных объемных волн, V_s - скорость поперечной объемной волны, r - радиус поверхности очага подземного ядерного взрыва.

Может ли формула (17) рассматриваться как альтернатива выражения для угловой частоты f_2 , определяемой первым уравнением выражения (14)? Для ответа на этот вопрос допустим, что $r=R$. В таком случае количественное расхождение между f_0 и f_2 составляет не менее половины порядка. В качестве второго примера для сравнения можно воспользоваться решением задачи, в которой моделировались чисто радиальные колебания упругой сферы. Представляется, что, в отличие от первого случая, второй пример сравнения является более абстрактным. Действительно, согласно (14), чисто радиальные колебания очага землетрясения исключаются. Подобные колебания накладывают предельно жесткое ограничение на скорость смещения граничной поверхности. Очевидно, что она может быть направлена только вдоль радиуса сферы и может зависеть только от радиальной координаты. В таком случае спектр частот собственных колебаний сплошной упругой сферы определяется трансцендентным уравнением [13. Ландау, Лифшиц, 1965]

$$\frac{tglr}{ml} = \frac{1}{1 - 0.25[(V_p/V_s)lr]^2}, \quad (18)$$

где l -волновое число.

Точного аналитического решения данного уравнения не существует. Однако, возможны приближенные решения: как аналитические, так и численные. Корни этих решений должны определить lr -частоты собственных колебаний упругой сферы. Для сравнения с нашей моделью допустим равенство: $R=r$, после чего можно сравнить угловую частоту по формуле (14) с самой низкой частотой из уравнения (18). Для определения этой частоты будем считать, что $V_p/V_s \approx 1.7$. В таком случае первым корнем уравнения (18) будет $l_1 R \approx 0.5$. Следовательно, если воспользоваться дисперсионным соотношением: $2\pi f_1 = V_p l_1$, для основной круговой частоты чисто радиальных колебаний упругой сферы будем иметь

$$f_1 = \frac{V_p}{4\pi R}. \quad (19)$$

Данная формула находится в достаточно хорошем согласии с формулой (17). Для сравнения с нашей моделью следует воспользоваться формулой (12) для $n=0$, при $A_n=0$, т.е. рассматривается случай сплошной сферы. Полученное выражение будет соответствовать основной частоте чисто радиальных колебаний. Сравнение показывает, что количественное расхождение между частотами в последнем случае является существенно большим, чем в первом примере. Однако, является очевидным, что несмотря на количественные расхождения, существует определенное качественное согласие между сравниваемыми теоретическими моделями.

Следует отметить, что степень информативности нашей модели выше, чем моделей, использованных для сравнения. В первую очередь, преимуществом выражения (14) является возможность моделирования произвольно длинного ряда дискретных частот собственных колебаний. Такая возможность в моделях, использованных для сравнения, отсутствует, что, по нашему мнению, является существенным недостатком. Поэтому, наша модель, которая построена на основе физической аналогии с классической моделью, практическая ценность которой является доказанной, представляется достаточно естественной. Однако, такое утверждение требует дополнительного доказательства. В частности, является очевидным, что при помощи нашей модели можно перепроверить ретроспективные данные для естественных землетрясений умеренной силы, а также данные подземных ядерных взрывов. Но, прежде всего, следует еще раз убедиться, что теоретическая величина угловой частоты существенно зависит от выбора

модели. Для этого можно воспользоваться результатами тех моделей, которые опирались на эффект распространения разрывов в очаге землетрясения. В частности, ранее был проведен совместный обобщающий анализ дислокационных моделей и т.н. трещиноподобной модели.

Последняя модель предполагает постоянство сброса напряжений за фронтом разрушения в гипоцентре землетрясения. Для сравнения отметим, что, согласно нашей модели, в приближении радиальной симметрии, фронт разрушения является поверхностью, разграничивающей внутреннюю и внешнюю зоны очага землетрясения. В результате была получена следующая связь между угловой частотой и радиусом области разрушения [11. Crowley, Germain, 1971; 19. Райс, 1982]

$$f_0 \approx \frac{V_s}{3r} (1 \pm 0.5) \neq 0 \quad (20)$$

Считалось, что разброс в выражении (20), установленный эмпирическим путем, является следствием различия между используемыми для анализа моделей, а также расположением сейсмических станций. Как видно из (20), в достаточной близости от центрального значения численного интервала согласие с формулой (15) и, следовательно, с нашей моделью, является практически полным. Для объективности следует отметить, что в [19. Райс, 1982] было отмечено не только достоинство результатов обобщения, но было сделано также критическое замечание: «только по анализу спектра сейсмического излучения нельзя гарантировать хорошую точность определения действительного размера очага». Представляется, что на современном этапе развития численных методов спектрального анализа, указанное критическое замечание, если вообще не лишено смысла, то оно стало значительно более мягким.

Анализ ретроспективных данных

Магнитуды землетрясений, которые были использованы для ретроспективного анализа, были априори известны из локального каталога и по международным данным. Одновременно, существовала достаточно полная информация о волновом спектре этих землетрясений, которые были зафиксированы достаточно близко расположенными от эпицентра станциями. Кроме землетрясений, в качестве примера, показывающего схему анализа, рассмотрим первый подземный ядерный взрыв, известный под названием Рейниер. Данное событие имело место в Неваде в 1957 г. [14. Grosling, 1959]. Только для этого, самого слабого, подземного ядерного взрыва оказалась доступной достаточно информация о спектре сейсмических волн, генерированных после взрыва. Согласно предварительным теоретическим расчетам, мощность ядерного взрыва должна была составить 1.7 килотонны в тротиловом эквиваленте, которому соответствует энергия: $E = 7,1 \cdot 10^{12}$ Дж. Существуют различные ретроспективные оценки теоретической магнитуды взрыва Рейниер. Например, можно воспользоваться известной полуэмпирической формулой, справедливой для естественных землетрясений [16. Ризниченко, 1985]

$$\text{Log}E = 1.8 M + 4 \quad (21)$$

Согласно ретроспективной оценке, теоретическая величина энергии подземного ядерного взрыва Рейниер соответствовала энергии естественного землетрясения с локальной магнитудой $M \approx 4.9$. Однако, согласно различным оценкам, проведенным сразу после взрыва, реальная величина энергии взрыва оказалась существенно ниже теоретической. Соответственно, магнитуда взрыва, по разным источникам, менялась в достаточно широком интервале значений: $M = (4,1-4,7)$. Такое большое расхождение, существующее в оценках между априори теоретически предполагаемыми величинами и магнитудами, олученными после взрыва, оказалось характерным почти для всех подземных ядерных взрывов [2. Родин, 1974]. Этот факт может объясняться только тем, что реальные энергии подземных ядерных взрывов объективно дол-

жны были быть меньше их теоретических величин. Такое предположение имеет реальную основу, если принять во внимание, что в зоне пластичности очага ядерного взрыва некоторая часть его полной энергии безвозвратно расходуется на высвобождение энергии внутренних упругих связей, существующих в любой среде. Очевидно, что способность накопления упругих напряжений, а также ее максимальный критический порог, после чего происходит землетрясение, должны быть функцией состояния среды. Например, слабое землетрясение может быть спровоцировано каким-либо сильным триггером, даже, если упругие напряжения в среде не достигли максимума. Очевидно, что в очагах сильных землетрясений внутренние упругие напряжения, в отличие от очага слабых землетрясений, могут достигать более высокого критического порога. В таком случае энергия триггера, вызывающего землетрясение, может быть существенно меньше, чем полная энергия естественного землетрясения, которая накапливается в результате геодеформационных процессов.

С данной точки зрения среда в области очагов подземных ядерных взрывов не являлась естественным образом подготовленной к землетрясению. Поэтому, там уровень внутренних упругих напряжений должен был быть более низким, чем в очагах естественных землетрясений. Следовательно, для высвобождения энергии упругих связей в среде, которая может расходоваться на сейсмическое излучение в гипоцентрах подземных ядерных взрывов, объективно требовалось больше триггирующей энергии, чем для естественных землетрясений. Этот эффект находит прямое отображение в величине коэффициента сейсмического действия, которая находится в зависимости от величины сброса напряжений в очаге землетрясения [4. Костров, 1975].

Несмотря на погрешность, существующую при обработке сейсмограмм, ретроспективная информация о частотном спектре сейсмического излучения после подземного ядерного взрыва Рейниер является достаточно полной. В частности, сразу после вступления волнового фронта в спектре сейсмических волн присутствуют два пика, соответствующие частотам 3 гц и 7.5 гц [14. Grosling, 1959]. В последующие моменты времени обозначилась еще одна пиковая частота 5 гц . Допустим, что частоты 5 гц и 7.5 гц являются проявлениями некоторой средней частоты. В воображаемом гармоническом ряду волнового спектра с основной частотой $f_2 = 3 \text{ гц}$ усредненная частота 6 гц будет совпадать со второй гармоникой частотного ряда. Согласно нашей модели, для очага ядерного взрыва, подобно землетрясению, $\frac{R}{R_0} = 1.92$. Соответствующий объем

сейсмического очага: $V_c = \frac{4}{3} \pi R_0^3$. Следовательно, энергия сейсмического излучения подземного ядерного взрыва: $E_c = V_c \times e$, где e – плотность энергии внутренних упругих связей. Величина этого параметра зависит от среды, а также от уровня механических напряжений. Известно, что, в зависимости от расстояния между пунктами наблюдений и эпицентром подземного ядерного взрыва Рейниер, скорость продольной сейсмической волны, определяемая геологическим строением, менялась в пределах: $V_p \approx (6.5-8,5) \text{ км/с}$. Следовательно, для определения радиуса сейсмического очага R_0 , кроме угловой частоты волнового спектра $f_2 = 3 \text{ гц}$, можно также воспользоваться средним значением $V_p \approx 7.5 \text{ км/с}$. В результате, из первого уравнения (14), т.е. для $n=2$, будем иметь: $R_0 = 0,57 \text{ км}$.

Для большинства горных пород характерная величина плотности энергии упругих связей порядка: $e \approx 10^2 \text{ Дж м}^{-3}$ [9. Садовский и др. 1985; 15. Kasahara, 1981]. Геологический фактор в значительной степени влияет на плотность энергии внутренних упругих связей и, следовательно, на угловую частоту. Очевидно, что энергия сейсмического излучения является только частью

полной энергии, высвобождающейся при землетрясении. В частности, для подземных ядерных взрывов коэффициент сейсмического действия $\eta \approx 0.05-0.08$. Это означает, что в этом случае на сейсмическое излучение могло расходоваться $\approx (5-8)\%$ полной энергии подземного ядерного взрыва [16. Ризниченко, 1985; 9. Садовский и др., 1985]. Поэтому, согласно нашей модели, полная энергия ядерного взрыва Рейниер могла составлять: $E = \eta^{-1} E_c \approx (0.95 - 1.52) 10^{12}$ Дж., что почти на порядок меньше ретроспективной теоретической величины [14. Grosling, 1959]. Далее, из формулы (21) можно определить локальную магнитуду подземного взрыва: $M = (4,4-4,6)$. Этот интервал для магнитуды практически совпадает с интервалом $M = (4,6-4,7)$, полученным в работе [18. Carder, Claud, 1959].

Кроме подземного ядерного взрыва Рейниер, ретроспективный анализ сейсмических данных был проведен также для естественных землетрясений умеренной силы: $M \leq 6$ (Таблица 1).

Таблица 1

№	YEAR	MN.DAY	TIME	M_w	M_I	M_K	<u>K</u>	M₀
<u>1.</u>	2009	09.07	22.41	6.3	6.0	6.1	13.2	5.1
2.	2010	06.07	09.26	4.9	4.6	4.6	12.6	4.8
<u>3.</u>	2011	01.19	09.17	5.4	5.3	6.0	12.6	4.8
4.	2011	08.18	11.57	4.9	5.5	5.7	12.8	4.9
5.	2011	09.27	08.08	5.0	4.5	4.5	12.1	4.5
6.	2012	03.11	08.41	-	4.5	4.4	12.3	4.6
<u>7.</u>	2012	07.07	04.40	-	5.7	6.0	13.7	5.4
8.	2012	05.07	05.37	-	4.7	4.7	12.6	4.8
9.	2012	05.07	05.40	5.8	5.6	4.7	12.6	4.8
10.	2012	05.07	14.15	5.3	5.7	5.4	13.2	5.1
11.	2012	05.18	14.17	5.1	5.0	5.1	13.2	5.1
12.	2012	10.13	18.39	-	4.6	4.6	12.6	4.8
<u>13.</u>	2012	10.14	10.08	5.5	5.8	5.6	13.2	5.1
<u>14.</u>	2012	12.23	13.31	5.7	5.9	6.2	13.9	5.5
15.	2012	12.25	22.44	5.3	5.6	5.7	13.7	5.4
16.	2012	12.25	22.55	4.4	5.0	5.1	13.4	5.2
17.	2013	03.26	23.35	5.2	4.9	4.9	13.2	5.1
<u>18.</u>	2013	04.11	22.31	4.8	4.5	4.4	13.4	5.2
19.	2013	05.28	00.09	5.2	5.1	5.2	13.0	5.0
20.	2013	09.17	04.09	5.3	5.1	5.2	13.4	5.2

Пояснения к таблице: по международным каталогам (OBN, SMCG): M_s – магнитуда по V_s ; M_w – магнитуда по сейсмическому моменту; M_l – локальная магнитуда; *магнитуда по локальному каталогу* – M_K ; по нашей модели: K – энергетический класс [8]; M_0 – магнитуда. Жирным шрифтом подчеркнуты случаи, когда погрешность превосходила оговоренную величину $\Delta M_0 \approx 0.3$.

Очевидно, что для определения величины магнитуды землетрясений умеренной силы можно использовать уже знакомую схему, использованную для подземного ядерного взрыва Рейниер. В этом случае объектами анализа оказались два десятка землетрясений, выбранных произвольным образом. Эти землетрясения имели место в регионе южного Кавказа в 2009-13 гг. Характерной величиной скорости продольных объемных волн в Закавказье является: $V_p \approx 6$ км/с. Единственным критерием отбора землетрясений было наличие достаточно полной базы сейсмических данных. Известно, что для естественных землетрясений, в отличие от подземных ядерных взрывов, необходимо ввести количественную поправку для коэффициента сейсмического действия. В частности, согласно [9. Садовский и др., 1985] величина $\eta \approx 0.01$ является наиболее подходящей для землетрясений, энергия которых не превышает 10^{14} Дж. Этому условию подчиняются все землетрясения из Табл.1., т.е. они относятся к энергетическому классу $K < 14$ [8. Rautian at al., 2007]. Магнитуды, определенные по нашей модели, были сравнены с магнитудами из локального каталога, а также с магнитудами из международной базы сейсмических данных. В результате, было выявлено, что в большинстве случаев ($\approx 70\%$). количественное расхождение между сравниваемыми величинами магнитуд находится в интервале: $\Delta M \leq \pm 0.3$. Это означает, что разница в оценках энергии не превышает одного порядка.

В качестве конкретного примера можно привести два случая из серии землетрясений, имевших место в морской среде вблизи побережья Грузии во второй половине декабря 2012 г. Данная серия состояла из совокупности нескольких слабых и средних по силе землетрясений, происшедших в морской акватории с условным центром: N 42.40°, E 41.00°. Магнитуды этих землетрясений, по местным и международным оценкам, находились в интервале $M = (4.1-6.2)$. В частности, для двух, выбранных нами, наиболее сильных землетрясений ретроспективные магнитуды (Таб.1- №14 и №15) были равны: $M=5.5$ и $M=6.2$.

Спектральный анализ данных сейсмического излучения во время этих землетрясений показал, что угловые частоты, как по продольным, так и по смешанным, продольным и поперечным волнам, равнялись $\approx (1.3$ и $1.6)$ *гц*. Из первого уравнения выражения (14) для $V_p \approx 6$ кмс⁻¹ было получено : $R \approx (1.64$ и $2.02)$ км. и $R_0 \approx (0.85$ и $1.05)$ км. Следовательно, энергия этих землетрясений, для $\eta = 0.01$ и $e \approx 10^{-2}$ Дж м⁻³, могла составлять: $E \approx 2.5 \cdot 10^{13}$ Дж и $E \approx 4.5 \cdot 10^{13}$ Дж. Этим величинам соответствуют локальные магнитуды: $M= 5.2$ и 5.4 . Таким образом, по нашей модели, энергия второго землетрясения оказывается значительно меньше той величины, которая была дана в локальном сейсмическом каталоге. Следует также отметить, что, подобно данному случаю, в большинстве других случаев $M=$ является очевидным хорошим согласием с данными международных каталогов.

Таким образом, значительная разница в оценках, следующих из известных полуэмпирических формул и теоретических выражений согласно нашей модели, является очевидным. Например, для всех землетрясений, приведенных в табл.1, величина R_0 оказывается приблизительно на половину порядка меньшей, чем величина радиусов сейсмических очагов, определенных из известной формулы [16. Ризниченко, 1985]

$$\lg R = -1.67 + 0.42M. \quad (22)$$

Заклучение

1. Анализ волнового излучения землетрясений умеренной силы, для которого были использованы данные локальной сети сейсмических станций, показал, что дисперсия объемных сейсмических волн на станциях, близлежащих к эпицентрам землетрясений, в некоторых случаях проявляется достаточно слабо. Данное обстоятельство находится в хорошем согласии с величинами угловых частот волновых спектров конкретных землетрясений на различных станциях. В нескольких случаях, когда разброс был заметным, для анализа использовалось среднее значение угловой частоты. Кроме начальных участков, содержащих первичные объемные волны, одновременному анализу были подвергнуты более длинные отрезки волновых спектров, включающие смешанные продольные и поперечные волны. Оказалось, что лишь в отдельных случаях разница между угловыми частотами была существенной. Этот факт свидетельствует о достаточной однородности и линейной упругости среды на малых расстояниях от очага землетрясения.

2. Разница между магнитудами, данными в различных каталогах и полученными при помощи нашей модели, в большинстве случаев не превышает стандартную погрешность, допустимую при определении магнитуд: $\Delta M \approx 0.25-0.3$. Следует отметить хорошее согласие между величинами M_K и M_0 ($\approx 70\%$ от общего числа землетрясений), а также наших магнитуд с магнитудами из международных каталогов (табл.1). Эти результаты были получены при условии пренебрежения погрешностью модели собственных механических колебаний очага землетрясения. В связи с этим следует отметить, что источниками погрешности в рамках нашей модели могут быть математические допущения, а также вариабельность физических параметров среды.

ლიტერატურა – References– Литература

1. Latter A.L., Martinelly E.A., Teller E. Seismic scaling law for underground explosions. Phys. Fluids, v.2, 1959, p. 280-82.
2. Родин Г. Сейсмология ядерных взрывов. Москва, "Мир", 1974, 190 с.
3. Kereselidze Z., Gegechkori T., Tsereteli N., Kirtskhalia V. Modeling of Elastic Waves Generated by a Point Explosion. Georgian International Journal of Science and Technology, V. 2, Issue 2, Nova Publishers USA, 2010, p.155-166.
https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=14264
4. Костров Б.В. Механика очага тектонического землетрясения. М., Наука, 1975, 175 с.
5. Aki K., Richards P.G. Quantitative seismology. Theory and Methods. Freeman and comp., 2002, 700 p.
6. Benioff H. Earthquakes and rock creep. I: Creep characteristics of rocks and the origin of aftershocks. Bull. Seismol. Soc. America, v.41, N 1, 1951.
7. Bullen K.E. On strain Energy and strength in the Earth's upper mantle. Trans. Amer. Geophys. Union, v.34, N 1, 1953.
8. Rautian, T.G., Khalturin V.I., Fujita K., Mackey K.G., Kendall A.D. Origins and methodology of the Russian energy K-class system and its relationship to magnitude scales. Seismol. Res. Lett., v.78, N 6, 2007, p. 580-590.
9. Садовский М.А., Кедров О.К., Пасечник И.П. О сейсмической энергии и объеме очагов при коровых землетрясениях и подземных взрывах. ДАН СССР, т.283, №5, 1985, с.1153-1156.
10. Садовский, М.А. Еще раз о зависимости объема сейсмического очага землетрясения и его энергии. ДАН СССР, т. 275, №5, 1984, с.1087-1088.
11. Krowley B.K., Germain L.S. Energy released in the Benham aftershocks. Bull. Seismol. Soc. Amer., v. 61, №5, 1971, p.1293-1301.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.И. Механика сплошных сред. Москва, из-во тех.-тер. Лит., 1954, 795 с.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.И. Теория упругости. М., Наука, 1965, 202 с.
14. Grosling, V.F. Сейсмические волны при подземном атомном взрыве в Неваде. Bull. Seismol. Soc. of Amer. V. 49, №1, 1959, p. 11-30.

15. Kasahara K. Earthquake mechanics Cambridge Univ. Press, 1981.
16. Ризниченко Ю.В. Проблемы сейсмологии. Москва, Наука, 1985, 407 с.
17. Stein S., Wysession M. An introduction to seismology, earthquakes, and Earth structure. Blackwell Publishing Ltd, 2003, 1498 p.
18. Carder D.S., Claud D.K. Surface motion from large underground explosion. J. Geophys. Res., v.64, N10, 1959, p.10-15.
19. Райс Дж. Механика очага землетрясения. Москва, Мир, 1982, 217 с.
20. Гвелесиани А.И., Кереселидзе З.А., Хантадзе А.Г. О спектре частот собственных колебаний магнитосферы Земли. Сб. Физика, ТГУ, т.15, 1983, с. 49-65.
21. Allmann, B. P., Shearer P. M. Global variations of stress drop for moderate to large earthquakes, J. Geophys. Res. 114, 2009, B01310, doi:10.1029/2008JB005821, 22 p.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ ТОЧЕЧНОГО ВЗРЫВА

Кереселидзе З.А.

Реферат

Суть данной модели заключается в физической аналогии между собственными гидромеханическими колебаниями деформированной жидкой капли и механическими колебаниями объема очага землетрясения, как естественного, так и искусственного (подземный ядерный взрыв). Такая аналогия основана на подобии действия силы механических напряжений, возникающих в упругой земной среде, и силы поверхностного натяжения жидкой капли. Краеугольным камнем модели является деление очага землетрясения на две, качественно различные, области: внутреннюю и внешнюю. Идея подобного представления гипоцентра землетрясения принадлежит Буллину. В его модели первая, внутренняя область сейсмического очага отождествляется с зоной полного разрушения, в которой происходит взрывообразное высвобождение энергии землетрясения. Следовательно, эта зона качественно идентична зоне «высвобождения большей части энергии землетрясения» в модели Буллена. Здесь среда после необратимых изменений становится полностью пластичной из-за потери упругости. Поэтому, генерация сейсмических волн в зоне исключается. В отличие от первой, вторая, внешняя часть объема сейсмического очага считается зоной линейной упругости, от которой распространяется сейсмическая радиация. На основе такого представления, известным аналитическим методом, примененным в классической задаче колебаний сферической капли, нами было получено решение, позволяющее моделировать дискретный спектр частот собственных механических колебаний сферического очага землетрясения. Назначение модели заключается в определении линейных параметров внутренней и внешней зон сейсмического очага. Следовательно, необходимым является решение обратной задачи при помощи аналитической формулы для спектра частот собственных колебаний очага землетрясения. Главным параметром, необходимым для решения обратной задачи является основная, т.е. самая низкая, угловая частота спектра сейсмических волн. С ее помощью в приближении гармонических колебаний из аналитического решения можно явно определить радиусы зон пластичности и линейной упругости. Было проведено качественное сравнение с другими теоретическими решениями, которые определяют связь между основной частотой и размером твердого сферического тела. Для подтверждения практической эффективности нашей модели использованы ретроспективные данные о первом подземном ядерном взрыве (Рейниер), а также случайно выбранной группы землетрясений умеренной силы, имевших место в регионе Южного Кавказа в 2009-2013 годах. Результаты сравнительного анализа показали удовлетворительное согласие между ретроспективными величинами магнитуд по локальным и международным данным и магнитуд, определенных при помощи нашей модели.

Ключевые слова: сейсмическая энергия землетрясения, моделирование.

**მიწისძვრის სეისმური ენერჯის მოდელირება წერტილოვანი
აფეთქების მიახლოებაში**

კერესელიძე ზ.

რეზიუმე

მოცემულ მოდელში გამოყენებულია ფიზიკური ანალოგია დეფორმირებული სითხის წვეთის საკუთარ ჰიდრომექანიკურ რხევებსა და ბუნებრივი მიწისძვრების, აგრეთვე მიწისქვეშა ბირთვული აფეთქებების, მოცულობითი კერების მექანიკურ რხევებს შორის. ასეთი ანალოგია ეყრდნობა მსგავსებას დედამიწის სიღრმეში აღძრული დრეკადობის ძალის მოქმედებასა და თხევადი წვეთის ზედაპირულ დაჭიმულობას შორის. ჩვენი მოდელის თანახმად, მიწისძვრის კერა იყოფა ორ არედ: შიდა და გარე არეებად. გარკვეულწილად, ასეთი დაყოფა კარგად ცნობილი ბულენის მოდელის მსგავსია. ჩვენს მოდელში, ბულენის მოდელის მსგავსად, პირველი არე წარმოადგენს პლასტიკურობის ზონას, რომელშიც ხდება შეუქცევადი ცვლილებები და მიწისძვრის პრაქტიკულად მთელი ენერჯის ზგავისებური გამონთავისუფლება. შესაბამისად, გარემო ამ არეში სრულიად კარგავს დრეკადობას და ხდება პლასტიკური, რის გამოც სეისმური ტალღების გენერაცია გამორიცხულია. პირველისაგან განსხვავებით, მიწისძვრის კერის მეორე, გარე არეში გარემო ინარჩუნებს წრფივ დრეკადობას, ანუ აქედან ადგილი აქვს სეისმურ რადიაციას. ასეთი წარმოდგენის დახმარებით, ცნობილი მათემატიკური მეთოდით მიღებული იყო მიწისძვრის კერის საკუთარი მექანიკური რხევების სიხშირეთა დისკრეტული სპექტრის ანალიზური ფორმულა. ეს გამოსახულება საშუალებას იძლევა, სეისმური ტალღების სპექტრის ანალიზის საფუძველზე, რადიალური სიმეტრიის მიახლოებაში განისაზღვროს შეუქცევადი გარდაქმნების არის, ე.ი. პლასტიკურობის ზონის, მოცულობა. ცხადია, რომ ეს ზონა ფიზიკურად იდენტურია „მიწისძვრის ენერჯის უმეტესი ნაწილის გამონთავისუფლების“ არის, რომელიც ბულენის მოდელშია მოცემული. სფერული ფორმის დრეკადი სხეულების საკუთარი რხევების განმსაზღვრელ სხვა ანალიზურ მოდელებთან თეორიულმა შედარებამ დაადასტურა ჩვენს მიერ მიღებული ფორმულის ეფექტიურობა. ჩატარდა შედარებითი რაოდენობრივი ანალიზი, რისთვისაც გამოყენებული იყო პირველი მიწისქვეშა ატომური აფეთქების (რეინიერი), აგრეთვე შემთხვევითად შერჩეული, სამხრეთ კავკასიის რეგიონში 2009-13 წლებში მომხდარი საშუალო ძალის მიწისძვრების მონაცემები. შედეგმა აჩვენა დამაკმაყოფილებელი თანხმობა რეტროსპექტულ მაგნიტუდებსა და ჩვენი მოდელით განსაზღვრულ მაგნიტუდებს შორის.

**SIMULATION OF SEISMIC ENERGY OF THE EARTHQUAKE
IN POINT EXPLOSION APPROXIMATION**

Kereselidze Z.

Abstract

The given model uses a physical analogy between self hydromechanic oscillations of a deformed liquid drop and mechanic oscillations of volumetric focus (hypocenter) of natural earthquakes as well as underground nuclear explosions. Such analogy is based on similarity between the effect of elasticity force generated in the Earth's depth and the surface tension of a liquid drop. Based on our model, the earthquake hypocenter is divided into two areas – internal and external. In a way, such division coincides with the well-known Bullen model. Similar to Bullen model, the first area in our model represents a plasticity zone where unreversible changes and avalanche-like release of practically whole earthquake energy takes place. Thus, the medium in this area completely loses elasticity and becomes plastic, which excludes generation of seismic waves. Unlike the first area, the medium in the second, external area of an earthquake hypocenter retains linear elasticity. Seismic radiation is

generated from this area. By means of such assumption, we received through a well-known mathematical method an analytical formula for discrete spectrum of self mechanic oscillations of an earthquake hypocenter. This formula gives a possibility to determine, in the approximation of radial symmetry, the volume of area of unreversible changes, i.e. plasticity zone, based on analysis of the spectrum of seismic waves. It is clear that this zone physically coincides with the 'zone of major earthquake energy release' according to Bullen model. The effectiveness of our formula has been proven through theoretical comparison with other analytical models determining self-oscillations of spherical elastic bodies. A comparative quantitative analysis has been conducted using data of the first underground nuclear explosion (Reinier), as well as data of randomly selected medium-intensity earthquakes, which occurred in the South Caucasus region in 2009-2013. The results have shown satisfactory agreement of retrospective magnitudes with the magnitudes determined by our model.